

Ανάλυση δεδομένων στο περιβάλλον του SPSS

Λαβίδας Κωνσταντίνος
Μαθηματικός

lavidas@upatras.gr

**Έλεγχος Υποθέσεων:
Μονόπλευρος και αμφίπλευρος
έλεγχος**

Έλεγχος υποθέσεων (1/6)

- Τα συμπεράσματα αναφορικά με τις **παραμέτρους** του πληθυσμού
 - προκύπτουν **και** από τη διατύπωση αλλά και τον έλεγχο συγκεκριμένων υποθέσεων που αφορούν πληθυσμιακές παραμέτρους
- **Υπόθεση:** είναι μια σύντομη και ακριβής πρόταση στην οποία περιγράφουμε τι **θεωρούμε** ότι θα συμβεί στην έρευνα ή το πείραμα μας.

Βασιζόμαστε στην
θεωρία.
Προηγούμενη έρευνα....

Παραδείγματα υποθέσεων (2/6)

- Η ακαδημαϊκή εμπλοκή του φοιτητή σχετίζεται με την ακαδημαϊκή επίδοσή του.
- Η επίδοση στα μαθηματικά σχετίζεται με την επίδοση στην στατιστική.
- Όσο μεγαλύτερη είναι η ακαδημαϊκή εμπλοκή του φοιτητή τόσο μεγαλύτερη είναι η ακαδημαϊκή επίδοσή του.
- Οι γυναίκες ηλικίας 20 ετών μπορούν να συγκρατήσουν περισσότερες λέξεις σε σχέση με τους άντρες της ίδιας ηλικίας.
- Οι γυναίκες ηλικίας 20 ετών μπορούν να συγκρατήσουν διαφορετικό αριθμό λέξεων σε σχέση με τους άντρες της ίδιας ηλικίας.
- Οι θετικές στάσεις των μαθητών προς την τέχνη ενισχύουν τη δημιουργικότητα των μαθητών

Έλεγχος υποθέσεων (3/6)

- **Μηδενική** υπόθεση (null hypothesis) (H_0)
 - **Αναπαριστά την επίδραση της τύχης** στην διαμόρφωση του αποτελέσματος
 - Είναι η υπόθεση που υποστηρίζει ότι **δεν υπάρχει** σχέση (ή διαφορά) μεταξύ των μεταβλητών που μελετώνται:
 - **Δεν υπάρχει σχέση** ($r_{12} = 0$)
 - **Δεν υπάρχει διαφορά**
 - Η παράμετρος του πληθυσμού είναι **ίση** με (κάποια τιμή) ($\mu = \mu_0$)
 - Η παράμετρος του 1^{ου} πληθυσμού είναι **ίση** με τη παράμετρος του 2^{ου} πληθυσμού ($\mu_1 = \mu_2$)
 - κ.λπ.
- **Εναλλακτική** Υπόθεση (Alternative hypothesis) ή Δηλωτική (declarative) (H_A ή H_1)
 - **ΔΕΝ αναπαριστά την επίδραση της τύχης** στην διαμόρφωση του αποτελέσματος
 - Η υπόθεση αυτή αναφέρεται στη **θεώρηση** (βασίζεται στην προηγούμενη έρευνα) που κάνει ο ερευνητής αναφορικά με τη **σχέση** που υπάρχει μεταξύ των μεταβλητών που μελετά.
 - **Υπάρχει σχέση** π.χ. $r_{12} \neq 0$ ή $r_{12} > 0$ ή $r_{12} < 0$
 - **Υπάρχει διαφορά**
 - π.χ. $\mu \neq \mu_0$ ή $\mu > \mu_0$ ή $\mu < \mu_0$
 - $(\mu_1 \neq \mu_2)$ ή $(\mu_1 < \mu_2)$ ή $(\mu_1 > \mu_2)$

Έλεγχος υποθέσεων (4/6)

Δύο είδη εναλλακτικών υποθέσεων:

- **Υπόθεση χωρίς κατεύθυνση**

- **Αμφίπλευρου ελέγχου (two tailed)**

- Υπάρχει σχέση π.χ. $r_{12} \neq 0$

- Η παράμετρος του πληθυσμού είναι **διαφορετική** από (κάποια τιμή) π.χ. $\mu \neq \mu_0$

