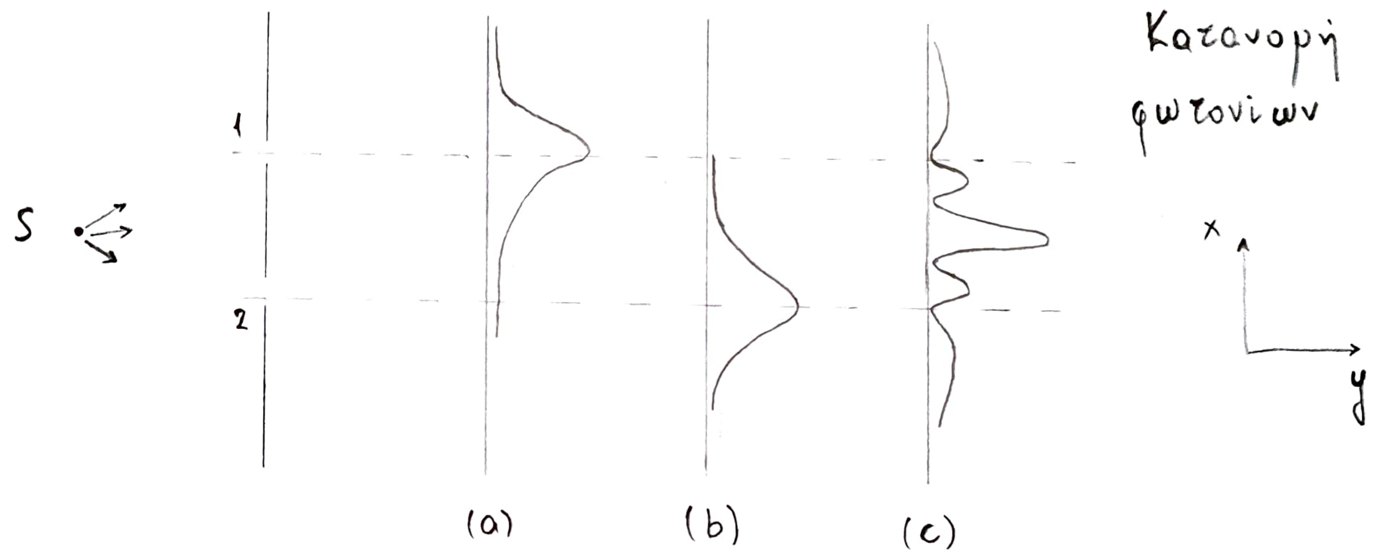
Κβαντική Πληροφορία

Η Κβαντική Πληροφορία είναι ένας σχετικά σύγχρονος κλάδος της Φυσικής μας και αναπτύχθηκε κυρίως τα τελευταία χρόνια, από τη δεκαετία του 1970 και μετά. Παρ' όλα αυτά, ο κλάδος αυτός ξεκίνησε να γνωρίζει μεγάλη άνθηση από τη δεκαετία του 1990 και ύστερα, με αποτέλεσμα στις μέρες μας να ασχολούνται με τον κλάδο αυτό μεγάλος αριθμός ερευνητών και να αποτελεί αναπόσπαστο κομμάτι της σύγχρονης Φυσικής.

Όπως λέει και το όνομά της, η Κβαντική Πληροφορία ασχολείται με τον πως μπορούμε να αντιμετωπίσουμε την πληροφορία στον κβαντικό μικρόκοσμο. Εκμεταλλευόμενοι τις γνώσεις μας στον τομέα της Πληροφορίας, αλλά και τις εφαρμογές του τομέα αυτού οι οποίες συνθέτουν ουσιαστικά τον τομέα της Πληροφορικής, μπορούμε να επεκτείνουμε τις ιδέες αυτές και στον τομέα της Κβαντομηχανικής. Όμως, θα πρέπει να είμαστε πολύ προσεκτικοί στον τρόπο εφαρμογής των ιδεών αυτών μιας και στην Κβαντομηχανική ισχύουν κάποιοι επιπλέον κανόνες τους οποίους θα πρέπει να λάβουμε πολύ προσεκτικά υπόψιν. Έτσι λοιπόν, για να ασχοληθεί κανείς με την Κβαντική Πληροφορία θα πρέπει να ξεκινήσει από τις βασικές αρχές και τα αξιώματα που διέπουν την Κβαντομηχανική. Επομένως, θα ξεκινήσουμε την ανάλυσή μας από ένα πολύ βασικό πείραμα, το οποίο κατέδειξε την ανάγκη για την κυματοσωματιδιακή θεώρηση στην

