Φυσική και Τεχνολογία Υλικών και Διατάξεων Στερεάς Κατάστασης

Δρ Χρήστος Τσάμης

Ινστιτούτο Νανοεπιστήμης και Νανοτεχνολογίας

ΕΚΕΦΕ «Δημόκριτος»

c.tsamis@inn.demokritos.gr

Πάτρα, 2024

Περιεχόμενα διαλέξεων

- Στατιστική φορέων στους ημιαγωγούς
- Φαινόμενα μεταφοράς στους ημιαγωγούς
- Βασικές εξισώσεις ημιαγωγών
- Γέννηση και επανασύνδεση φορέων στους ημιαγωγούς

- Η επαφή p-n
- Η επαφή Metal–Insulator–Semiconductor (MIS)
- Το τρανζίστορ MOSFET

1. Στατιστική φορέων στους ημιαγωγούς

Ημιαγωγοί

- **Φορείς αγωγιμότητας στους ημιαγωγούς**
  - Ηλεκτρόνια (στη ζώνη αγωγιμότητας)
  - Οπές (στη ζώνη σθένους) (Οπή= απουσία ηλεκτρονίου)

- **Διάκριση ημιαγωγών**
  - Ενδογενείς ημιαγωγοί (χωρίς προσμίξεις)
  - Εξωγενείς ημιαγωγοί (με συγκεκριμένα άτομα προσμίξεων για το έλεγχο της αγωγιμότητας)

Ενδογενείς Ημιαγωγοί

Ένας τέλειος κρύσταλλος ημιαγωγού χωρίς προσμίξεις και ατέλειες στο πλέγμα του ονομάζεται ΕΝΔΟΓΕΝΗΣ ΗΜΙΑΓΩΓΟΣ.

Εάν $T = 0$ K

Απουσία ελεύθερων ηλεκτρ. φορτίων

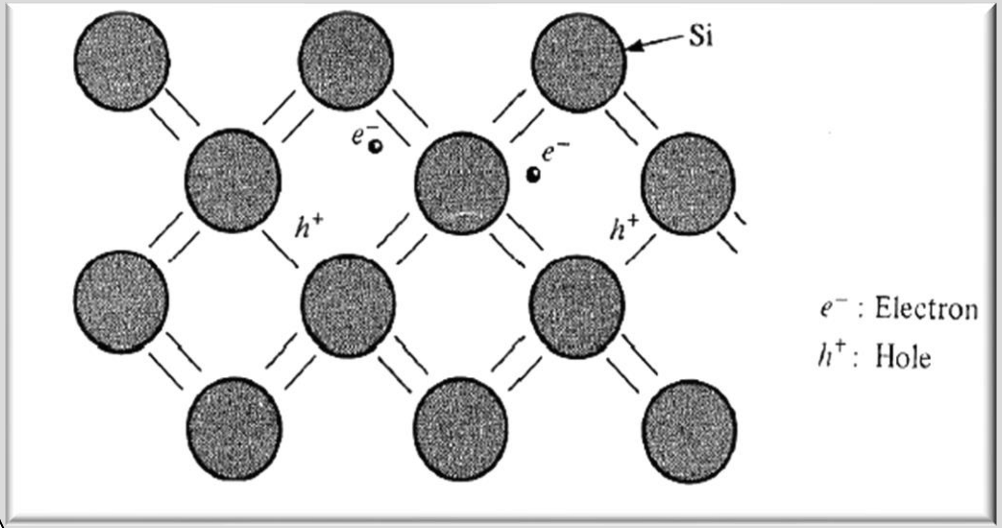
Ζώνη Σθένους πλήρως κατειλημμένη

Άδεια Ζώνη αγωγιμότητας

Εάν $T > 0$ K

Γένεση ζευγών ηλεκτρονίων-οπών

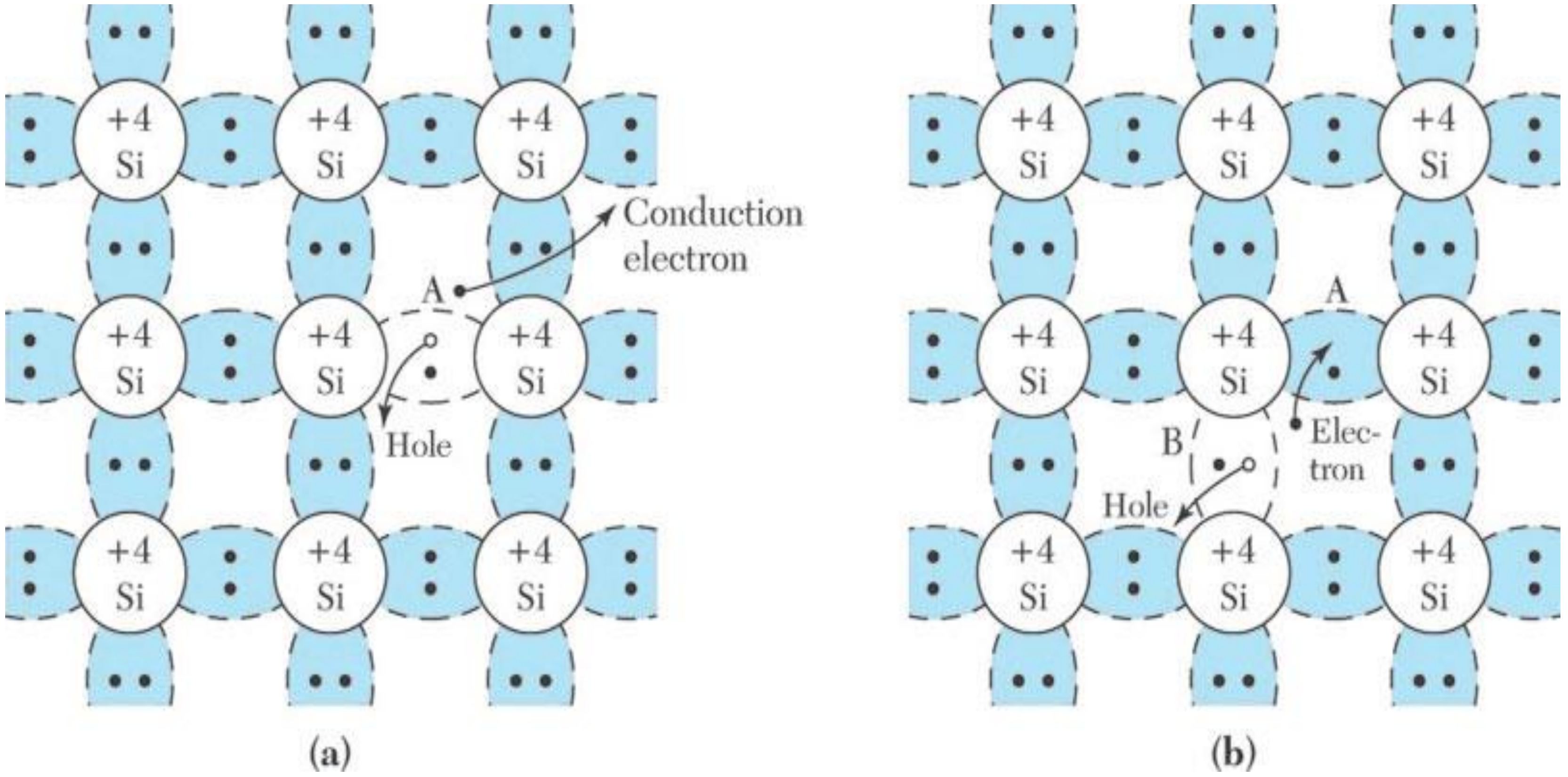
Τα ζεύγη αυτά είναι οι μόνοι φορείς στους ενδογενείς ημιαγωγούς



Η συγκέντρωση ηλεκτρονίων **n** στη Ζώνη Αγωγιμότητας είναι ίση με την συγκέντρωση οπών **p** στη Ζώνη Σθένους.

