

## Κύματα σε διατάξεις περισσότερες από μια

► Η κίνηση των στοιχείων μιας χορδής που διαταράσσεται ελαφρώς από την θέση ισορροπίας της περιγράφεται από την εξίσωση  $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$  (1) όπου  $y(t, x)$  η απόκλιση του στοιχείου που βρίσκεται στην θέση  $x$  την χρονική στιγμή  $t$ .

► Η (1) περιγράφει την διάδοση μιας διατάραχής κατά μήκος της χορδής με ταχύτητα  $c = \sqrt{T/\rho}$  (2) όπου  $T$  η τάση της χορδής  $\rho$  η γραμμική της πυκνότητα.

► Η (1) προϋποθέτει ότι τα στοιχεία της χορδής ταλαντώνονται κάθετα στην διεύθυνση διάδοσης της διατάραχής περιγράφοντας αυτό που ονομάζεται ΕΓΚΑΡΣΙΟ ΚΥΜΑ.

► Κατά παρόμοιο τρόπο, η κίνηση των στοιχείων ενός αερίου που υφίσταται μια μικρή διατάραχή της πίεσής του κατά τον  $x$ -άξονα περιγράφεται από την εξίσωση  $\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2}$  (3) όπου  $\eta(t, x)$  η μετατόπιση από την θέση ισορροπίας του στοιχείου που βρίσκεται αρχικά στην θέση  $x$  κατά την χρονική στιγμή  $t$ .

► Η (3) έχει παρόμοιες ιδιότητες με την (1) άρα περιγράφει την διάδοση μιας διατάραχής κατά μήκος του  $x$ -άξονα με ταχύτητα  $c = \sqrt{\gamma P_0 / \rho_0}$  (4) όπου  $P_0$  η πίεση του αερίου,  $\rho_0$  η πυκνότητά του  $\gamma$  αδιάστατη σταθερά.

► (2), (4)  $\Rightarrow c^2 = \frac{[\text{Μέτρο της αλληλεπίδρασης των στοιχείων}]}{[\text{Μέτρο της αδράνειας των στοιχείων}]} \quad (5)$



▶ Η (3) προϋποθέτει ότι τα στοιχεία του αερίου ταλαντώνονται κατά την διεύθυνση της διάδοσης της διατάραξης περιγράφοντας κύλι που ονομάζεται ΔΙΑΜΗΚΕΣ ΚΥΜΑ.

▶ Το δισδιάστατο ανάλογο μιας χορδής που κρέμει κατά τον άξονα  $x$  είναι μια μεμβράνη ακίνητη αρχικά πάνω στο επίπεδο  $x-y$ . Η απόμάκρυνση  $z(t, x, y)$  των στοιχείων της μεμβράνης όταν αυτή διαταραχθεί ελαφρώς από την δέση ισορροπίας τους υπακούει σε μια εξίσωση εντάως ανάλοχη των (1) κ' (3):

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \quad (6)$$

όπου η  $c$  έχει την γενική μορφή (5) και είναι η ταχύτητα διάδοσης ενός (δισδιάστατου κύλι την φορά) ελαφρού κύματος επί της μεμβράνης.

▶ Όταν χτυπήσουμε ελαφρώς το στυλό στο γραφείο μας ένα ακουστικό κύμα αρχίζει να διαδίδεται προς κάθε κατεύθυνση.

Συλαδί μια διατάραχη της πίεσης Η μικρή αυτή μεταβολή  $p$  της πίεσης σε κάθε σημείο του χώρου υπακούει στην εξίσωση

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (7)$$

όπου πάλι η ταχύτητα διάδοσης της διατάραξης  $c$  έχει την μορφή (5).

▶ Αντεκαθιστώντας τα  $z$  κ'  $p$  με τυχαίο φυσικό μέγεθος στις (6) κ' (7) έχουμε την γενική μορφή της κυματικής εξίσωσης σε 2 κ' 3 διαστάσεις αντίστοιχα.