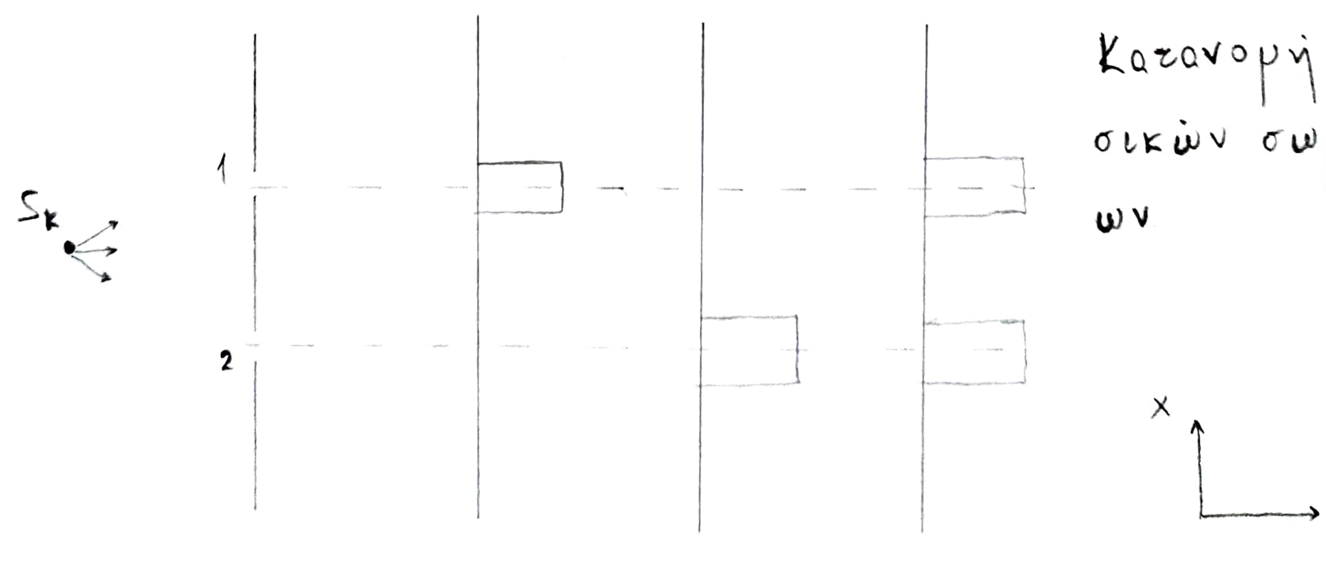
Κβαντομηχανική. Το πείραμα αυτό είναι γνωστό ως το πείραμα των δύο σχισμών, ή αλλιώς το πείραμα Young μιας και πήρε το όνομά του από τον πρώτο άνθρωπο που το διεξήγαγε το 1801.



Το πείραμα των δύο σχισμών φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Θεωρούμε λοιπόν ότι έχουμε μία πηγή S από την οποία εκπέμπονται φωτόνια προς ένα πέτασμα το οποίο έχει δύο σχισμές. Πίσω από το πέτασμα αυτό τοποθετούμε μία φθορίζουσα οθόνη για να καταγράφουμε κάθε φορά την κατανομή των φωτονίων.