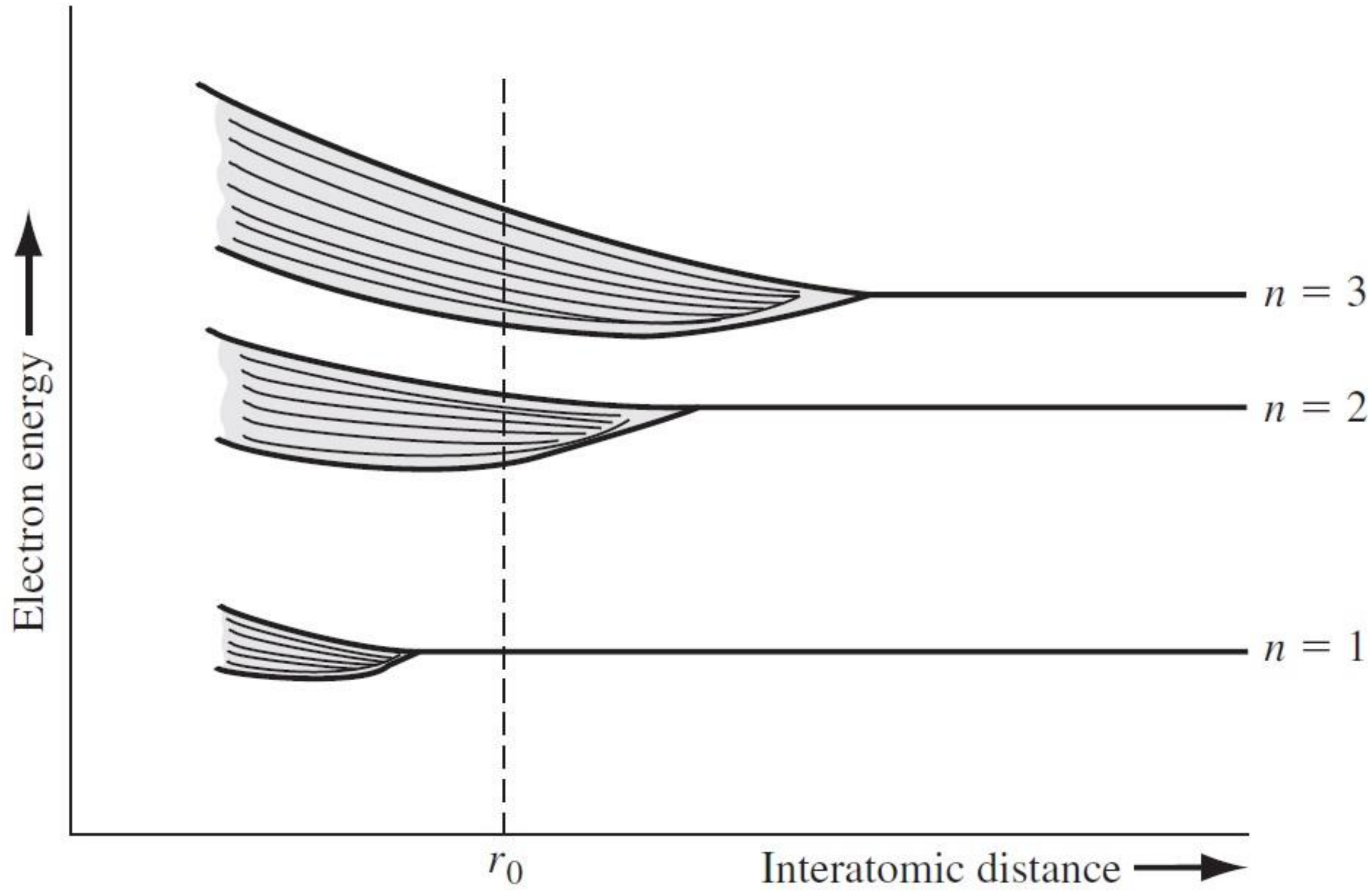
$$n=p=n_i$$

Φορείς αγωγιμότητας

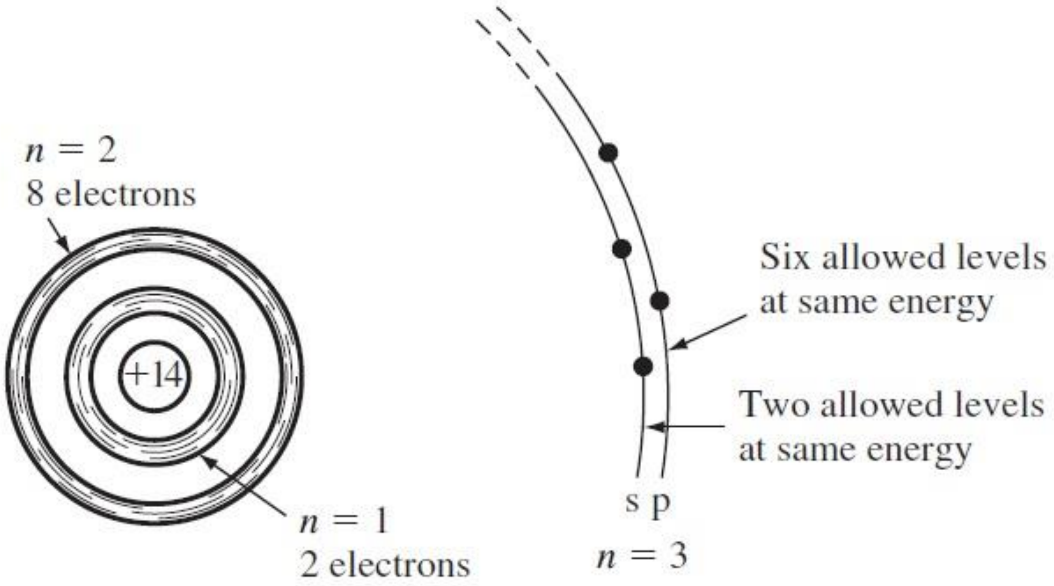


Ενδογενής

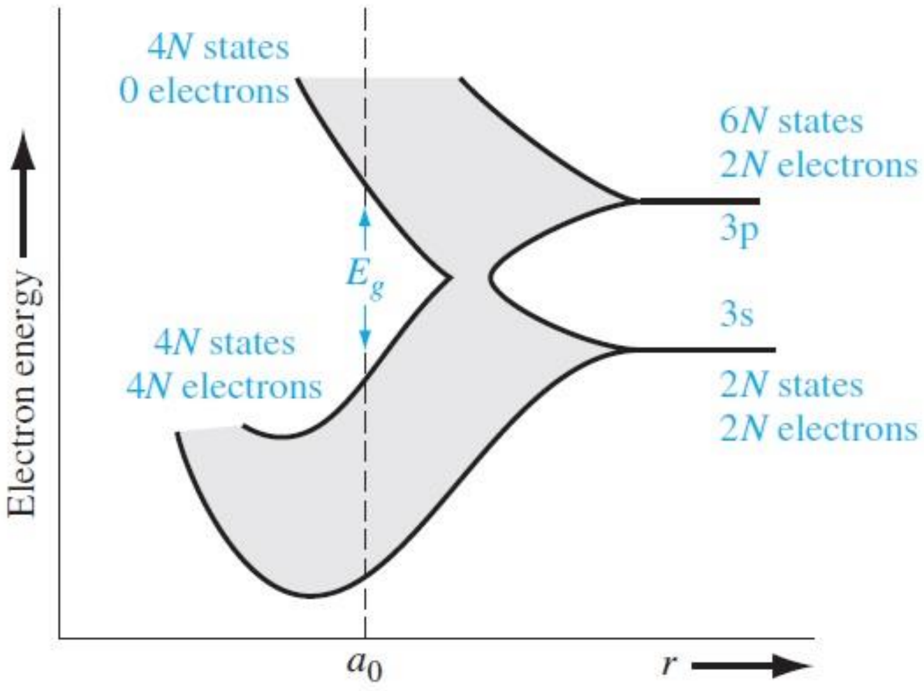
<u>Ενεργειακές ζώνες στα στερεά</u>



Ενεργειακές ζώνες στα στερεά

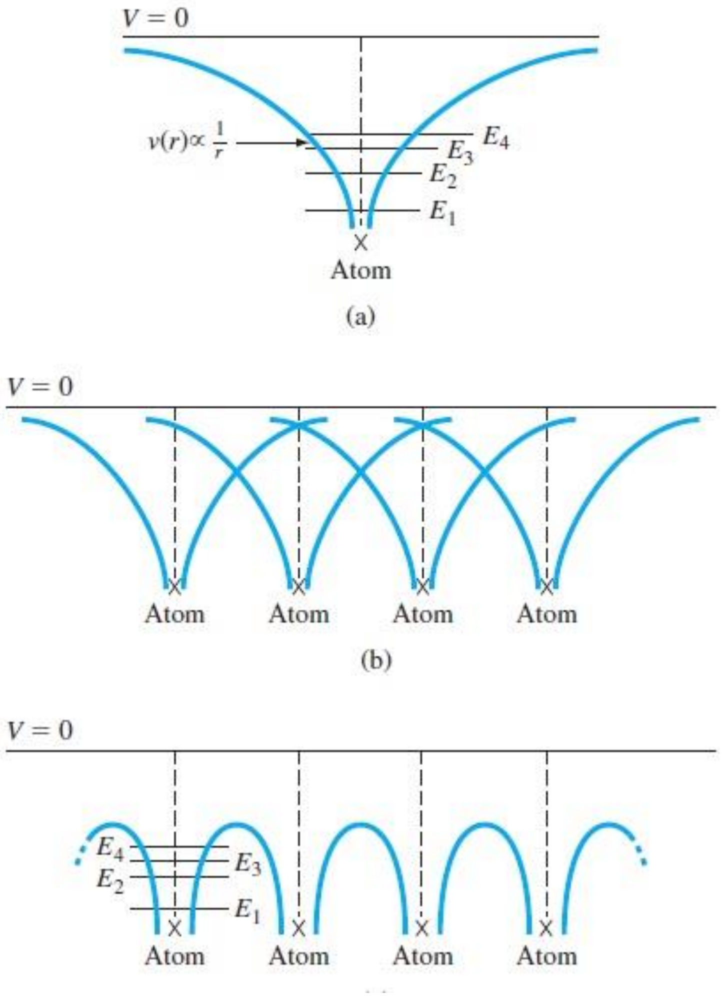


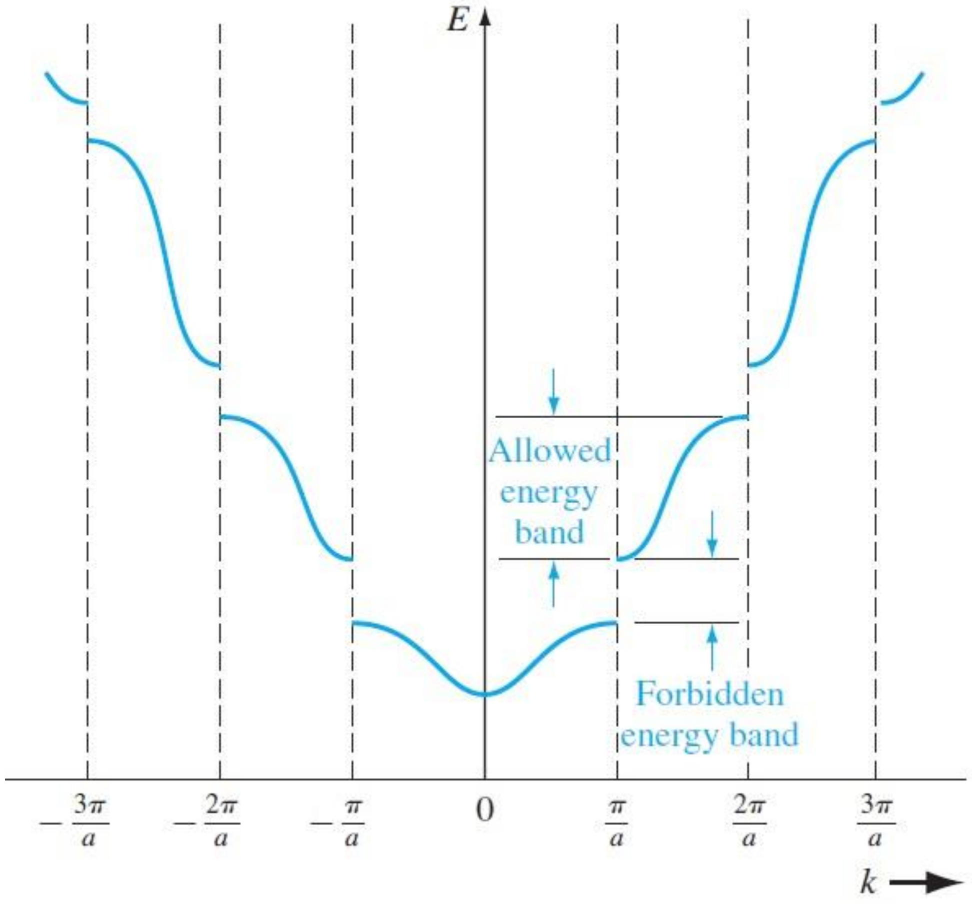
(a)



(b)

Ενεργειακές ζώνες στα στερεά





Kronig–Penney model

Στατιστική φορέων

Η συγκέντρωση των **ηλεκτρονίων** αγωγιμότητας καθορίζεται από:

- Πυκνότητα επιτρεπόμενων ενεργειακών καταστάσεων στη ζώνη **αγωγιμότητας**
- Πιθανότητα η ενεργειακή στάθμη να είναι **κατειλημμένη** από ηλεκτρόνιο

Η συγκέντρωση των **οπών** αγωγιμότητας καθορίζεται από:

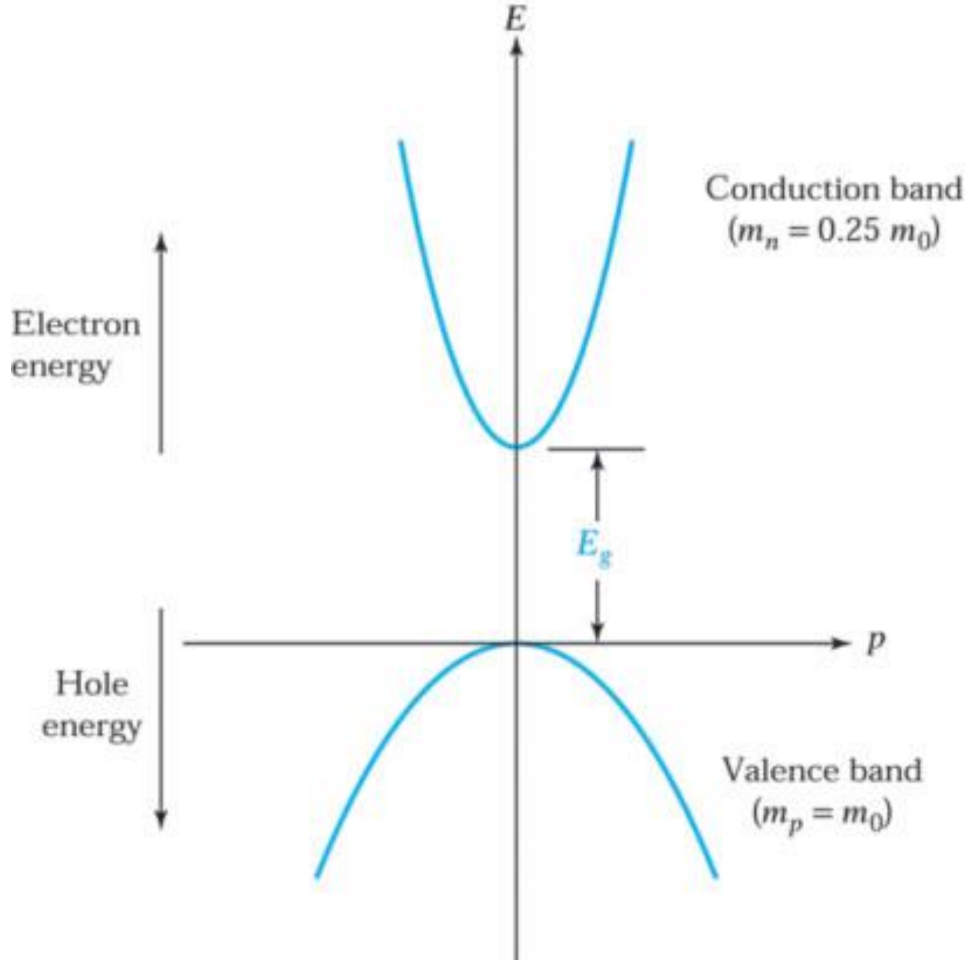
- Πυκνότητα επιτρεπόμενων ενεργειακών καταστάσεων στη ζώνη **σθένους**
- Πιθανότητα η ενεργειακή στάθμη να **μην είναι κατειλημμένη** από ηλεκτρόνιο

Πυκνότητα Ενεργειακών Καταστάσεων

Πρώτα θα υπολογίσουμε την πυκνότητα των επιτρεπόμενων ενεργειακών καταστάσεων ανά μονάδα όγκου και ανά μονάδα ενέργειας στην ζώνη αγωγιμότητας $N_C(E)$.

Η ενέργεια του ηλεκτρονίου στη ζώνη αγωγιμότητας (κοντά στην ελάχιστη τιμή E_C) θα δίνεται από τη σχέση

$$E = E_C + \frac{\hbar^2}{2m_e^{eff}}(k - k_c)^2$$

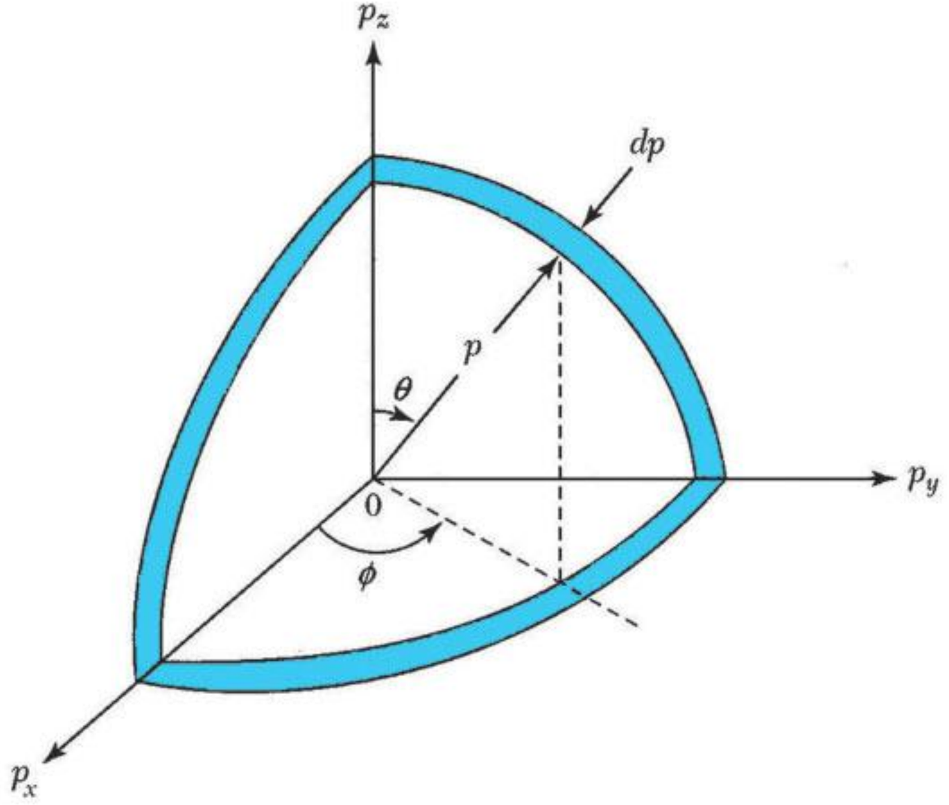


όπου m_e^{eff} density-of-states effective mass.

Ο αριθμός των επιτρεπόμενων καταστάσεων με κυματάνυσμα που βρίσκονται μεταξύ k,k+dk (και κατά συνέπεια ο αριθμός των επιτρεπόμενων ενεργειακών καταστάσεων με ενέργεια μεταξύ E, E+dE) θα δίνεται από

$$\mathrm{k} - \mathrm{k_C} = \left(\frac{2\mathrm{m_e^{eff}}}{\hbar^2}\right)^{\frac{1}{2}} (\mathrm{E} - \mathrm{E_c})^{\frac{1}{2}}$$

$$\mathrm{dk} = \frac{1}{2}\left(\frac{2\mathrm{m_e^{eff}}}{\hbar^2}\right)^{\frac{1}{2}} (\mathrm{E} - \mathrm{E_c})^{-\frac{1}{2}}\,\mathrm{dE}$$



$$\boxed{\mathrm{dN} = 2\,\frac{\mathrm{d^3k}}{\left(\frac{2\pi}{\mathrm{L}}\right)^3} = 2\,\frac{\mathrm{V}}{(4\pi)^3}\,4\pi(\mathrm{k} - \mathrm{k_c})^2}$$

$\left(\frac{2\pi}{\mathrm{L}}\right)^3$: όγκος ανά πλεγματικό σημείο στο χώρο k

$(L)^3 = V$:όγκος του κρυστάλλου.

Πυκνότητα ενεργειακών καταστάσεων στη ζώνη αγωγιμότητας

$$N_C(E) = \frac{1}{V}\frac{dN}{dE} = M_C \frac{1}{2\pi^2}\left(\frac{2m_e^{eff}}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} (E - E_c)^{\frac{1}{2}} = A_c\,(E - E_c)^{\frac{1}{2}}$$

M_C είναι ο αριθμός των ισοδύναμων ελάχιστων ενέργειας στη ζώνη αγωγιμότητας (για το πυρίτιο, M_C=6)

m_e^{eff} η ενεργή μάζα των ηλεκτρονίων

$$m_e^{eff} = (m_1^* m_2^* m_3^*)^{\frac{1}{3}}$$

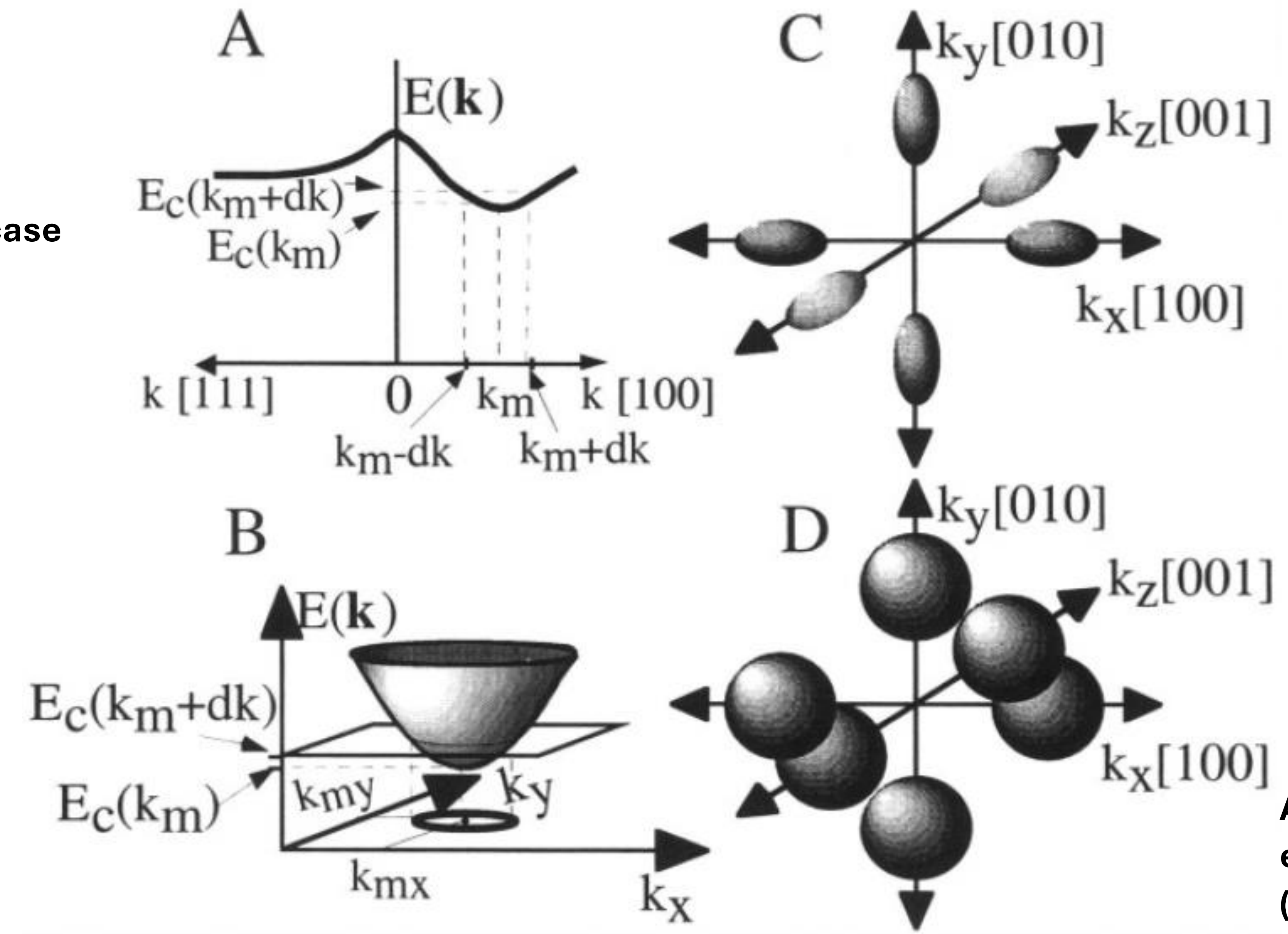
Όπου m_1^*, m_2^*και m_3^* είναι οι ενεργές μάζες κατά μήκος των τριών κύριων αξόνων της ελλειψοειδούς επιφάνειας της ενέργειας. Για την περίπτωση του πυριτίου η σχέση γράφεται ως εξής

$$m_e^{eff} = (m_l^* m_t^{*2})^{\frac{1}{3}}$$

Values of k of equal energy

1D case

2D case



3D case (silicon)