- Η παράμετρος του 1^{ου} πληθυσμού είναι **διαφορετική** με τη παράμετρος του 2^{ου} πληθυσμού, π.χ. $\mu_1 \neq \mu_2$

- **Υπόθεση με κατεύθυνση**

- **Μονόπλευρου ή μονόδρομου ελέγχου (one tailed)**

- Υπάρχει θετική (ή αρνητική) σχέση π.χ. $r_{12} > 0$ (ή $r_{12} < 0$)

- Η παράμετρος του πληθυσμού είναι μεγαλύτερη (ή μικρότερη) από κάποια τιμή π.χ. $\mu > \mu_0$ ($\mu < \mu_0$)

- Η παράμετρος του 1^{ου} πληθυσμού είναι μεγαλύτερη (ή μικρότερη) από τη παράμετρο του 2^{ου} πληθυσμού π.χ. $\mu_1 > \mu_2$ ($\mu_1 < \mu_2$)

Παραδείγματα ερευνητικών υποθέσεων αμφίπλευρου ελέγχου (5/6)

- Έστω « μ_A » και « μ_K » οι μέσες τιμές αντίστοιχα της συχνότητας των Αγοριών και των Κοριτσιών σε επεισόδια σχολικής βίας σε ένα χρόνο.
- Μηδενική:
 - H_0 : Δεν υπάρχει διαφοροποίηση μεταξύ αγοριών και κοριτσιών σχετικά με την εμπλοκή τους σε επεισόδια σχολικής βίας ($\mu_A = \mu_K$).
- Εναλλακτική:
 - H_1 : Υπάρχει διαφοροποίηση μεταξύ αγοριών και κοριτσιών σχετικά με την εμπλοκή τους σε επεισόδια σχολικής βίας. (χωρίς κατεύθυνση) ($\mu_A \neq \mu_K$).

Παραδείγματα ερευνητικών υποθέσεων μονόπλευρου ελέγχου (6/6)

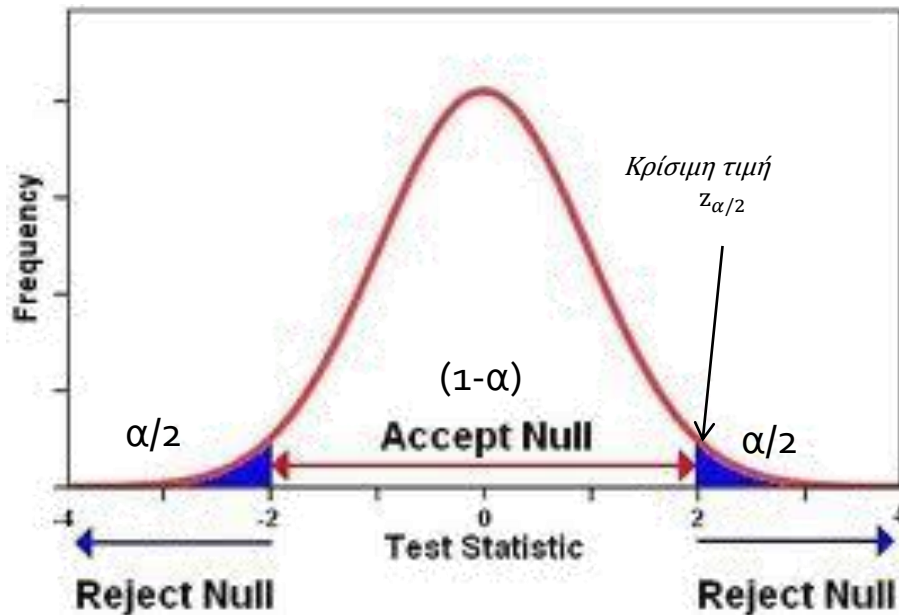
- Μηδενική (ίδια με την υπόθεση αμφίπλευρου ελέγχου):
 - H_0 : Δεν υπάρχει διαφοροποίηση μεταξύ αγοριών και κοριτσιών σχετικά με την εμπλοκή τους σε επεισόδια σχολικής βίας.
- Εναλλακτική (υπόθεση με κατεύθυνση):
 - H_1 : Τα αγόρια εμπλέκονται περισσότερο (σε μεγαλύτερο βαθμό) από τα κορίτσια σε επεισόδια σχολικής βίας ($\mu_A > \mu_K$).