Αρχικά, θεωρούμε ότι κλείνουμε τη σχισμή 2 έτσι ώστε τα φωτόνια να διέρχονται μόνο από τη σχισμή 1. Αν το κάνουμε αυτό τότε στη φθορίζουσα οθόνη θα έχουμε την κατανομή που φαίνεται στο σχήμα (a) παραπάνω. Όπως φαίνεται, το μέγιστο της κατανομής παρουσιάζεται ακριβώς πίσω από το κέντρο της σχισμής 1 και η κατανομή αποσβαίνει καθώς απομακρυνόμαστε από το σημείο αυτό. Προφανώς, η φθορίζουσα οθόνη καταγράφει την ένταση του πεδίου μας, και έτσι στην περίπτωση αυτή καταγράφει την ένταση του πεδίου που διέρχεται από τη σχισμή 1 την οποία και συμβολίζουμε ως $I_1(x)$. Σημειώνουμε στο σημείο αυτό ότι αν η πηγή S εκτόξευε κλασικά αντικείμενα, π.χ. μικρές σφαίρες, τότε η κατανομή των σφαιρών αυτών θα ήταν απόλυτα συγκεντρωμένη πίσω μόνο από τη σχισμή 1. Επιπλέον, θεωρίζουμε ότι το φως αποτελείται από κβάντα ενέργειας hf, τα φωτόνια, και έτσι ουσιαστικά η φθορίζουσα οθόνη καταγράφει την κατανομή των φωτονίων. Αν τώρα κλείσουμε τη σχισμή 1 και αφήσουμε ανοιχτή τη σχισμή 2, τότε θα παρατηρήσουμε ακριβώς την ίδια κατανομή που είχαμε και πριν με τη διαφορά ότι το κέντρο της θα βρίσκεται πίσω από το κέντρο της σχισμής 2 [σχήμα (b)]. Προφανώς, τώρα θα έχουμε $I_2(x)$ για την κατανομή μας και θα είναι $I_2(x) \propto |E_2(x)|^2$, εφόσον ισχύει γενικά ότι $I \propto |E|^2$.

Στη συνέχεια, αφήνουμε ανοιχτές και τις δύο σχισμές. Τώρα, η ένταση $I(x)$ η οποία θα καταγραφεί στη φθορίζουσα οθόνη θα είναι $I_{12}(x) \propto |E_1(x) + E_2(x)|^2$ αφού θα διέρχονται φωτόνια και από τις δύο σχισμές. Από την παραπάνω σχέση για την ένταση γίνεται άμεσα κατανοητό το γεγονός ότι στη φθορίζουσα οθόνη για την περίπτωση όπου έχουμε και τις δύο σχισμές ανοιχτές, η καταγραφόμενη ένταση θα είναι $I_{12}(x) \neq I_1(x) + I_2(x) = |E_1(x)|^2 + |E_2(x)|^2$. Αν αυτό φαίνεται λογικό από τον ορισμό που γνωρίζουμε για την ένταση, είναι τελείως παράλογο αν σκεφτούμε ότι στη θέση των φωτονίων είχαμε κλασικά σωματίδια (π.χ. μικρά σφαιρίδια): τότε, αν είχαμε και τις δύο σχισμές ανοιχτές, η κατανομή θα προέκυπτε ως το άθροισμα $I_1(x) + I_2(x)$ όπως φαίνεται παρακάτω στο σχήμα (c').



(a') (b') (c')

Κατανομή κλασικών σωματιδίων

Για την περίπτωση όμως που η πηγή μας εκπέμπει φωτόνια η καταγραφόμενη κατανομή είναι ουσιαστικά μία εικόνα συμβολής προδίδοντας έτσι το γεγονός ότι τα σωματίδιά μας έχουν κυματικό χαρακτήρα! Με αυτό τον τρόπο λοιπόν το πείραμα των δύο σχισμών καταδεικνύει την ανάγκη του κυματοσωματιδιακού δυισμού (αν επαναλάβει κανείς το πείραμα των δύο σχισμών χρησιμοποιώντας π.χ. ηλεκτρόνια, τότε θα πάρει ανάλογα αποτελέσματα με την περίπτωση των φωτονίων).