Approximations of ellipsoids with spheres (Silicon)

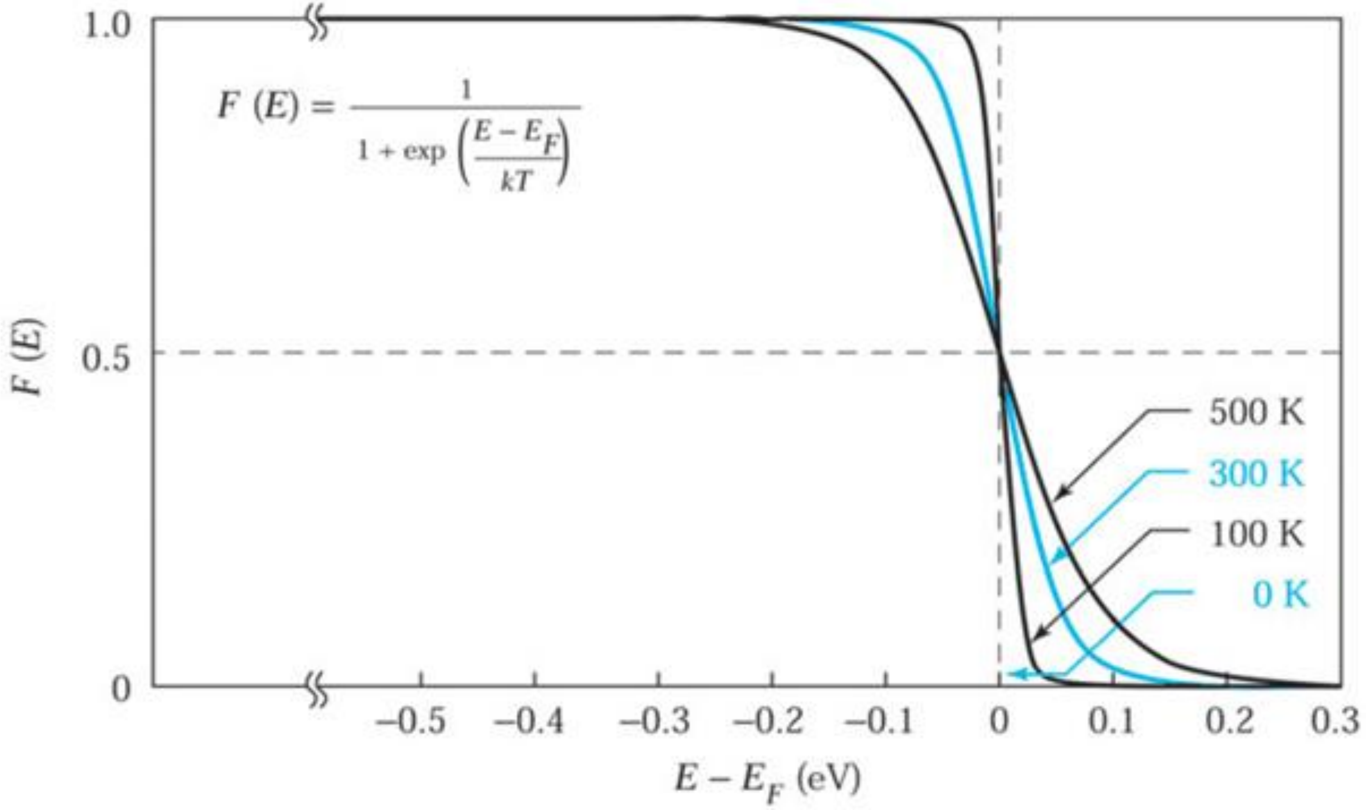
Πιθανότητα κατάληψης μίας ενεργειακής στάθμης

Η πιθανότητα κατάληψης μίας ενεργειακής στάθμης Ε από ηλεκτρόνια (τα οποία υπακούν στην απαγορευτική αρχή του Pauli), θα δίνεται από τη στατιστική Fermi-Dirac (FD)

$$f_{FD}(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)}$$

E_F : η στάθμη Fermi, που χαρακτηρίζει το σύστημα των ηλεκτρονίων.

Ισχύει ότι $f_{FD}(E_F)=0.5$



Ο αριθμός των ηλεκτρονίων στη ζώνη αγωγιμότητας θα δίνεται από

$$n = \int_{E_C}^{\infty} N_C(E)\, f_{FD}(E)\, dE$$

$$n = \int_{E_C}^{\infty} A_c\, (E - E_c)^{\frac{1}{2}}\, \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)} dE$$

$$n = \int_{E_C}^{\infty} A_c\, (E - E_c)^{\frac{1}{2}}\, \frac{1}{1+\exp\left(\frac{E-E_C}{kT}\right)\exp\left(-\frac{E_F-E_C}{kT}\right)} d(E - E_C)$$

Ο αριθμός των ηλεκτρονίων στη ζώνη αγωγιμότητας θα δίνεται από

$$n = \int_{E_C}^{\infty} \mathrm{N_C(E)\, f_{FD}(E)\, dE}$$

$$n = \int_{E_C}^{\infty} \mathrm{A_c\ (E - E_c)^{\frac{1}{2}}\ \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)}\, dE}$$

$$n = \int_{E_C}^{\infty} \mathrm{A_c\ (E - E_c)^{\frac{1}{2}}\ \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_C}{kT}\right) \exp\left(-\frac{E_F - E_C}{kT}\right)}\, d(E - E_C)}$$

χ

x_{F_n}

$$\chi = \frac{E - E_C}{kT}$$

$$n = A_c (kT)^{\frac{3}{2}} \int_{E_C}^{\infty} \frac{\chi^{\frac{1}{2}}}{1 + \exp\left(\chi - \chi_{F_n}\right)} d\chi$$

$$x_{F_n} = \frac{E_F - E_C}{kT}$$

$$n = A_c (kT)^{\frac{3}{2}} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \boxed{\left[\frac{\sqrt{\pi}}{2} \int_{E_C}^{\infty} \frac{\chi^{\frac{1}{2}}}{1 + \exp\left(\chi - \chi_{F_n}\right)} d\chi\right]}$$

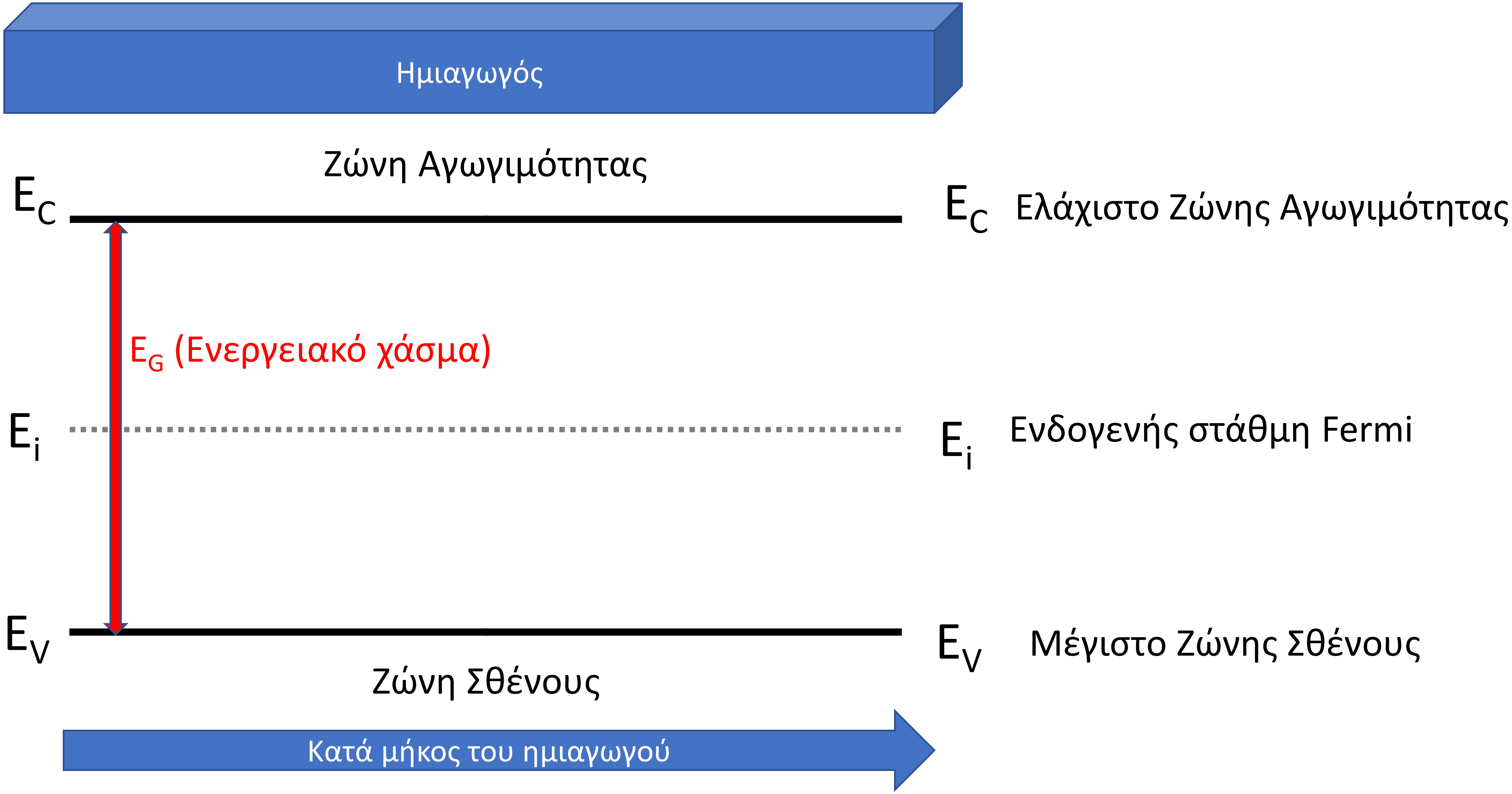
Ολοκλήρωμα Fermi

N_C : ενεργός πυκνότητα καταστάσεων στην ζώνη αγωγιμότητας και δίνεται από τη σχέση

