Ασκήσεις Πιθανοτήτων και Κατανομών

1). Ποια η πιθανότητα μια ποδοσφαιρική ομάδα να κερδίσει τουλάχιστον έναν από τους δύο αγώνες τίτλους, αν η πιθανότητα να κερδίσει το πρωτάθλημα (Π) είναι 30%, το κύπελλο (Κ) είναι 10% ενώ και τα δύο 6%

Λύση:
Η ζητούμενη πιθανότητα είναι $P(\Pi \cup K)$

άρα έχουμε:

$P(\Pi \cup K) = P(\Pi) + P(K) - P(\Pi \cap K) = 0{,}30 + 0{,}10 - 0{,}06 = 0{,}34$

2). Η πιθανότητα ένας φοιτητής να αποτύχει στο μάθημα των Οικονομικών (Οικ.), στη Στατιστική (Σ) ή και στα δύο είναι $P(\text{Οικ} \cap \Sigma) = 0{,}03$, $P(\text{Οικ}) = 0{,}20$, $P(\Sigma) = 0{,}15$ και

Ποια η πιθανότητα ο φοιτητής να αποτύχει στα Οικονομικά δεδομένου ότι θα αποτύχει στη Στατιστική;

Λύση

$P(\text{Οικ} | \Sigma) = \dfrac{P(\text{Οικ} \cap \Sigma)}{P(\Sigma)} = \dfrac{0{,}03}{0{,}15} = 0{,}20 = P(\text{Οικ})$

Διαπιστώνουμε ότι $P(\text{Οικ} | \Sigma) = P(\text{Οικ})$ άρα τα γεγονότα Οικ και Σ είναι ανεξάρτητα

3). Εάν $P(A) = 0{,}65$, $P(B) = 0{,}40$ και $P(A \cap B) = 0{,}24$, ελέγξτε εάν τα γεγονότα Α και Β είναι ανεξάρτητα.

Λύση
Για να είναι ανεξάρτητα πρέπει να ισχύει
$P(A \cap B) = P(A) P(B)$
$0{,}24 \neq 0{,}65 \cdot 0{,}40 \Rightarrow$ δεν είναι ανεξάρτητα

4). Ο παρακάτω πίνακας παρουσιάζει τον αριθμό φοιτητών ενός Πανεπιστημίου ανά φύλο και αντικείμενο σπουδών:

Αντικείμενο Σπουδών	Φύλο: Άνδρες	Γυναίκες	Σύνολο
Τέχνες	400	600	1000
Επιστήμη	350	450	1000
Κοινωνική Επιστήμη	250	250	500
Σύνολο	1200	1300	2500

Να υπολογιστούν οι ακόλουθες πιθανότητες:

α). η πιθανότητα ένας φοιτητής να είναι άνδρας

β) η πιθανότητα να είναι γυναίκα

γ) η πιθανότητα να σπουδάζει Κοινωνική επιστήμη

δ). η πιθανότητα ένας φοιτητής να σπουδάζει τέχνες, δεδομένου ότι είναι άνδρας

ε) η πιθανότητα να επιλεγεί μια φοιτήτρια δεδομένου ότι είναι επιστήμη. που σπουδάζει γυναίκα

στ). η πιθανότητα να επιλεγεί μια φοιτήτρια που έχουμε ήδη φοιτήτρια, δεδομένου ότι σπουδάζει επιστήμη.

Λύση

α. $p(A) = \frac{\text{ευνοϊκές}}{\text{δυνατές}} = \frac{1200}{2500} = 0,48$

β. $p(\Gamma) = \frac{\text{ευνοϊκές}}{\text{δυνατές}} = \frac{1300}{2500} = 0,52$

γ. $p(KE) = \frac{\text{ευνοϊκές}}{\text{δυνατές}} = \frac{500}{2500} = 0,2$

δ. $p(T|A) = \frac{p(T \cap A)}{p(A)} = \frac{400/2500}{1200/2500} = \frac{400}{1200} = 0.33$

ε). $P(E|\Gamma) = \frac{P(E\cap\Gamma)}{P(\Gamma)} = \frac{450/2500}{1300/2500} = \frac{450}{1300} = 0{,}35$

στ). $P(\Gamma|\text{φοιτήτρια και } \varepsilon) = \frac{450}{1000} = 0.45$

5). Έστω ότι η κατανομή του αριθμού των λαθών σε μια σελίδα ενός ηλεκτρονικού περιοδικού δίνεται στον ακόλουθο πίνακα:

Χ αριθμός λαθών	$P(X=x)$
0	0,83
1	0.15
2	0,02

Να υπολογιστούν το $E(X)$ και $V(X)$.