Ας συγκεντρώσουμε τώρα ότι είπαμε, αρχικά για τα κλασικά σωμάτια (σφαίρες) και εν συνεχεία για τα φωτόνια. Είπαμε ότι αν έχουμε ανοιχτή μόνο τη σχισμή 1 (2) τότε η κατανομή μας θα δίνεται από το σχήμα (α') [σχήμα (β')] και μπορούμε να συμβολίσουμε την κατάσταση αυτή ως S_1 (S_2). Τώρα, ας θεωρήσουμε ότι η κλασική μας πηγή S_k ελέγχεται από τη ρίψη ενός νομίσματος και επιπλέον έχουμε και τις δυο σχισμές ανοιχτές. Τότε, ένα κλασικό σφαιρίδιο θα έχει 50% πιθανότητα να περάσει από τη σχισμή 1 και 50% πιθανότητα να περάσει από τη σχισμή 2. Με άλλα λόγια, η κατάσταση η οποία θα περιγράφει ένα κλασικό σφαιρίδιο στην περίπτωση αυτή θα είναι μια μίξη των καταστάσεων S_1 και S_2 όπου η κάθε κατάσταση θα είναι πολλ/μένη με την αντίστοιχη πιθανότητα (εδώ θα είναι 1/2 και για τις δύο). Συμβολίζοντας με $S_m(1,2)$ την κατάσταση αυτή θα λέμε ότι η κατάσταση αυτή είναι μια μεικτή κατάσταση, ή αλλιώς ένα στατιστικό μείγμα μιας και έχει προέλθει από την "ανάμειξη" δύο άλλων καταστάσεων, των S_1 και S_2. Όσο για τις καταστάσεις S_1 και S_2, αυτές ονομάζονται καθαρές καταστάσεις (pure states) μιας και δεν μπορούν να προέλθουν από καμία άλλη κατάσταση του συστήματός μας.

Ας πάρε τώρα στην περίπτωση των φωτονίων. Όπως και στο κλασικό ανάλογο, έτσι και εδώ, μπορούμε να προετοιμάσουμε το σύστημά μας με τέτοιον τρόπο έτσι ώστε να πάρουμε την καθαρή κατάσταση $\hat{S}_1$ ($\hat{S}_2$), κλείνοντας δηλαδή τη σχισμή 2 (σχισμή 1). Τώρα, θεωρείστε ότι κάθε σχισμή έχει και ένα κλείστρο, τα οποία ελέγχονται από τη ρίψη ενός νομίσματος: αν το κέρμα δείξει κορώνα κλείνει η σχισμή 1, ενώ αν δείξει γράμματα κλείνει η σχισμή 2 (θα μπορούσαμε κάλλιστα να έχουμε γράμματα → κλειστή η σχισμή 2 και κορώνα → κλειστή η σχισμή και δεν θα άλλαζε κάτι στο αποτέλεσμά μας). Στην περίπτωση αυτή η κατάσταση η οποία θα περιέγραφε ένα τυχαίο φωτόνιο θα ήταν και πάλι ένα μείγμα των καταστάσεων $\hat{S}_1$ και $\hat{S}_2$, το οποίο θα συμβολίσουμε εδώ ως $\hat{S}_m(1,2)$ (χρησιμοποιούμε τα κατπελόκια για να διαχωρίζουμε το γεγονός ότι αναφερόμαστε σε κβαντικά σωμάτια και όχι σε κλασικά). Προφανώς, στο μείγμα $\hat{S}_m(1,2)$ η εκάστοτε καθαρή κατάσταση θα πολλαπλασιάζεται με 1/2, δηλαδή με την πιθανότητα εμφάνισής της. Μέχρι τώρα υπάρχει πλήρης αναλογία μεταξύ κλασικών και κβαντικών σωματίων. Παρ' όλα αυτά, για τα κβαντικά σωμάτια έχουμε και μία ακόμα περίπτωση, όπως είδαμε παραπάνω [Σχήμα (c)]: η περίπτωση αυτή είναι να αφήσουμε και τις δύο σχισμές ανοιχτές παίρνοντας την εικόνα συμβολής που είδαμε προηγουμένως. Όμως, η κατάσταση αυτή δεν μπορεί να προέλθει με καμία "ανάμειξη" των $\hat{S}_1$ και $\hat{S}_2$, και έτσι προκύπτει ότι και η κατάσταση αυτή, την οποία θα συμβολίζουμε ως $\hat{S}p(1,2)$, θα είναι μία καθαρή κατάσταση, η οποία όμως δεν θα έχει κάποιο κλασικό ανάλογο.

Επομένως, το πείραμα των δύο σχισμών μας βοηθάει[*] με αυτό τρόπο τις ομοιότητες και τις διαφορές μεταξύ κλασικής και κβαντικής φυσικής.

Έως τώρα, μέσω του πειράματος των δύο σχισμών, είδαμε ότι η κατάσταση ενός σωματιδίου εν γένει διαφέρει αν το σωμάτιο αυτό είναι κλασικό σωματίο σε σχέση με την περίπτωση όπου το σωμάτιο είναι κβαντικό. Το πείραμα αυτό όμως μπορεί να μας παρέχει επιπλέον όσο αναφορά την έννοια της μέτρησης.