Διαδικασία ελέγχου υποθέσεων

1. Μετά τη διατύπωση των δύο υποθέσεων
2. Επιλέγεται ένα **τυχαίο** δείγμα μεγέθους n (καλύτερα να είναι >30 «και σε κάθε ομάδα»)
3. Εφαρμόζουμε κάποια στατιστική συνάρτηση ελέγχου (κριτήριο: κατανομή που θεωρούμε ότι ακολουθεί το φαινόμενο που μελετάμε). Βρίσκουμε τη **στατιστική τιμή** η οποία είναι κοινή για τους δύο τύπους ελέγχου υποθέσεων: Μονόπλευρου και Αμφίπλευρου ελέγχου.
4. Στη συνέχεια, με βάση μια **κρίσιμη τιμή**, καθορίζουμε την περιοχή απόρριψης της H_0 , πέρα από την κρίσιμη τιμή.
5. Τέλος, εφόσον η στατιστική τιμή βρίσκεται μέσα στα όρια της περιοχής απόρριψης της H_0 , θα πρέπει να απορρίψουμε την H_0 . Σε αντίθετη περίπτωση θα πρέπει να την «**αποδεχθούμε**»
 - αν η **στατιστική τιμή** $>$ **κρίσιμης τιμής** τότε απορρίψαμε την μηδενική υπόθεση
 - Προσοχή, αν δεν απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση τότε μπορεί να ισχύει η μηδενική (μπορεί και όχι)

Για την αμφίπλευρη υπόθεση

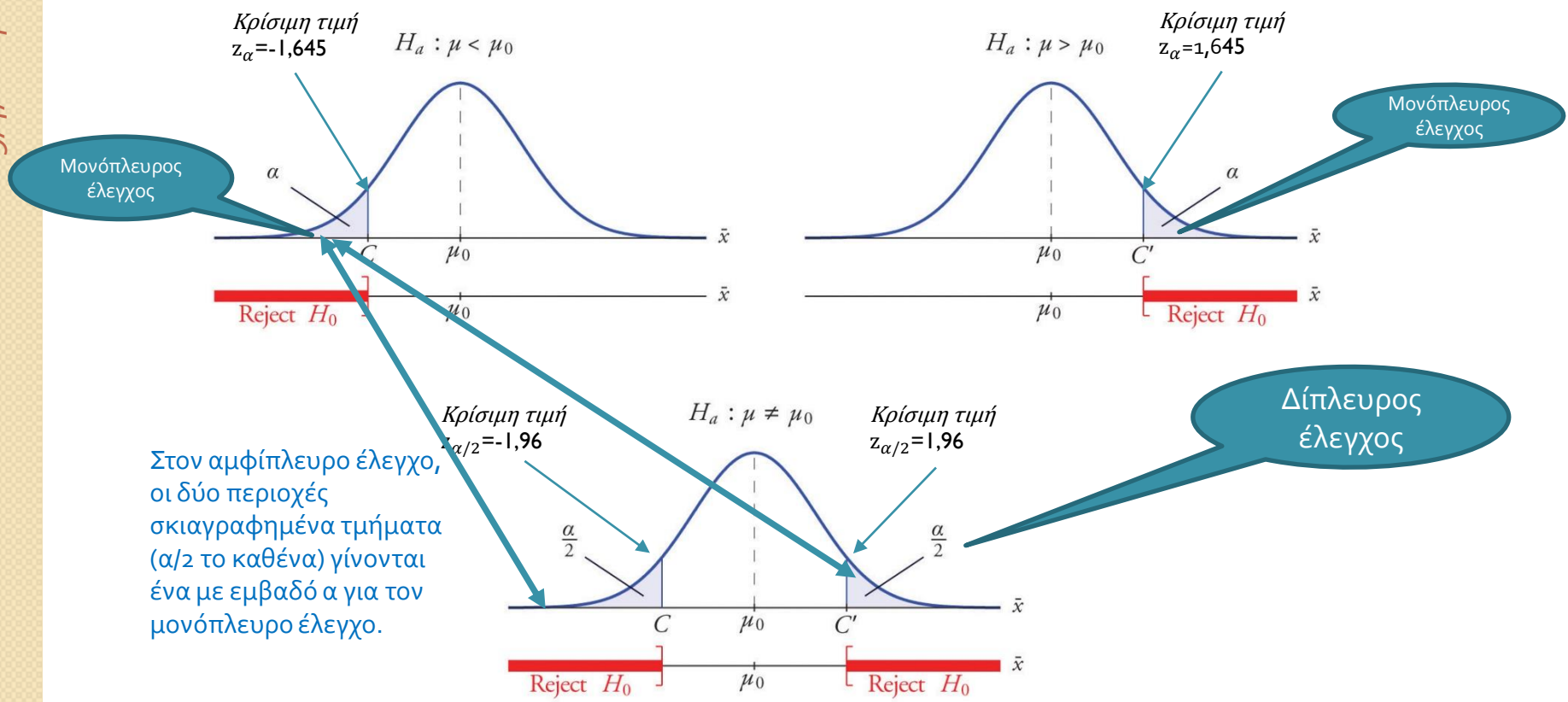
- Η κρίσιμη τιμή καθορίζεται αριστερά και δεξιά από την περιοχή με εμβαδό (πιθανότητα) $\alpha/2=0,025$. Όπου α το επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0.05$