Λύση

X = αριθμός λαθών σε μια σελίδα

→ διακριτή τ.μ.

$E(X) = \sum_{x=0}^{2} x P(X=x) = 0\cdot 0{,}83 + 1\cdot 0{,}15 + 2\cdot 0{,}02 = 0{,}19$

Άρα, αναμένουμε να βρούμε κατά μέσο όρο 0,19 λάθη σε κάθε σελίδα

$V(X) = E(X^2) - (EX)^2$

Αρχικά, θα υπολογίσουμε το EX^2

$EX^2 = \sum_{x=0}^{2} x^2 P(X=x) = 0^2\cdot 0{,}83 + 1\cdot 0{,}15 + 2^2\cdot 0{,}02 = 0.15 + 4\cdot 0{,}02 = 0{,}23$

Άρα $V(X) = 0{,}23 - 0.19^2 = 0{,}23 - 0{,}0361 = 0.1939$

$\sigma_X = \sqrt{V(X)} = \sqrt{0{,}1939}$

C2

6). Ποια η πιθανότητα να βρούμε 4 καπνιστές σε ένα τ.δ. μεγέθους 6 ατόμων, αν η πιθανότητα να βρούμε καπνιστή είναι 0,25;

Λύση:

X = αριθμός καπνιστών

$n = 6$

$p = 0,25$

$X \sim B(n, p)$ όπου $n = 6$ και $p = 0,25$

Η ζητούμενη πιθανότητα είναι $P(X=4)$. Άρα έχουμε:

$$P(X=4) = \binom{n}{4} p^4 q^{n-4} = \binom{6}{4} 0,25^4 \, 0,75^{6-4} =$$

$$= \frac{6!}{4!\,2!} 0,25^4 \, 0,75^2 = \frac{\cancel{4!}\,5 \cdot 6}{\cancel{4!}\,1 \cdot 2} 0,25^4 \cdot 0,75^2 =$$

$$= 0,033$$

7). Ποια η πιθανότητα, όταν στρίψουμε ένα νόμισμα 5 φορές, να εμφανιστούν γράμματα 3 φορές;

Λύση:

X = αριθμός εμφάνισης Γ
$n = 5$ φορές
$p = 1/2$

$\left.\right\} X \sim B(n, p)$ $P(X=3)$

η ζητούμενη πιθανότητα είναι $P(X=3)$

$$P(X=3) = \binom{5}{3} \frac{1}{2}^3 \frac{1}{2}^2 = \frac{5!}{3!\,2!} (0,5)^3 (0,5)^2 =$$

$$= \frac{3!\,4 \cdot 5}{3!\,1 \cdot 2} (0,5)^3 (0,5)^2 = 0,3125$$

8) Μια γραμματεία λαμβάνει κατά μέσο όρο 10 τηλεφωνήματα την ώρα. Ποιο θα είναι η πιθανότητα να λάβει 4 τηλεφωνήματα σε μια ώρα που επιλέγουμε τυχαία;

Λύση

X = αριθμός τηλ/των σε μια ώρα

$X \sim P(\lambda)$ με $\lambda = 10$ τηλ/τα την ώρα

$$P(X=4) = \frac{e^{-10} \cdot 10^4}{4!} = \frac{0{,}000045 \cdot 10.000}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 0{,}01892$$

9). Ένας αγοραστής διαπιστώνει ότι, τηλεφωνικά γαυροπρόσεγα δύο από τις τρεις τηλεφωνικές αγορές σε κατάστημα που γίνονται υπάρχουν. Ο αγοραστής προσπαθεί να κάνει δώδεκα αγορές. Έστω ότι X είναι ο αριθμός των αγορών. Είναι η X για διακριτή τ.μ.; επιτυχών αγορών.

Λύση

Η X είναι διακριτή γιατί οι αγορές είναι ανεξάρτητες.

