

## 1° Σετ Ασκήσεων-Μοντέρνα Φυσική

- 1) Ξεκινώντας από το ηλεκτρικό πεδίο της εξ. (1) και με τη βοήθεια των εξισώσεων Maxwell βρείτε την έκφραση η οποία μας δίνει το μαγνητικό πεδίο, δηλαδή την εξ. (2).
- 2) Στην εξ. (19) για το ηλεκτρικό πεδίο θεωρείστε μία συγκεκριμένη διεύθυνση διάδοσης η οποία συμπίπτει με τον άξονα  $z$ , καθώς επίσης και μία διεύθυνση πόλωσης του πεδίου, έστω κατά τον άξονα  $x$ . Α) Αντίστοιχα, για την εξ. (20) ποια θα είναι η διεύθυνση διάδοσης και η διεύθυνση πόλωσης του μαγνητικού πεδίου? Β) Στη συνέχεια, αντικαταστήστε τις εξισώσεις αυτές στην εξ. (21) έτσι ώστε να εξαγάγετε την εξ. (22) για τη συγκεκριμένη διεύθυνση διάδοσης του H/M πεδίου.
- 3) Θεωρείστε τη Χαμιλτονιανή  $\hat{H} = \hbar\omega_0 \left( \hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right)$ , όπου  $\hat{a}$  και  $\hat{a}^\dagger$  οι τελεστές δημιουργίας και καταστροφής. Στη συνέχεια, αποδείξτε τις σχέσεις Α)  $e^{i\hat{H}t/\hbar} \hat{a} e^{-i\hat{H}t/\hbar} = \hat{a} e^{-i\omega t}$  Β)  $e^{i\hat{H}t/\hbar} \hat{a}^\dagger e^{-i\hat{H}t/\hbar} = \hat{a}^\dagger e^{i\omega t}$ .
- 4) Κάνετε αναλυτικά όλες τις πράξεις έτσι ώστε να καταλήξετε στην εξ. (44).
- 5) Αποδείξτε ότι  $e^{-\alpha^\dagger \hat{a}} |0\rangle = |0\rangle$ .
- 6) Αποδείξτε την ιδιότητα  $\int_0^{2\pi} d\theta e^{i(n-m)\theta} = 2\pi\delta_{nm}$ , την οποία χρησιμοποιήσαμε για την εξαγωγή της εξ. (80) (η ιδιότητα αυτή βρίσκεται στη διαφάνεια 13 της 3<sup>ης</sup> ενότητας).
- 7) Ορίζονται οι τελεστές  $\hat{E} = (\hat{n} + 1)^{-1/2} \hat{a} = (\hat{a}^\dagger \hat{a} + 1)^{-1/2} \hat{a}$  καθώς και  $\hat{E}^\dagger = \hat{a}^\dagger (\hat{n} + 1)^{-1/2} = \hat{a}^\dagger (\hat{a}^\dagger \hat{a} + 1)^{-1/2}$ , οι οποίοι είναι γνωστοί ως τελεστές Susskind-Glogower. Α) Υπολογίστε τις ποσότητες  $\hat{E}|n\rangle$  και  $\hat{E}^\dagger|n\rangle$ , όπου  $|n\rangle$  μία τυχαία number state. Β) Στη συνέχεια, υπολογίστε τις ποσότητες  $\langle n|\hat{E}|n\rangle$ ,  $\langle n|\hat{E}^\dagger|n\rangle$ ,  $\langle n|\hat{E}\hat{E}^\dagger|n\rangle$  και  $\langle n|\hat{E}^\dagger\hat{E}|n\rangle$ . (Σημείωση: Χρησιμοποιήστε την εξίσωση ιδιοτιμών του number operator  $\hat{n}$ . Επίσης, για όλες τις περιπτώσεις όπου εμφανίζεται η ποσότητα  $\hat{E}|n\rangle$  θεωρείστε αρχικά ότι  $n \neq 0$  και στη συνέχεια υπολογίστε και την περίπτωση για  $n = 0$ ).
- 8) Κάνετε αναλυτικά τις πράξεις έτσι ώστε να καταλήξετε στις εξ. (86) και (90). Στη συνέχεια, υπολογίστε τα γινόμενα  $\langle \Delta\hat{X}_1 \rangle_n \langle \Delta\hat{X}_2 \rangle_n$  και  $\langle \Delta\hat{X}_1 \rangle_\alpha \langle \Delta\hat{X}_2 \rangle_\alpha$  για τις number και τις σύμφωνες καταστάσεις, αντίστοιχα. Σχολιάστε το αποτέλεσμα.