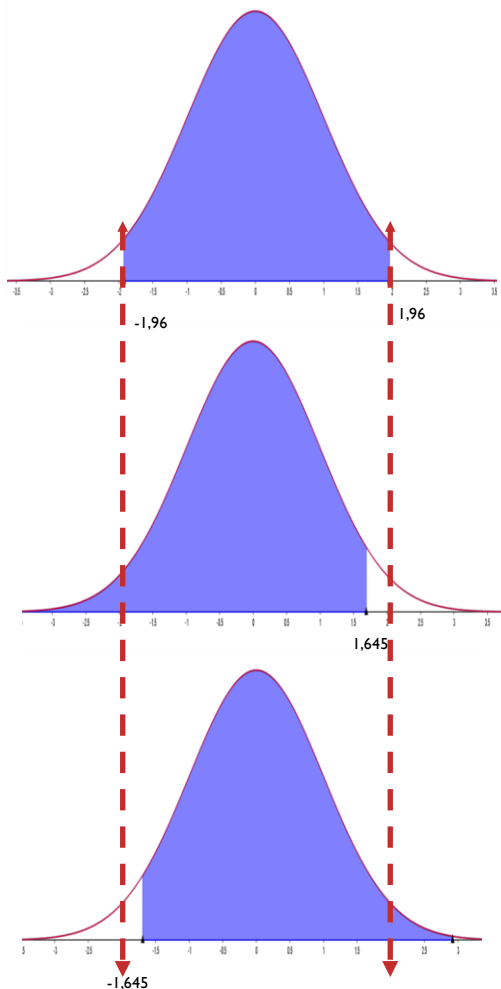
Για τον μονόπλευρο έλεγχο υποθέσεων (2/2)

- Η κρίσιμη τιμή καθορίζεται αριστερά ή δεξιά από την περιοχή με εμβαδό (πιθανότητα) α . Όπου α το επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0.05$

9/4/2024



Λαμβάνοντας υπόψη την τυπική κανονική κατανομή



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57534
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65174
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68794
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72241
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75491
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78523
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83892
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84850	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90148
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92786	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95448
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96326
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97195	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97671
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98573
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98898
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99156
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99360
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99519
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99642
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.99720	0.99728	0.99735
2.8	0.99744	0.99752	0.99760	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99860
3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99897	0.99899

Για τον μονόπλευρο έλεγχο

- Ένας μονόπλευρος έλεγχος είναι λιγότερο αυστηρός από ότι ένας αμφίπλευρος:
 - Η περιοχή απόρριψης ορίζεται εξ ολοκλήρου στην μια μόνο πλευρά της κατανομής του ελέγχου.
 - Το **επίπεδο σημαντικότητας** είναι διπλάσιο (α) από το αντίστοιχο του αμφίπλευρου ελέγχου ($\alpha/2$).
 - Αν απορρίψουμε τη μηδενική υπόθεση αμφίπλευρου ελέγχου έχουμε απορρίψει ταυτόχρονα και τη μηδενική υπόθεση μονόπλευρου ελέγχου
 - Σε πολλές περιπτώσεις μονόπλευρου ελέγχου απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση ενώ στο αντίστοιχο αμφίπλευρο δεν απορρίπτεται.
- Προσοχή: Ο μονόπλευρος έλεγχος πρέπει να αξιοποιείται σε περιπτώσεις που έχουμε συγκεκριμένη κατεύθυνση και δεν υπάρχει λόγος να ελέγχεται η αντίθετη.