10). Παρατηρήθηκε ότι το 20% των υποψηφίων αποτυγχάνουν σε μια εξέταση. Αν X ο αριθμός εκείνων που αποτυγχάνουν από 25 υποψήφιους, ποια η πιθανότητα στην εξέταση

α) $X \geq 1$ β) $X \leq 20$ γ) $5 \leq X \leq 20$

Λύση

$X \sim B(25, 0.2)$

α) $P(X \geq 1) = 1 - P(X<1) = 1 - P(X=0) =$

$= 1 - \binom{25}{0} 0.2^0 \, 0{,}8^{25} = 1 - 0.0038 = 0.9962$

β). $P(X \le 20) = \sum_{x=0}^{20} P(X=x) =$

$= \sum_{x=0}^{20} \binom{25}{x} 0.2^{x}\, 0.80^{25-x} = 1$

γ). $P(5 \le X \le 20) = P(X \le 20) - P(X \le 5) =$

$= 1 - \sum_{x=0}^{5} P(X=x) = 1 - \sum_{x=0}^{5} \binom{25}{x} 0.2^{x}\, 0.8^{25-x}$

$= 0.3833$

11). Ο αριθμός των ατυχημάτων σε μια διασταύρωση σε ένα μήνα έχει κατανομή Poisson με παράμετρο $\lambda = 4$ ατυχήματα ανά μήνα. Ποια η πιθανότητα να συμβεί σε μια εβδομάδα τουλάχιστον ένα ατύχημα.

λύση

Με την υπόθεση ότι ο μήνας έχει 4 εβδομάδες, είναι ο εβδομαδιαίος ρυθμός των ατυχημάτων ο εβδομάδα $\sim P(1)$

$\lambda = 4/4 = 1$

Άρα $X =$ ο αριθμός ατυχ. σε 1 εβδομάδα

$P(X \ge 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X=0) = 1 - \frac{e^{-1} 1^{0}}{0!} = 1 - e^{-1} = 1 - \frac{1}{e} = 1 - 0,3679 =$

$= 0,6321$

12). Σε ένα κατάστημα έχει διαπιστωθεί ότι η ζήτηση ενός προϊόντος Α σε τεμάχια ακολουθεί την Poisson με $\lambda = 4$ ανά μέρα.

α). Να προσδιοριστεί η κατανομή ζήτηση του προϊόντος.

β). Ποια η πιθανότητα η ζήτηση να είναι μεγαλύτερη από 5;

Λύση

α) X = πλήθος τροχαίων που συμβαίνουν ανά μέρα
$X \sim P(\lambda)$ με $\lambda = 4$ κατά μέσο όρο

$$f(x) = P(X=x) = \frac{e^{-4}4^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, 3, \dots$$

β) $P(X>5) = 1 - P(X \leq 5) = 1 - 0{,}785 = 0{,}215$

Η $P(X \leq 5)$ μπορεί να υπολογιστεί είτε από πίνακα είτε ως εξής:

$$P(X \leq 5) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) = \frac{e^{-4}4^0}{0!} + \frac{e^{-4}4^1}{1!} + \frac{e^{-4}4^2}{2!} + \frac{e^{-4}4^3}{3!} + \frac{e^{-4}4^4}{4!} + \frac{e^{-5}4^5}{5!} = 0{,}785$$

13) Θεωρούμε ότι τα καταστήματα που κλείνουν κατά ένα συγκεκριμένο διάστημα είναι κατά μέσο όρο 7,2 ανά χρόνο. Αν X παριστάνει το πλήθος των καταστημάτων που κλείνουν, τότε να βρεθεί η πιθανότητα κανένα κατάστημα δεν κλείνει σε 4 μήνες. Επίσης, να υπολογισθεί η πιθανότητα να κλείσουν τουλάχιστον 3 καταστήματα ανά χρόνο.