Σκεφτείτε, για παράδειγμα, στο κλασικό ανάλογο του πειράματός μας ότι τα κλασικά σωμάτια μας βρίσκονται στη μεικτή κατάσταση $Sm(1,2)$, ενώ στην κβαντική εκδοχή του πειράματος βρίσκονται σε μία

---

[*] να δούμε

εκ των $\hat{S}_m(1,2)$ ή $\hat{S}_p(1,2)$. Για τις περιπτώσεις αυτές θα θέλαμε να πραγματοποιήσουμε μία μέτρηση έτσι ώστε να προσδιορίσουμε συγκεκριμένα από ποια σχισμή πέρασε το κλασικό ή το κβαντικό μας σωμάτιο. Προφανώς, τα πιθανά αποτελέσματα μίας τέτοιας μέτρησης θα είναι είτε "διέλευση από τη σχισμή 1" είτε "διέλευση από τη σχισμή 2", ενώ για την πραγματοποίηση της συγκεκριμένης μέτρησης χρησιμοποιούμε μία δέσμη φωτός πίσω από μία από τις σχισμές η οποία εκτρέπεται (σκεδάζεται) κάθε φορά που ένα σωμάτιο (κλασικό ή κβαντικό) διέρχεται από τη συγκεκριμένη. Εφόσον επιλέγουμε να τοποθετήσουμε πίσω από μία από τις σχισμές το συγκεκριμένο μηχανισμό με τη δέσμη φωτός θα ονομάσουμε τη συγκεκριμένη μέτρηση "επιλεκτική μέτρηση".

Ας ξεκινήσουμε την ανάλυσή μας με την περίπτωση όπου τα κλασικά μας σωμάτια βρίσκονται στη μεικτή κατάσταση $S_m(1,2)$: τότε, υποθέτοντας ότι έχουμε τοποθετήσει το μηχανισμό μας με τη δέσμη φωτός πίσω από τη σχισμή 1, το αποτέλεσμα της μέτρησης θα μας δώσει προφανώς τον αριθμό των σωματίων που πέρασαν από τη σχισμή. Με άλλα λόγια η διαδικασία αυτή μετατρέπει μία μεικτή κατάσταση, $S_m(1,2)$, σε μία καθαρή, S_1 (αν είχαμε τοποθετήσει το μηχανισμό μας πίσω από τη σχισμή 2 θα είχαμε αντίστοιχα την S_2). Σε πλήρη αντιστοιχία, αν τα κβαντικά μας σωμάτια βρίσκονταν αρχικά στη μεικτή κατάσταση $\hat{S}_m(1,2)$ και τοποθετούσαμε τον αντίστοιχο μηχανισμό μέτρησης πίσω από τη σχισμή 1, τότε θα παίρναμε ως αποτέλεσμα της μέτρησης την καθαρή κατάσταση $\hat{S}_1$. Ποιο θα ήταν όμως το αποτέλεσμα της μέτρησης αν η αρχική μας κατάσταση ήταν η $\hat{S}_p(1,2)$; Μιας και ο μηχανισμός μας καταγράφει μόνο τα σωμάτια τα οποία διέρχονται από τη σχισμή 1, συμπεραίνουμε ότι και σε αυτή την περίπτωση το αποτέλεσμα της μέτρησης θα είναι η κατάσταση $\hat{S}_1$.