Στατιστικά σημαντικό...

- Λέμε ότι το αποτέλεσμα του ελέγχου είναι **στατιστικά σημαντικό (Statistically Significant)**
 - όταν το αποτέλεσμα δεν έχει προέλθει από τυχαίους παράγοντες
 - η όποια διαφορά που βρέθηκε δεν είναι τυχαία αφού αν θεωρητικά πραγματοποιήσουμε άπειρες φορές την «ίδια» έρευνα τα αποτελέσματα στις $(1-\alpha) = 95\%$ των περιπτώσεων θα είναι περίπου ίδια.
- **Προσοχή:**
 - Η **αναγωγή** του όποιου στατιστικά σημαντικού συμπεράσματος στον πληθυσμό βασίζεται επιπλέον και στην **αντιπροσωπευτικότητα** του δείγματος.

Είδη σφαλμάτων στους ελέγχους υποθέσεων (1/2)

- Σφάλμα τύπου I (α)
 - Πιθανότητα, απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης ενώ αυτή ισχύει.
 - $\alpha = P(\text{απόρριψης της } H_0 \mid H_0 \text{ είναι αληθής})$
 - *Μεγάλο δείγμα μπορεί να οδηγήσει σε σφάλμα τύπου I.*
- Σφάλμα τύπου II (β)
 - Πιθανότητα, αποδοχής της μηδενικής υπόθεσης ενώ αυτή δεν ισχύει.
 - $\beta = P(\text{μη απόρριψης της } H_0 \mid H_0 \text{ είναι ψευδής})$
 - *Μικρό δείγμα μπορεί να οδηγήσει σε σφάλμα τύπου II.*

Είδη σφαλμάτων στους ελέγχους υποθέσεων (2/2)

Αποτελέσματα ελέγχου της "Μηδενικής Υπόθεσης (H_0)"



		Πραγματικότητα	
		Αληθής	Ψευδής
Πείραμα (Απόφαση)	Αληθής (Δεν Απορρίπτω της H_0)	1-α (Σωστή απόφαση)	β (Σφάλμα τύπου II)
	Ψευδής (Απορρίπτω την H_0)	α (Σφάλμα τύπου I)	1-β (Σωστή απόφαση)

Άγνωστη πιθανότητα
Συνήθως
μεγαλύτερη του α

ΙΣΧΥΣ του Ελέγχου

5% ή μικρότερο
Το καθορίζουμε
εξαρχής

Καλύτερα ένας ένοχος εκτός φυλακής παρά ένας αθώος μέσα!

- Έστω ο «ΑΑΑ» έχει συλληφθεί για ένα ειδικό έγκλημα (φόνος)

H₀: ο «ΑΑΑ» είναι αθώος

H₁: ο «ΑΑΑ» είναι ένοχος

- Ποιο από τα προηγούμενα λάθη δεν πρέπει να υποπέσουμε και γιατί;

Προσοχή στο «δικαστικό» λάθος **α**

Έλεγχος της H_0 υπόθεσης: "Ο ΑΑΑ είναι αθώος"

		Πραγματικότητα	
		Αληθής	Ψευδής
Δικαστήριο (Απόφαση)	Αληθής	1- α	β
	Ψευδής	α	1- β

Παράγοντες που επηρεάζουν την ισχύ ενός ελέγχου

- Αυξάνοντας το μέγεθος του δείγματος είναι πιο πιθανό να απορρίψεις τη μηδενική υπόθεση. Επομένως αυξάνεται η ισχύς.
- Όσο μικρότερο είναι το επίπεδο σημαντικότητας τόσο μικρότερη είναι η ισχύς του ελέγχου. Μειώνοντας το επίπεδο σημαντικότητας από 0,05 σε 0,01 η περιοχή απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης γίνεται μικρότερη και επομένως είναι λιγότερο πιθανό να απορρίψεις τη μηδενική υπόθεση.
- Όσο πιο μεγάλη είναι η διαφορά μεταξύ της «πραγματικής» τιμής της παραμέτρου και της τιμής που καθορίζεται στην μηδενική υπόθεση τόσο πιο μεγάλη είναι η ισχύς του ελέγχου.