Λύση

Y = πλήθος καταστημάτων που κλείνουν ανά χρόνο. $X \sim P(\lambda')$ με $\lambda' = 7{,}2$ ανά χρόνο

Στο πρώτο ερώτημα ενδιαφέρει $X=0$ καταστήματα τα οποία κατά μέσο όρο ορίζουμε ότι κλείνουν σε 4 μήνες από

εδώ $\lambda = 7{,}2 \cdot \frac{1}{3} = 2{,}4$

$$P(X=0) = \frac{e^{-2.4}\,2{,}4^0}{0!} = 0{,}091$$

Στο διάστημα χρόνου ~~μας~~ ενδιαφέρει ο Y = αριθμός αυτοκινήτων που φτάνουν στο χρόνο

$$P(Y \geq 3) = 1 - P(Y < 3) = 1 - P(Y=0) - P(Y=1) - P(Y=2) = 1 - \frac{e^{-7,2} \cdot 7,2^0}{0!} - \frac{e^{-7,2}\, 7,2^1}{1!} - \frac{e^{-7,2}\, 7,2^2}{2!} = 0,97452$$

14) Η διακριτή τ.μ. X έχει σ.π.

$$f(x) = P(X=x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^x, & x = 1,2,3,4,5 \\ a, & x = 6 \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}$$

όπου a σταθερά

α) Να βρεθεί η τιμή της a

β) Να κατασκευαστεί ο πίνακας κατανομής πιθανότητας της X.

Λύση

α) $\sum_{x=1}^{6} f(x) = 1 \Rightarrow$

$\Leftrightarrow P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) + P(X=6) = 1$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + a = 1 \Leftrightarrow a = 0,03125$

β)

x_i	$f(x)$
1	0.5
2	0.25
3	0.125
4	0.0625
5	0.03125
6	0.03125

15) Η τ.μ. X παίρνει τιμές 2, 4 και 5 με πιθανότητες $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}$ και $\frac{2}{4}$ αντίστοιχως. Να υπολογιστεί η $V(X)$ και η τυπική απόκλιση της X.

λύση

Ο πίνακας κατανομής πιθανοτήτων είναι ο ακόλουθος:

x_i	$f(x)$
2	1/4
4	1/4
5	2/4

Η $V(X)$ δίνεται από τον τύπο

$$V(X) = E(X^2) - (E X)^2$$

και να υπολογίσουμε το $E(X)$ και άρα πρέπει να υπολογίσουμε $E(X^2)$. Άρα, έχουμε

$$E(X) = \sum x f(x) = 2 \cdot \frac{1}{4} + 4 \cdot \frac{1}{4} + 5 \cdot \frac{2}{4} = 4$$

$$E(X^2) = \sum x^2 f(x) = 2^2 \frac{1}{4} + 4^2 \frac{1}{4} + 5^2 \frac{2}{4} = 17,5$$

$$V(X) = 17,5 - 4^2 = 1,5$$

άρα $\sigma = \sqrt{V(x)} = \sqrt{1,5} \simeq 1,225$

16) Ένας παίκτης παίζει ένα παιχνίδι με πιθ/τα $\frac{1}{2}$ σε κάθε παρτίδα του να κερδίσει. Πόσες παρτίδες πρέπει να παίξει τουλάχιστον για να κερδίσει ένα παιχνίδι με πιθ/τα μεγαλύτερη του 95%;

λύση

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X<1) = 1 - P(X=0) = 1 - \binom{n}{0}\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(\frac{1}{2}\right)^n > 0,95 \Longrightarrow$$

και θέλουμε $1 - \binom{n}{0}\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(\frac{1}{2}\right)^n$

$\iff 1-\left(\frac{1}{2}\right)^n > 0.95 \iff \frac{1}{2^n} < 0.05 \iff$

$\iff \frac{1}{0,05} < 2^n \iff 20 < 2^n \iff$

$\iff 2^n > 20 \iff n\ln 2 > \ln 20 \iff$

$\iff n > \frac{\ln 20}{\ln 2} = \frac{2,9957}{0,6931} = 4,32$

$\iff n > 4.32$

Άρα $n=5$ δηλ. πρέπει να εξετασθούν τουλάχιστον 5 [illegible]

17) Στρίβουμε ένα νόμισμα 5 φορές και σημειώνουμε με X τον αριθμό των εμφανίσεων «Κ».
α) Είναι η διαδικασία αυτή διωνυμικό πείραμα; και
β) Να γράψετε την κατανομή πιθανότητας της διωνυμικής τ.μ. X.