Στο σημείο αυτό μπορούμε να εξάγουμε δύο σημαντικά συμπεράσματα. Πρώτα και κύρια, το γενικό συμπέρασμα για τη συγκεκριμένη διαδικασία μέτρησης: πραγματοποιώντας μία επιλεκτική μέτρηση, σαν αυτή που περιγράψαμε παραπάνω, πάνω σε κλασικά σωμάτια τα οποία βρίσκονται αρχικά σε μία μικτή κατάσταση, προκύπτει ότι τελικά, μετά τη μέτρηση δηλαδή, τα σωμάτια θα βρίσκονται σε μία καθαρή κατάσταση. Όσο αναφορά τα κβαντικά σωμάτια, αν αυτά βρίσκονται αρχικά σε μία μικτή κατάσταση, τότε μετά τη μέτρηση θα βρίσκονται σε μία καθαρή κατάσταση. Αν όμως βρίσκονται αρχικά σε μία καθαρή κατάσταση, τότε μετά τη μέτρηση θα βρίσκονται ξανά σε καθαρή κατάσταση αλλά εν γένει διαφορετική από την αρχική [σκεφτείτε ότι αν η αρχική κατάσταση των σωματίων ήταν είτε $\hat{S}_p(1,2)$, όπως θεωρήσαμε παραπάνω, είτε $\hat{S}_1$, το αποτέλεσμα της επιλεκτικής μας μέτρησης θα ήταν το ίδιο]. Το δεύτερο συμπέρασμα τώρα είναι ότι, για την περίπτωση των κλαντικών σωματίων τα οποία αρχικά βρίσκονται στην κατάσταση $\hat{S}_p(1,2)$, τότε αν πάρουμε το ίχνος των σωματιδίων πάνω στη φθορίζουσα οθόνη, αφού έχουμε πραγματοποιήσει την επιλεκτική μέτρηση, θα πάρουμε την κατανομή της κατάστασης $\hat{S}_1$ όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα [σχήμα (α)]. Αυτό σημαίνει ότι η επιλεκτική μέτρηση που πραγματοποιήσαμε καταστρέφει την εικόνα συμβολής που παρατηρούσαμε αρχικά [σχήμα (c)]. Δηλαδή, βλέπουμε ότι όταν προσπαθούμε να παρατηρήσουμε τη σωματιδιακή φύση των κβαντικών σωματίων (αυτό ουσιαστικά κάνουμε με την επιλεκτική μέτρηση) καταστρέφουμε άθελά μας την κυματική φύση τους. Το γεγονός αυτό γενικεύεται σε κάθε πείραμα που μπορούμε να πραγματοποιήσουμε, μιας και δεν υπάρχει πείραμα που να μπορούμε να παρατηρούμε την ίδια στιγμή την κυματική και τη σωματιδιακή φύση των κβαντικών σωματίων.

Στο συγκεκριμένο πείραμα όμως μπορούμε να παρέμβουμε και με ένα διαφορετικό τρόπο: Τώρα, θα τοποθετήσουμε μετρητές πίσω και από τις δύο σχισμές καταγράφοντας τα εκάστοτε κλασικά/κβαντικά σωμάτια κάθε φορά και θα συγκεντρώνουμε τα δεδομένα αυτά σε μία οθόνη, αδιαφορώντας όμως για το αν το εκάστοτε ίχνος που καταγράφουμε προέρχεται από μέτρηση που πραγματοποιήσαμε πίσω από τη σχισμή 1 ή πίσω από τη σχισμή 2. Επομένως, στην περίπτωση αυτή δεν κάνουμε κάποια επιλογή, και για το λόγο αυτό η μέτρηση αυτή ονομάζεται μη-επιλεκτική. Έτσι λοιπόν, πραγματοποιώντας μία μη-επιλεκτική μέτρηση σε κλασικά/κβαντικά σωμάτια τα οποία αρχικά βρίσκονται σε μία μικτή κατάσταση, τότε από την κατανομή που θα πάρουμε στην οθόνη καταγραφής συμπεραίνουμε ότι τα σωμάτια θα παραμένουν σε μία (εν γένει διαφορετική) μικτή κατάσταση. Αυτό φαίνεται λογικό μιας και δεν έχουμε κάνει κάποια επιλογή και έτσι τα σωμάτια παραμένουν σε μικτή κατάσταση.