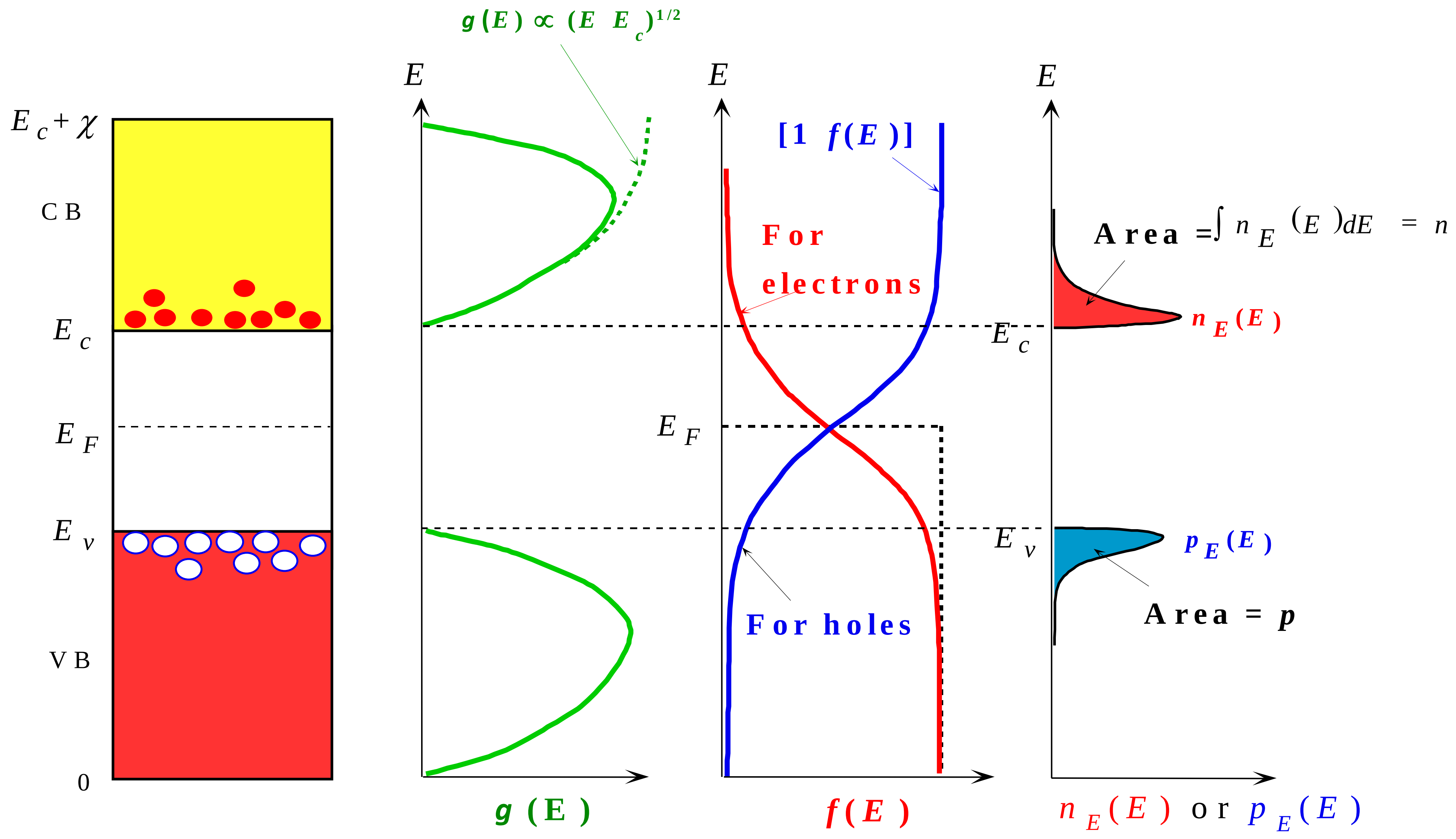
$$N_C = 2\, M_C \left(\frac{2\pi m_e^{eff} k}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} T^{\frac{3}{2}}$$

$$\boldsymbol{n = N_C \frac{2}{\sqrt{\pi}} F_{1/2}\left(\frac{E_F - E_C}{kT}\right)}$$

ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΗΜΙΑΓΩΓΩΝ



ΕΝΟΤΗΤΑ Ι: Ενδογενείς ημιαγωγοί (στατιστική φορέων αγωγιμότητας)



Όταν ισχύει $\mathrm{E_C - E_F > 4kT}$ τότε το ολοκλήρωμα Fermi-Dirac προσεγγίζει την τιμή

$$F_{1/2}(x_{F_n}) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\exp(x_{F_n})$$

$$\mathbf{n} = \boldsymbol{N_C}\frac{\mathbf{2}}{\sqrt{\boldsymbol{\pi}}}\boldsymbol{F_{1/2}}\left(\frac{\boldsymbol{E_F - E_C}}{\boldsymbol{kT}}\right) \Rightarrow \boxed{\mathbf{n} = \boldsymbol{N_C}\ \boldsymbol{exp}\left(-\frac{\boldsymbol{E_C - E_F}}{\boldsymbol{kT}}\right)}$$

Όταν ισχύει $\mathrm{E_C - E_F > 4kT}$ τότε το ολοκλήρωμα Fermi-Dirac προσεγγίζει την τιμή

$$F_{1/2}\left(x_{F_n}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\,\exp\left(x_{F_n}\right)$$

$$\mathbf{n} = \boldsymbol{N_C \frac{2}{\sqrt{\pi}} F_{1/2}\left(\frac{E_F - E_C}{kT}\right)} \Rightarrow \boxed{\mathbf{n} = \boldsymbol{N_C\ exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right)}}$$

ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ

Fermi-Dirac | **Maxwell-Boltzmann**

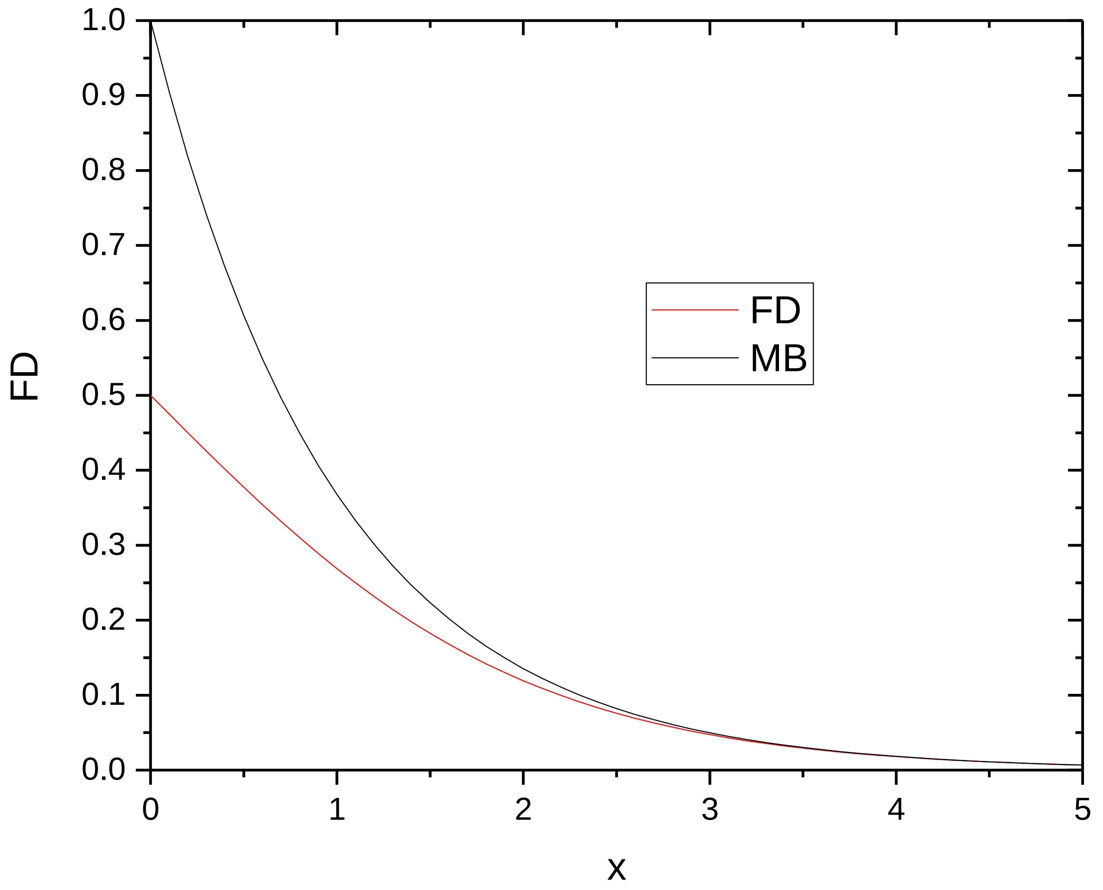
$$\mathrm{f_{FD}(E)} = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{\mathrm{E - E_F}}{\mathrm{kT}}\right)} \Rightarrow \mathrm{f_{MB}(E)} = \exp\left(-\frac{\mathrm{E - E_F}}{\mathrm{kT}}\right)$$

Fermi-Dirac

$$f_{FD}(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)}$$

Maxwell-Boltzmann

$$f_{MB}(E) = \exp\left(-\frac{E - E_F}{kT}\right)$$

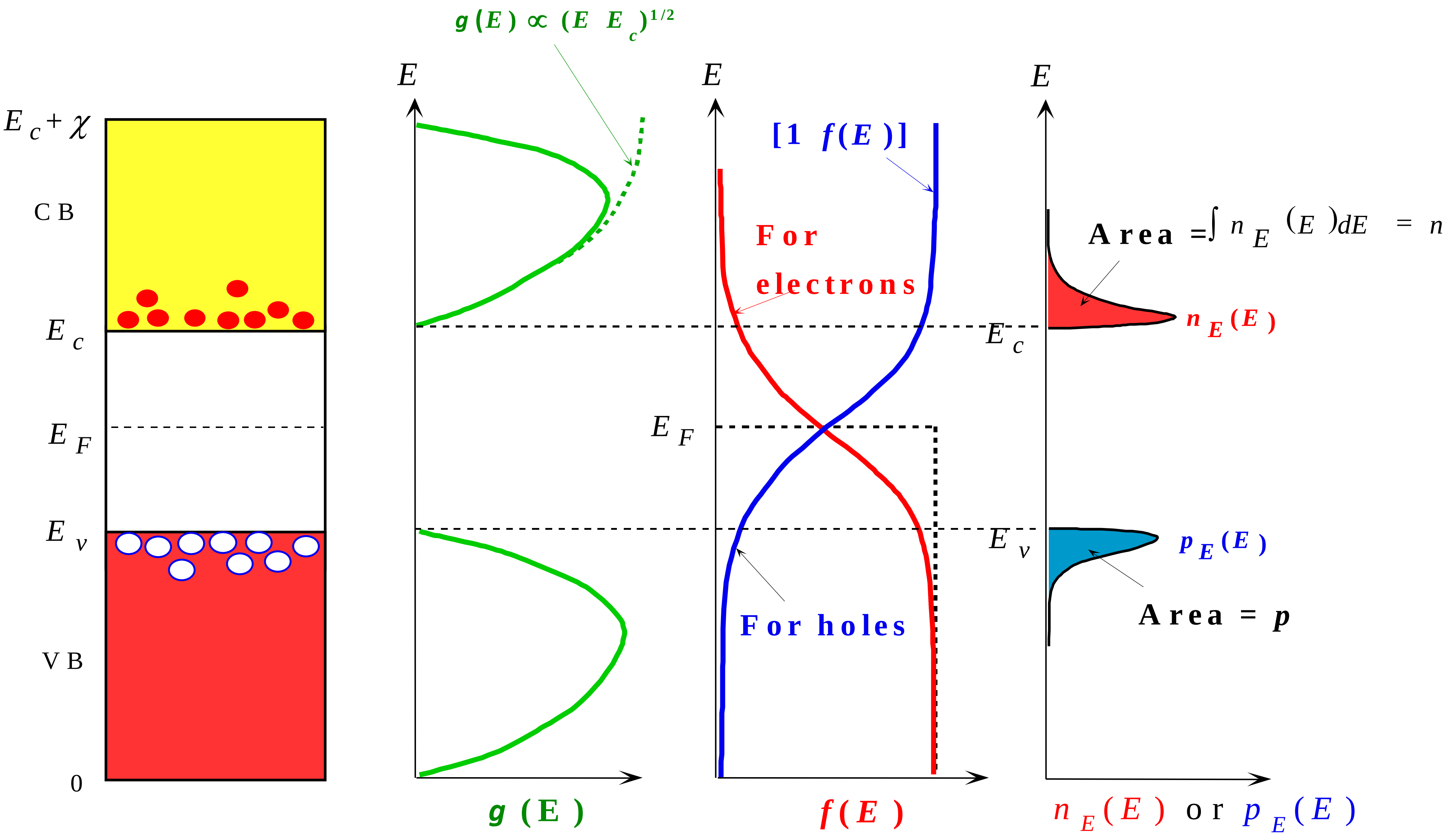


X	FD	MB	Difference
0	0.5	1	50.00%
0.5	0.377541	0.606531	37.75%
1	0.268941	0.367879	26.89%
1.5	0.182426	0.22313	18.24%
2	0.119203	0.135335	11.92%
2.5	0.075858	0.082085	7.59%
3	0.047426	0.049787	4.74%
3.5	0.029312	0.030197	2.93%
4	0.017986	0.018316	1.80%
4.5	0.010987	0.011109	1.10%
5	0.006693	0.006738	0.67%