Λύση

α) Ναι, [illegible] $X \sim B(n,p)$ $n=5$, $p=\frac{1}{2}$

β) $f(x)=P(X=x)=\binom{5}{x}\left(\frac{1}{2}\right)^x\left(\frac{1}{2}\right)^{5-x}, \quad x=0,\dots,5$

$P(X=0)=\binom{5}{0}\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(\frac{1}{2}\right)^5=0,031$

$P(X=1)=\binom{5}{1}\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^4=0,156$

$P(X=2)=\binom{5}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^3=0,313$

$P(X=3)=\binom{5}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^2=0,313$

$P(X=4)=\binom{5}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)=0,156$

$P(X=5)=\binom{5}{5}\left(\frac{1}{2}\right)^5\left(\frac{1}{2}\right)^0=0,031$

18) Αν $X \sim N(9, 9)$, να υπολογίσετε η $P(X>2)$.

Λύση

$$P(X>2) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{2-9}{3}\right) = P\left(Z > \frac{-7}{3}\right)$$

$$= P(Z > -2.33) = 1 - P(Z \leq -2.33) =$$

$$= 1 - \Phi(-2.33) = 1 - [1 - \Phi(2.33)] = \Phi(2.33)$$

$$= 0.990097$$

19) Αν $X \sim N(100, 15^2)$, να υπολογίσετε η $P(115 \leq X \leq 130)$.

Λύση

$$P(115 \leq X \leq 130) = P\left(\frac{115-100}{15} \leq \frac{X-\mu}{\sigma} \leq \frac{130-100}{15}\right)$$

$$= P(1 \leq Z \leq 2) = P(Z \leq 2) - P(Z \leq 1) =$$

$$= \Phi(2) - \Phi(1) = 0.977250 - 0.841345 = 0.135905$$

20) Οι τιμές διαμερισμάτων 3 δωματίων σε μια περιοχή υποθέτουμε ότι ακολουθούν τη $N(69800, 10.000^2)$

α) Ποιο ποσοστό διαμερισμάτων έχει αξία τουλάχιστον 73.000 €;

β) Ποιο ποσοστό διαμερισμάτων έχει αξία το πολύ 67.000 €;

Λύση

X = τιμές των διαμερισμάτων

$X \sim N(69.800, 10.000^2)$

α) $P(X \geq 73.000) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \geq \frac{73.000-69800}{10000}\right)$

$$= P(Z \geq 0.32) = 1 - P(Z < 0.32) = 1 - \Phi(0.32)$$

$$= 1 - 0.62 = 0.38 \text{ δηλ. } 38\%$$

β). $P(X \leq 67.000) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \leq \frac{67.000 - 69.800}{10.000}\right)$

$= P(Z \leq -0,28) = \Phi(-0,28) = 1 - \Phi(0,28) =$

$= 1 - 0,61 = 0,39$ δηλ. 39%

21). Εργοστάσιο παραγωγής ζάχαρης χρησιμοποιεί για την συσκευασία την αυτόματη μηχανή ενός κιλού. Σύμφωνα με τα στοιχεία του εργοστασίου το βάρος των πακέτων ζάχαρης θεωρείται ότι ακολουθεί την Κανονική Κατανομή με $\mu = 999,5$ gr και $\sigma = 6$ gr. Επίσης, σύμφωνα με τις προδιαγραφές του προϊόντος, για να θεωρείται αποδεκτή η συσκευασία ενός κιλού το βάρος των πακέτων ζάχαρης είναι εντός των ορίων [989, 1010] gr.

Να υπολογισθούν τα ακόλουθα:

α). Αν επιλεγεί τυχαία ένα πακέτο ζάχαρης να βρεθεί πιθανότητα το βάρος του να ξεπερνά τα 1004 gr

β) Αν επιλεγεί τυχαία ένα πακέτο να βρεθεί πιθανότητα το βάρος του να κυμαίνεται μεταξύ 998 και 1001 gr

γ) Ποιο το ποσοστό των μη αποδεκτών συσκευασιών;

δ) Έστω ότι γίνεται έλεγχος σε 20 τυχαία επιλεγμένα πακέτα ζάχαρης. Ποια η πιθανότητα 18 να πληρούν τις προδιαγραφές;