Όμως, όπως είδαμε και παραπάνω τα κβαντικά σωμάτια μπορούν να βρίσκονται αρχικά σε μία κατάσταση $\hat{S}p(1,2)$, η οποία είναι μία καθαρή κατάσταση χωρίς κλασικό ανάλογο. Πραγματοποιώντας μία μη-επιλεκτική μέτρηση για την περίπτωση αυτή τότε στην οθόνη καταγραφής θα πάρουμε την κατανομή που είχαμε για την $\hat{S}m(1,2)$ [κατανομή σχήματος (a)+(b)]. Με άλλα λόγια, μετά την πραγματοποίηση της μέτρησης τα σωμάτια θα βρίσκονται σε μία μικτή κατάσταση, αν και αρχικά βρίσκονταν σε μία καθαρή. Το συμπέρασμα εδώ είναι ότι, πραγματοποιώντας μία μη-επιλεκτική μέτρηση σε κλασικά/κβαντικά σωμάτια, τότε μετά τη μέτρηση τα σωμάτια αυτά θα βρίσκονται σε μία μικτή ανεξάρτητα από το αν αρχικά βρίσκονταν σε μία καθαρή ή μικτή κατάσταση. Επίσης, συμπεραίνουμε κάτι εξίσου σημαντικό: Μέσω των ορισμών για την επιλεκτική και τη μη-επιλεκτική μέτρηση συμπεραίνουμε ότι για να παρατηρήσουμε κροσσούς συμβολής στη φθορίζουσα οθόνη δεν θα πρέπει να έχουμε καμία πληροφορία για τη σχισμή από την οποία πέρασε το εκάστοτε σωμάτιο, ειδάλλως οι κροσσοί καταστρέφονται.

Το πείραμα της διπλής σχισμής λοιπόν μας δείχνει ότι η διαδικασία της μέτρησης στην Κβαντομηχανική διαφέρει τελείως σε σχέση με εκείνη της κλασικής φυσικής μιας και όπως είδαμε ανάλογα με τη διαδικασία μέτρησης που χρησιμοποιούμε κάθε φορά έχουμε και το αντίστοιχο αποτέλεσμα (κάτι τελείως παράλογο για την κλασική φυσική). Επιπλέον, για τα κβαντικά σωμάτια δεν μπορούμε να γνωρίζουμε την τροχιά τους, με αποτέλεσμα να μην μπορούμε να γνωρίζουμε το ίχνος του εκάστοτε σωματίου πάνω στην οθόνη παρά μόνο την πιθανότητα $p(x)$ να το βρούμε στο συγκεκριμένο σημείο. Επομένως, κρίνεται αναγκαίο να θυμηθεί κανείς τα αξιώματα της Κβαντομηχανικής (δείτε π.χ. Τραχανάς, Κβαντομηχανική II, Κεφ. 14, Principles of Quantum Computation and Information, G. Benenti, G. Casati and G. Strini, Ch. 2, Vol. 1, και Entangled Systems, J. Audretsch, Ch. 2).

Το παραπάνω πείραμα το αναλύσαμε για να δούμε τη σημασία της μέτρησης στην Κβαντομηχανική.

Εκτός αυτού, από την παραπάνω ανάλυση είδαμε ότι ουσιαστικά μπορούμε να χωρίσουμε την πειραματική διαδικασία σε τρία μέρη: i) στο μέρος της προετοιμασίας, όπου βασικά θέτουμε τις αρχικές συνθήκες έτσι ώστε να προετοιμάσουμε τα σωματίδιά μας στην κατάσταση που θέλουμε, ii) στο μέρος του "μετασχηματισμού" όπου μπορούμε να δράσουμε με κάποιους τελεστές μετασχηματίζοντας ουσιαστικά την κατάσταση των σωματιδίων μας (στο πείραμα της διπλής σχισμής που περιγράψαμε δεν είχαμε κάποιο μετασχηματισμό αλλά σκεφτείτε για παράδειγμα ότι θα μπορούσαμε να παρεμβάλλουμε ένα ηλεκτρικό πεδίο αλλάζοντας έτσι την αρχική κατάσταση των σωματιδίων μας), και iii) το μέρος της μέτρησης το οποίο το αναλύσαμε παραπάνω. Αυτά δεν εφαρμόζονται μόνο στο πείραμα της διπλής σχισμής αλλά γενικά σε κάθε πείραμα στην Κβαντομηχανική.

Προφανώς, το αποτέλεσμα της μέτρησης σε ένα τέτοιο πείραμα δεν μπορεί να προβλεφθεί με ακρίβεια λόγω του ότι οι πιθανότητες στην Κβαντομηχανική είναι εγγενής ιδιότητα. Έτσι, ο κβαντικός αλγόριθμος που χρειάζεται για να επεξεργαστεί το αποτέλεσμα της μέτρησης θα πρέπει να τρέξει αρκετές φορές έτσι ώστε να πάρουμε το σωστό αποτέλεσμα. Επομένως, για να επεξεργαστούμε κατάλληλα τα αποτελέσματα μιας μέτρησης πρέπει να αναπτύξουμε τους κατάλληλους αλγορίθμους (κβαντικούς αλγορίθμους για να είμαστε ακριβείς).