Με αντίστοιχο τρόπο μπορούμε να υπολογίσουμε τη συγκέντρωση των οπών στη ζώνη σθένους

Όταν ισχύει $E_F - E_V > 4kT$ τότε το ολοκλήρωμα Fermi-Dirac προσεγγίζει την τιμή

$$\mathbf{p} = \boldsymbol{N_V \frac{2}{\sqrt{\pi}} F_{1/2}\left(\frac{E_V - E_F}{kT}\right)} \xrightarrow{E_F - E_V > 4kT} \boxed{\mathbf{p} = \boldsymbol{N_V \; exp\left(\frac{E_V - E_F}{kT}\right)}}$$



$E_c + \chi$
CB
E_c
E_F
E_v
VB
0
E
$g(E) \propto (E\ \ E_c)^{1/2}$
g (E)
E
$[1\ \ f(E)]$
For electrons
For holes
E_F
f(E)
E
$\text{Area} = \int n_E(E)dE = n$
$n_E(E)$
E_c
E_v
$p_E(E)$
Area = p
$n_E(E)$ or $p_E(E)$

Στατιστική	Ηλεκτρόνια	Οπές
Fermi-Dirac	$n = N_C \frac{2}{\sqrt{\pi}} F_{1/2}\left(\frac{E_F - E_C}{kT}\right)$	$p = N_V \frac{2}{\sqrt{\pi}} F_{1/2}\left(\frac{E_V - E_F}{kT}\right)$
Maxwell-Boltzmann (προσέγγιση όταν $E_C - E_F > 4kT$, $E_F - E_V > 4kT$)	$n = N_C \ exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right)$	$p = N_V exp\left(\frac{E_V - E_F}{kT}\right)$

$$\mathrm{n} = N_C\ exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right)$$

$$p = \mathrm{N_V exp}\left(\frac{\mathrm{E_V - E_F}}{\mathrm{kT}}\right)$$

Νόμος δράσης των μαζών (mass action law)

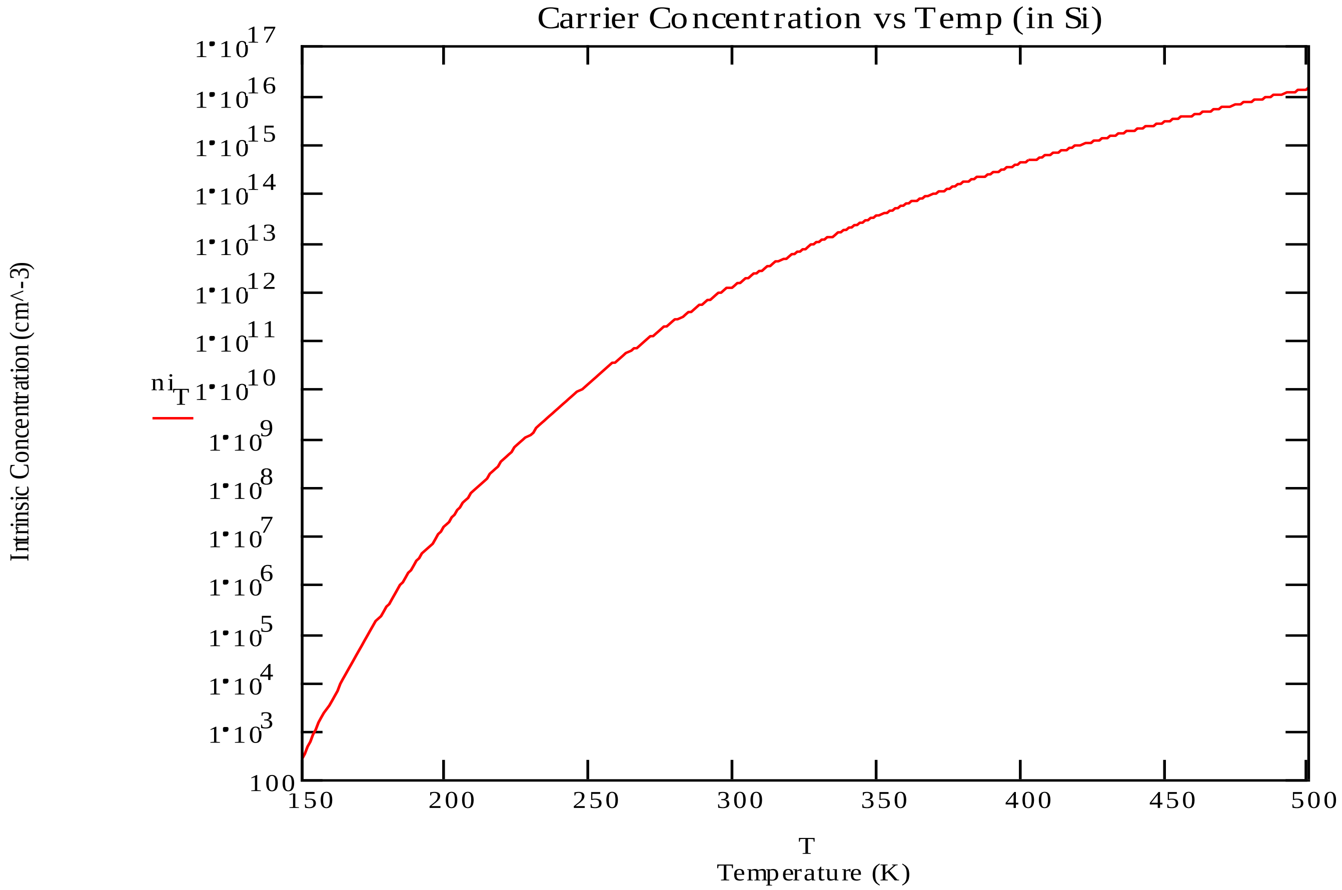
$$\mathrm{np = N_c N_V exp}\left(\frac{\mathrm{E_V - E_C}}{\mathrm{kT}}\right) = \mathrm{N_c N_V exp}\left(-\frac{\mathrm{E_G}}{\mathrm{kT}}\right)$$

ισχύει στη Θερμοδυναμική ισορροπία (Θ.Ι), τόσο σε ενδογενείς ημιαγωγούς όσο και σε εξωγενείς μη εκφυλισμένους ημιαγωγούς.

Για Ενδογενή ημιαγωγό

$$n = p = n_i = \sqrt{N_c N_V}\, exp\left(-\frac{E_G}{2kT}\right)$$

n_i είναι η **ενδογενής συγκέντρωση φορέων**.



Νόμος δράσης των μαζών (mass action law)

$$\boxed{np = n_i^2}$$

<u>Στάθμη Fermi ενδογενούς ημιαγωγού</u>

Σε ένα ενδογενή ημιαγωγό θα ισχύει ότι n=p

$$\mathrm{N_c exp}\left(\frac{\mathrm{E_i - E_C}}{\mathrm{kT}}\right) = \mathrm{N_V exp}\left(\frac{\mathrm{E_V - E_i}}{\mathrm{kT}}\right)$$

E_i είναι η ενδογενής στάθμη Fermi (intrinsic Fermi Level)

$$E_i = \frac{E_C + E_V}{2} - \frac{3kT}{4} ln\left(\frac{m_e^{eff}}{m_h^{eff}}\right) = E_V + \frac{E_G}{2} - \frac{3kT}{4} ln\left(\frac{m_e^{eff}}{m_h^{eff}}\right)$$

Εξωγενείς Ημιαγωγοί – Νόθευση

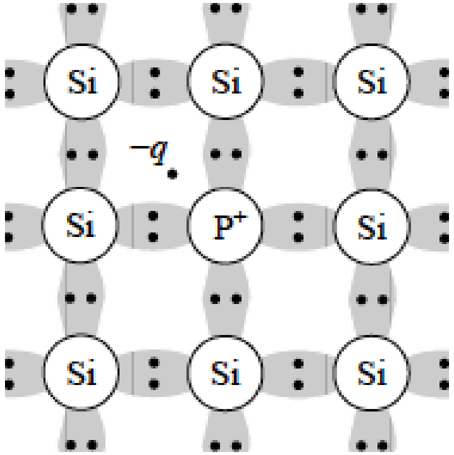
Μπορούμε να νοθεύσουμε έναν ημιαγωγό με προσμίξεις άλλων στοιχείων ώστε να αποκτήσει περίσσεια ηλεκτρονίων ή οπών. Επομένως έχουμε δύο τύπους ημιαγωγών : **n-τύπου (ηλεκτρόνια κυρίως) ή p-τύπου (κυρίως οπές)**. Εάν νοθεύσουμε ένα ημιαγωγό ώστε η συγκέντρωση φορέων n_o ή p_o να είναι διαφορετική από την ενδογενή συγκέντρωση φορέων n_i τότε ο ημιαγωγός είναι **ΕΞΩΓΕΝΗΣ ΗΜΙΑΓΩΓΟΣ ή ΗΜΙΑΓΩΓΟΣ ΠΡΟΣΜΙΞΕΩΝ.**

Όταν εισάγονται προσμίξεις σε ένα ενδογενή ημιαγωγό τότε επιπλέον ενεργειακά επίπεδα εμφανίζονται στο διάγραμμα ενεργειακών ζωνών μέσα στο ενεργειακό χάσμα.