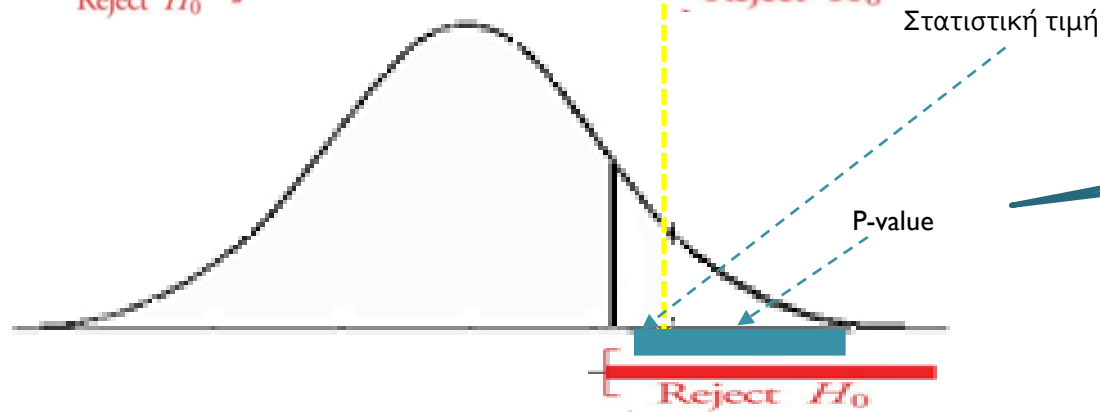
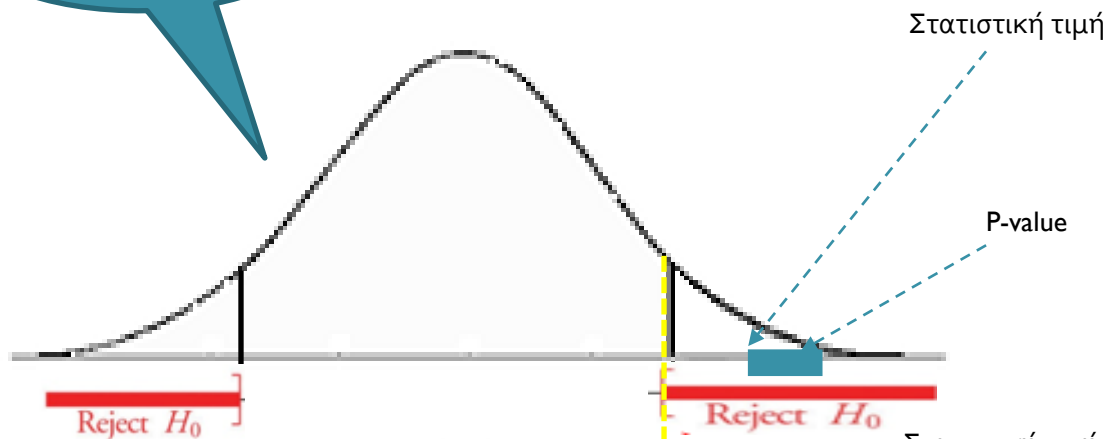
Επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας

(significance level)

- Εκφράζει την πιθανότητα να βρεθεί κάποια άλλη στατιστική τιμή (ΣT) μετά από την στατιστική τιμή που έχω υπολογίσει, $P(\Sigma T > \text{τιμή})$.
Διαφορετικά, είναι η πιθανότητα απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης, σύμφωνα με την θέση της στατιστικής τιμής στην περιοχή απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης.
- Η πιθανότητα να έχει εμφανιστεί το αποτέλεσμα από τυχαίους παράγοντες
- Συμβολίζεται με: **p-value**
 - Για στατιστικά σημαντικά αποτελέσματα $p \leq \alpha = 5\%$ ή 1% ή 1% . Όσο πιο μικρή τιμή έχει το p τόσο πιο ισχυρή είναι η ένδειξη εναντίον της μηδενικής υπόθεσης.

P-value: Όσο πιο μικρή είναι η P-Value τόσο ισχυρότερες ενδείξεις εναντίον της μηδενικής υπόθεσης έχουμε από το τυχαίο δείγμα.

Δίπλευρος έλεγχος



Μονόπλευρος έλεγχος