Λύση

α). X = βάρος των πακέτων ζάχαρης

$X \sim N(999,5,\ 6^2)$

$P(X > 1004) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{1004 - 999,5}{6}\right)$

$= P(Z > 0,75) = 1 - P(Z \leq 0,75) =$

$= 1 - \Phi(0,75) = 0.2266$

β). $P(998 < X < 1001) = P\left(\frac{998-999{,}5}{6} < \frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{1001-999{,}5}{6}\right)$

$= P(-0.25 < Z < 0.25) = P(Z < 0.25) - P(Z < -0.25)$

$= \Phi(0.25) - \Phi(-0{,}25) = \Phi(0.25) - [1 - \Phi(0.25)]$

$= 2\Phi(0.25) - 1 = 0.19742$

γ). Οι μη αποδεκτές συσκευασίες είναι αυτές που βρίσκονται εκτός ορίων. Επομένως, πρέπει να υπολογιστεί το

$P(X < 989) + P(X > 1010) =$

$= P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{989-999{,}5}{6}\right) + P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{1010-999{,}5}{6}\right)$

$= P(Z < -1{,}75) + P(Z > 1.75) =$

$= \Phi(-1{,}75) + 1 - P(Z \leq 1.75) = 1 - \Phi(1{,}75) + 1 - \Phi(1{,}75)$

$= 2 - 2 \cdot \Phi(1{,}75) = 2 - 2 \cdot 0{,}95994 = 0{,}08012$

δηλ. το ποσοστό των μη αποδεκτών είναι περίπου 8%

δ). Εδώ μας ενδιαφέρει ο αριθμός των πακέτων που πληρούν τις προδιαγραφές (αποδεκτών πακέτων)

Έστω Y = αριθμός πακέτων όπου $n = 20$

Τώρα η $Y \sim B(n, p)$ αποδεκτών πακέτων

και p η πιθανότητα των αποδεκτών πακέτων

και ισχύει $p = 1 - 0{,}08012 = 0{,}9198$

$P(Y=18) = \binom{20}{18} 0{,}9198^{18} \cdot 0{,}08012^{2} = 0.27$

22). Τα αποτελέσματα ενός τεστ δεξιοτήτων ακολουθούν την κανονική κατανομή με $\mu = 500$ και $\sigma = 100$. Ποιος είναι ο μικρότερος βαθμός που μπορεί να πάρει κάποιος, ώστε να βρίσκεται στο 15% της υψηλότερης βαθμολογίας της κατανομής;

Λύση

X = αποτέλεσμα/βαθμός στο τεστ

$X \sim N(500, 100^2)$

$P(X > x_0) = 0.15 \Rightarrow P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{x_0 - 500}{100}\right) = 0.15$

$\Leftrightarrow P\left(Z > \frac{x_0-500}{100}\right) = 0.15 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 1 - P\left(Z \leq \frac{x_0-500}{100}\right) = 0.15 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow P\left(Z \leq \frac{x_0-500}{100}\right) = 0.85 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \Phi\left(\frac{x_0-500}{100}\right) = 0.85.$

Από τον πίνακα της Κανονικής Κατανομής βρίσκουμε τον αριθμό που έχει σ.κ. ίση με 0.85

$\frac{x_0-500}{100} = 1{,}04 \Leftrightarrow x_0 = 500 + 1{,}04 \cdot 100 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x_0 = 604$

Άρα το 15% των αποτελεσμάτων είναι μεγαλύτερο από 604.

23) Ποιές από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές και ποιές λάθος.

α. Στις επαναλήψεις ενός διωνυμικού πειράματος οι πιθανότητες επιτυχίας αλλάζουν από επανάληψη σε επανάληψη.

β. Σε ένα διωνυμικό πείραμα έχουμε το πολύ τόσες επιτυχίες όσες και οι επαναλήψεις του πειράματος.

γ. Η σ.κ. $\Phi(z)$ της μεταβλητής Z δίνει την πιθανότητα, με την οποία η Z παίρνει τουλάχιστον την τιμή z.

δ. Η σ.κ. $F(x)$ μιας μεταβλητής X δείχνει την πιθανότητα να παίρνει η μεταβλητή X το πολύ την τιμή x.

Λύση

Σωστές: β, δ

Λάθος: α, γ