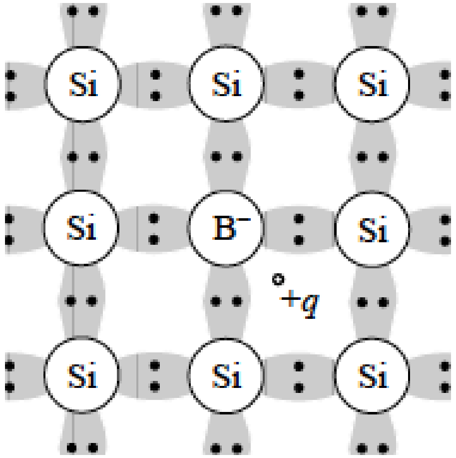
n-τύπου: Προσθήκη προσμίξεων στοιχείων της V στήλης του περιοδικού πίνακα

p-τύπου: Προσθήκη προσμίξεων στοιχείων της III στήλης του περιοδικού πίνακα

Φορείς αγωγιμότητας



(b)



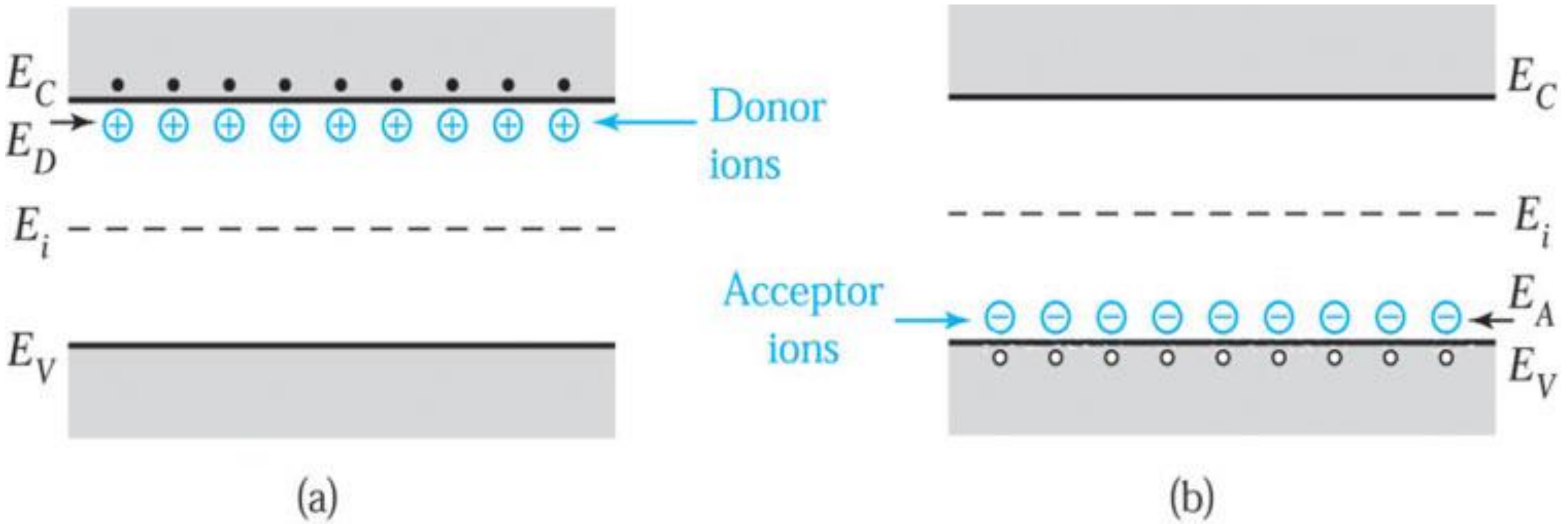
(c)

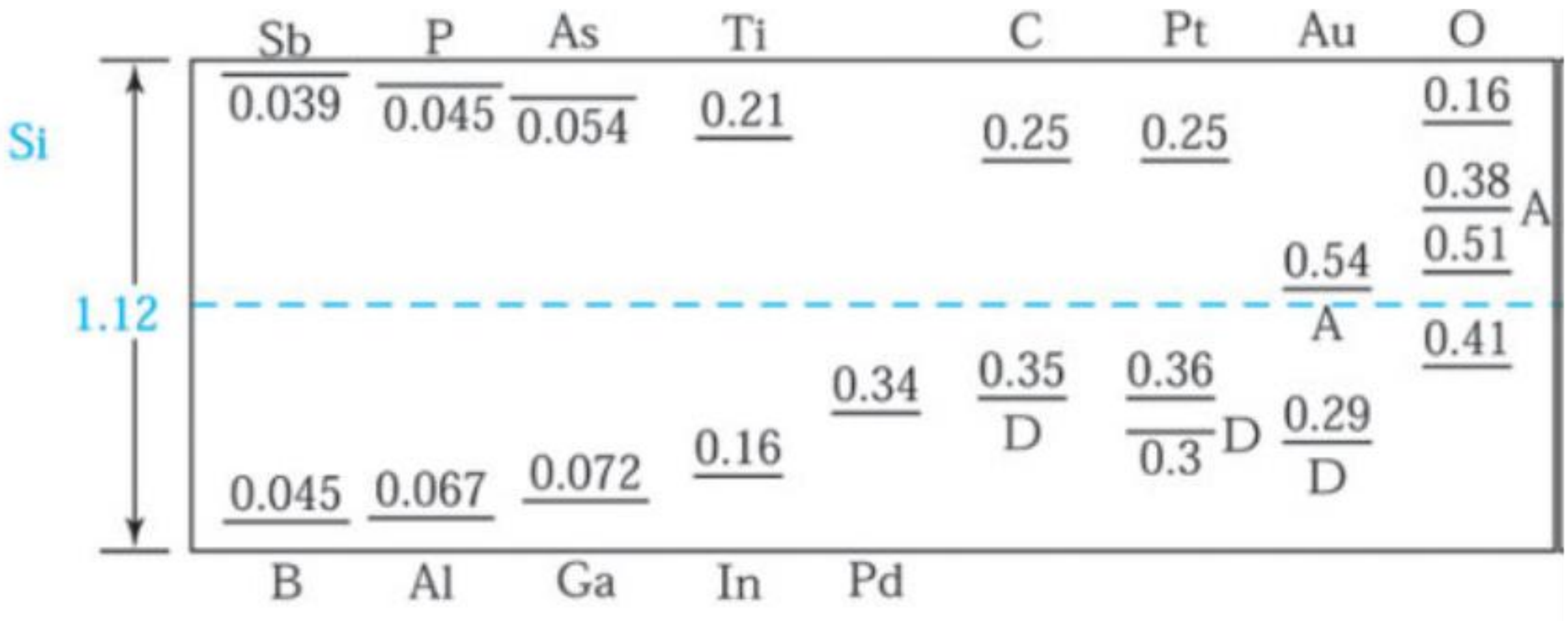
Εξωγενής

n-type

p-type

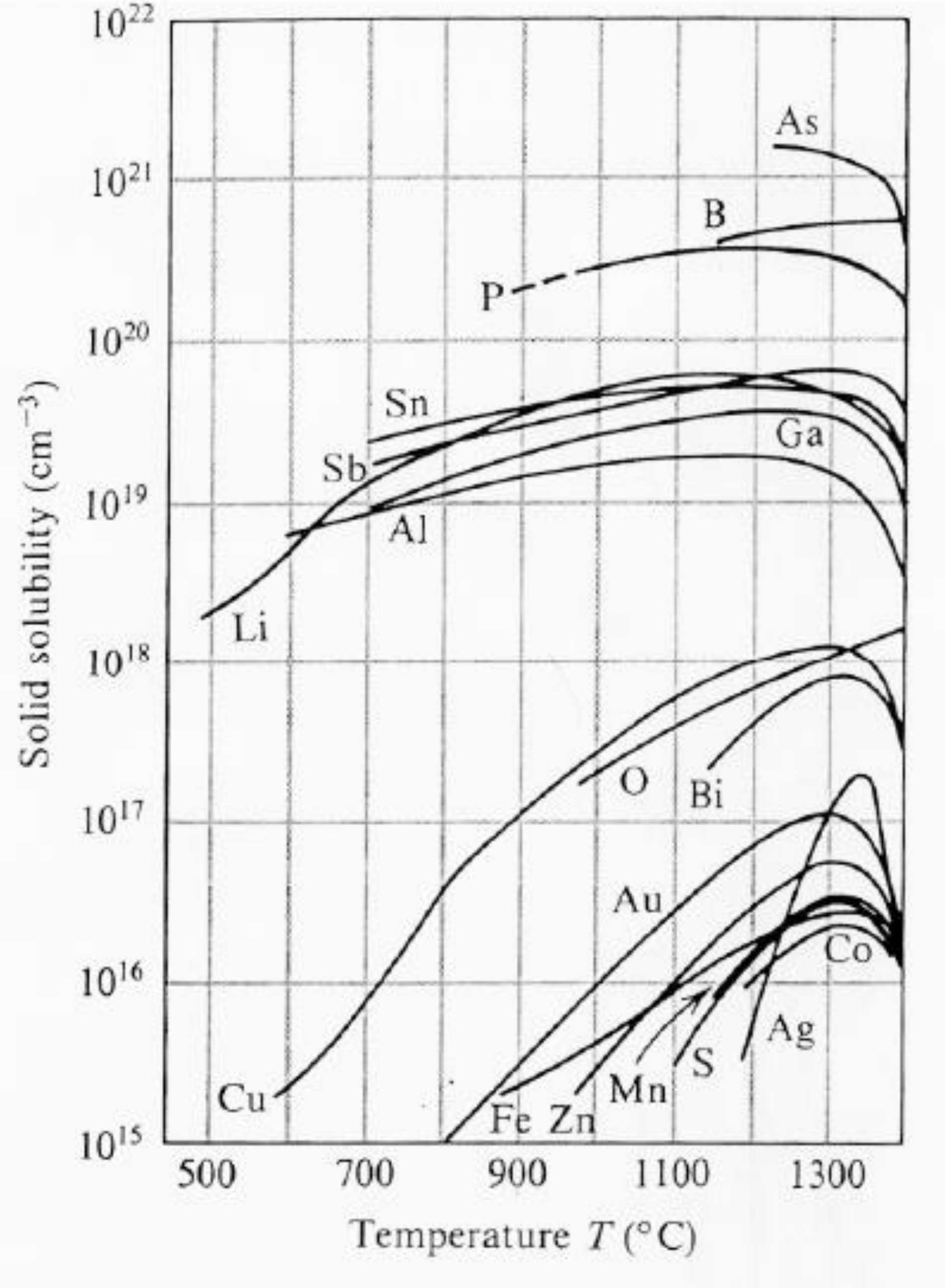
Στατιστική φορέων σε εξωγενείς ημιαγωγούς





Donor impurities (elements of group V): P, Sb, As

Acceptor elements (group III): B, Al, Ga, In



10^{22}
10^{21}
10^{20}
10^{19}
10^{18}
10^{17}
10^{16}
10^{15}
Solid solubility (cm^{-3})
As
B
P
Sn
Sb
Ga
Al
Li
O
Bi
Au
Co
Ag
S
Mn
Cu
Fe
Zn
500
700
900
1100
1300
Temperature T (°C)

Στατιστική φορέων στις στάθμες δοτών.