Εφόσον χρειαζόμαστε κβαντικούς αλγορίθμους θα πρέπει να αναπτύξουμε και τα αντίστοιχα κβαντικά κυκλώματα και έτσι γίνεται αναγκαίο να αναπτύξουμε ένα νέο κλάδο, εκείνον της Κβαντικής Πληροφορίας. Για την ανάπτυξη του νέου αυτού κλάδου θα πρέπει να ξεκινήσουμε από τα στοιχειώδη.

Σκεφτείτε λοιπόν ότι, η στοιχειώδης μονάδα πληροφορίας που έχουμε στην κλασική Φυσική είναι το bit το οποίο παίρνει τις τιμές 0 και 1. Αντίστοιχα στην Κβαντική Πληροφορία (ΚΠ) η στοιχειώδης μονάδα πληροφορίας είναι το κβαντικό bit ή αλλιώς qubit (quantum bit ⇒ qubit) το οποίο είναι ένα κβαντικό σύστημα δύο καταστάσεων π.χ. (κβαντικός εκπομπός 2 επιπέδων, ηλεκτρόνιο με σπιν $\pm 1/2$ κτλ.). Η μεγάλη και ουσιώδης διαφορά μεταξύ του bit και του qubit είναι ότι το δεύτερο μπορεί να βρεθεί σε μία επαλληλία των καταστάσεών του [π.χ. $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$], κάτι το οποίο είναι αδύνατο για το πρώτο το οποίο παίρνει είτε την τιμή 0 είτε την τιμή 1. Επομένως, στη συνέχεια της ανάλυσής μας θα επικεντρωθούμε στην ανάλυση του qubit και πώς εμείς μπορούμε να εκμεταλλευτούμε αυτή την επαλληλία των καταστάσεων.

Σημειώνουμε κατ' αρχήν ότι η γενική κατάσταση ενός qubit γράφεται

$$|\psi\rangle = c_0|0\rangle + c_1|1\rangle \tag{279}$$

όπου $|c_0|^2 + |c_1|^2 = 1$. Επίσης, θεωρούμε ότι το σύνολο $B = \{|0\rangle, |1\rangle\}$ αποτελεί μία ορθοκανονική βάση του συστήματό μας η οποία συνηθίζεται να ονομάζεται υπολογιστική βάση (computational basis). Επιπλέον, συνηθίζεται να αναπαριστούμε τα διανύσματα της βάσης αυτής ως πίνακες στήλης, και έτσι έχουμε

$$|0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{και} \quad |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{280}$$

Από τον παραπάνω ορισμό για τα διανύσματα βάσης προκύπτει ότι αν θέλουμε να περιγράψουμε έναν οποιονδήποτε μετασχηματισμό για την κατάσταση ενός qubit, τότε ο μετασχηματισμός αυτός θα είναι ουσιαστικά ένας 2×2 πίνακας. Για την ανάλο Levi-Civita, το οποίο είναι ουσιαστικά ένας αντισυμμετρικός τανυστής για τον οποίο ισχύει

$$\varepsilon_{ijk} = \begin{cases} +1, & \text{αν } (i,j,k), (j,k,i), (k,i,j) \\ -1, & \text{αν } (k,j,i), (j,i,k), (i,k,j) \\ 0, & \text{αν } i=j \text{ ή } j=k \text{ ή } k=i \end{cases}$$

δηλαδή δίνει αποτέλεσμα +1 για άρτιο αριθμό μεταθέσεων των δεικτών του, −1 για περιττό αριθμό μεταθέσεων και 0 για την περίπτωση όπου κάποιος δείκτης επαναλαμβάνεται. Συνολικά λοιπόν για τους πίνακες Pauli έχουμε

$$\sigma_i \sigma_j = \delta_{ij} \mathbb{1} + i \sum_{k=1}^{3} \varepsilon_{ijk} \sigma_k \qquad (281)$$

Οι παραπάνω ιδιότητες των πινάκων Pauli ισχύουν για οποιαδήποτε βάση κι αν επιλέξουμε για να τους εκφράσουμε. Σε αυτή λοιπόν τη γενική βάση, και εφόσον έχουμε τρεις πίνακες Pauli, μπορούμε