Ας υποθέσουμε ότι όλες οι προσμίξεις είναι ιονισμένες
(Αυτή προσέγγιση ισχύει σε θερμοκρασία περιβάλλοντος που συνήθως λειτουργούν οι ηλεκτρονικές διατάξεις)

Για **προσμίξεις δοτών** υποθέτουμε ότι το αδέσμευτο ηλεκτρόνιο κάθε ατόμου δότη έχει διαφύγει από το άτομο και κινείται ελεύθερα στο κρυσταλλικό πλέγμα του ημιαγωγού (ενεργειακά αυτό σημαίνει ότι βρίσκονται στη ζώνη αγωγιμότητας)

Για **προσμίξεις αποδεκτών** υποθέτουμε ότι η οπή* (έλλειψη ηλεκτρονίου) ενός δεσμού έχει διαφύγει από το άτομο και έχει μεταπηδήσει σε ένα γειτονικό άτομο (ενεργειακά αυτό σημαίνει ότι βρίσκεται στη ζώνη σθένους)

*Υπενθύμιση: Η «οπή» είναι μία βολική έννοια για να περιγράψουμε τη κίνηση των ηλεκτρονίων στη ζώνη σθένους.
Η «οπή» δεν υπάρχει έξω από το κρυσταλλικό πλέγμα

Κατανομή φορέων σε ημιαγωγό που περιέχει N_D άτομα δοτών (τύπου n)

Ηλεκτρική ουδετερότητα $N_D^+ + p = n$

Υποθέτω $N_D^+ = N_D$

Νόμος δράσης των μαζών $n\,p = n_i^2 \Rightarrow p = \dfrac{n_i^2}{n}$

$$n^2 - N_D n - n_i^2 = 0$$

$$\Delta = N_D^2 - 4\left(-n_i^2\right) = N_D^2 + 4\,n_i^2$$

Συγκέντρωση ηλεκτρονίων

$$n = \frac{N_D + \sqrt{N_D^2 + 4\,n_i^2}}{2}$$

Συγκέντρωση οπών

$$p = \frac{2\,n_i^2}{N_D + \sqrt{N_D^2 + 4\,n_i^2}}$$

Στην περίπτωση που ισχύει **N_D>>ni** οι παραπάνω σχέσεις γίνονται

$$n = N_D \qquad p = \frac{n_i^2}{N_D}$$

Κατανομή φορέων σε ημιαγωγό που περιέχει N_A άτομα αποδεκτών (τύπου p)

Ηλεκτρική ουδετερότητα $\quad \mathrm{N_A^-} + \mathrm{n} = p$ $\quad$ Υποθέτω $\mathrm{N_A^-} = N_A$

Νόμος δράσης των μαζών $\quad \mathrm{n\,p} = n_i^2 \Rightarrow \mathrm{n} = \dfrac{n_i^2}{p}$

$$p^2 - \mathrm{N}_A\, p - n_i^2 = 0$$

$$\Delta = N_A^2 - 4\left(-n_i^2\right) = N_A^2 + 4\, n_i^2$$

Συγκέντρωση ηλεκτρονίων

$$p = \frac{N_A + \sqrt{N_A^2 + 4\, n_i^2}}{2}$$

Συγκέντρωση οπών

$$n = \frac{2\, n_i^2}{N_A + \sqrt{N_A^2 + 4\, n_i^2}}$$

Στην περίπτωση που ισχύει **N_A>>ni** οι παραπάνω σχέσεις γίνονται

$$p = N_A \qquad \mathrm{n} = \frac{n_i^2}{N_A}$$

	Ηλεκτρόνια	Οπές
Ημιαγωγός τύπου n	$n = \dfrac{N_D + \sqrt{N_D^2 + 4\,n_i^2}}{2}$	$\mathrm{p} = \dfrac{2\,n_i^2}{N_D + \sqrt{N_D^2 + 4\,n_i^2}}$
Ημιαγωγός τύπου p	$n = \dfrac{2\,n_i^2}{N_A + \sqrt{N_A^2 + 4\,n_i^2}}$	$p = \dfrac{N_A + \sqrt{N_A^2 + 4\,n_i^2}}{2}$

	Ηλεκτρόνια	Οπές
Ημιαγωγός τύπου n	$n = N_D$	$\mathrm{p} = \dfrac{n_i^2}{N_D}$
Ημιαγωγός τύπου p	$\mathrm{n} = \dfrac{n_i^2}{N_A}$	$p = N_A$

Σχέση συγκέντρωσης φορέων με ενδογενή στάθμη Fermi για μη εκφυλισμένους ημιαγωγούς

Για τα ηλεκτρόνια

$$n = N_c \exp\left(\frac{E_F - E_C}{kT}\right) = N_c \exp\left(\frac{E_F - E_i + E_i - E_C}{kT}\right) = N_c \exp\left(\frac{E_i - E_C}{kT}\right) \exp\left(\frac{E_F - E_i}{kT}\right)$$

$$\boxed{\mathbf{n} = \boldsymbol{n_i} \; \mathbf{exp}\left(\frac{\mathbf{E_F} - \boldsymbol{E_i}}{\mathbf{kT}}\right)}$$

Για τις οπές

$$p = N_V \exp\left(\frac{E_V - E_F}{kT}\right) = N_V \exp\left(\frac{E_V - E_i + E_i - E_F}{kT}\right) = N_V \exp\left(\frac{E_V - E_i}{kT}\right) \exp\left(\frac{E_i - E_F}{kT}\right)$$

$$\boxed{\mathbf{p} = \boldsymbol{n_i} \; \mathbf{exp}\left(\frac{\mathbf{E_i} - \boldsymbol{E_F}}{\mathbf{kT}}\right)}$$

Κατανομή φορέων σε ημιαγωγό που περιέχει N_A άτομα αποδεκτών και N_D άτομα δοτών

Ηλεκτρική ουδετερότητα $\mathrm{N_A^-} + \mathrm{n} = p + \mathrm{N_D^+}$

Υποθέτω

$\mathrm{N_D^+} = N_D \quad \mathrm{N_A^-} = N_A$

Νόμος δράσης των μαζών $\mathrm{n\,p} = n_i^2$

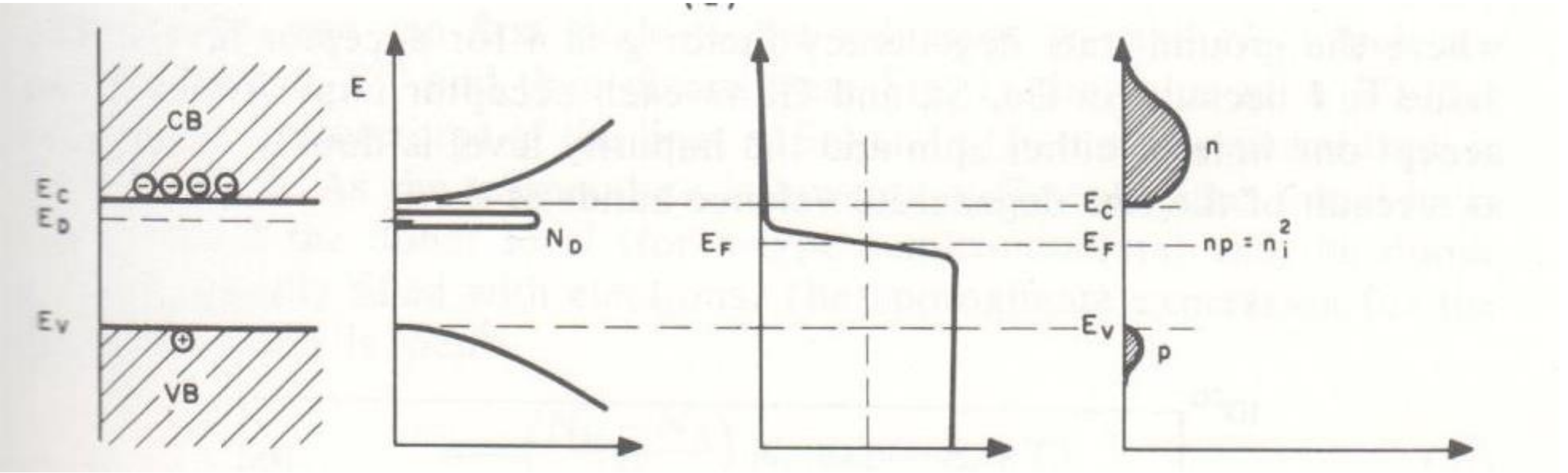
Συγκέντρωση ηλεκτρονίων

$$n = \frac{1}{2}\left[(\mathrm{N}_D - N_A) + \sqrt{(N_D - N_A)^2 + 4\,n_i^2}\right]$$

Συγκέντρωση οπών

$$p = \frac{1}{2}\left[(\mathrm{N}_A - N_D) + \sqrt{(N_D - N_A)^2 + 4\,n_i^2}\right]$$

Στατιστική φορέων στις στάθμες δοτών.



Στατιστική φορέων στις στάθμες δοτών.

Τι συμβαίνει όταν δεν είναι ιονισμένες όλες οι προσμίξεις?

Κάτω από ποιες προϋποθέσεις συμβαίνει?

Στατιστική φορέων στις στάθμες δοτών.

Έστω N_D είναι η συγκέντρωση των δοτών στον ημιαγωγό και N_D^o και N_D^+ είναι οι συγκεντρώσεις των κατειλημμένων και των ελεύθερων ενεργειακών σταθμών αντίστοιχα.

$$N_D = N_D^o + N_D^+$$

$$N_D^o = N_D \frac{1}{1 + \frac{1}{g_D} exp\left(\frac{E_D - E_F}{kT}\right)}$$

όπου ο παράγοντας gD λαμβάνει υπόψιν το εκφυλισμό της ενεργειακής στάθμης. Για την περίπτωση του πυριτίου ισχύει gD=2 και οφείλεται στον εκφυλισμό λόγω του spin των ηλεκτρονίων.

$$\frac{N_D^o}{N_D} = \frac{1}{1 + \frac{1}{g_D} exp\left(\frac{E_D - E_F}{kT}\right)} \Rightarrow \frac{N_D^o}{N_D^o + N_D^+} = \frac{1}{1 + \frac{1}{g_D} exp\left(\frac{E_D - E_F}{kT}\right)}$$

Ο συνολικός αριθμός των ιονισμένων δοτών θα δίνεται από $N_D^+ = N_D - N_D^o$

$$\boxed{\frac{N_D^+}{N_D^o} = \frac{1}{g_D} exp\left(\frac{E_D - E_F}{kT}\right)}$$

ο λόγος των **ιονισμένων** (*μη κατειλημμένες από ηλεκτρόνιο ενεργειακές στάθμες*) πρός τις **ουδέτερες** (*κατειλημμένες από ηλεκτρόνιο ενεργειακές στάθμες*) θα εξαρτάται από το διαχωρισμό της στάθμης Fermi από τη στάθμη των δοτών.

$$\boxed{\mathrm{N_D^+} = N_D \frac{1}{1 + \mathrm{g_D} \exp\left(\frac{\mathrm{E_F} - \mathrm{E_D}}{\mathrm{kT}}\right)}}$$

Ι. Εξωγενής Περιοχή

$$\mathrm{E_V} + \frac{E_G}{2} < E_F < E_C - 4\mathrm{kT}$$

Στη περίπτωση αυτή όλες οι προσμίξεις είναι ιονισμένες $\mathrm{N_D^+} = N_D$

Αν $\mathrm{N_D} \gg \mathrm{ni}$

$$\mathrm{E_F} = \mathrm{E_C} - \mathrm{kT} \ln\left(\frac{\mathrm{N_C}}{\mathrm{N_D}}\right)$$

Από την παραπάνω σχέση φαίνεται ότι όσο **ελαττώνεται η θερμοκρασία** η **στάθμη Fermi τείνει προς τη στάθμη των δοτών** ανεξάρτητα από την τιμή του $\mathrm{N_D}$

ΙΙ. Περιοχή ιονισμού των προσμίξεων

Για αρκετά χαμηλές θερμοκρασίες η υπόθεση παύει να ισχύει. $\mathrm{E_V} + \frac{E_G}{2} < E_F < E_C - 4\mathrm{kT}$

Η στάθμη Fermi κινείται προς την στάθμη $\mathrm{E_D}$ και ηλεκτρόνια από τη ζώνη αγωγιμότητας παγώνουν (freeze out) στην στάθμη των δοτών. Στην περίπτωση αυτή η συγκέντρωση των ουδέτερων δοτών δεν μπορεί να αγνοηθεί.

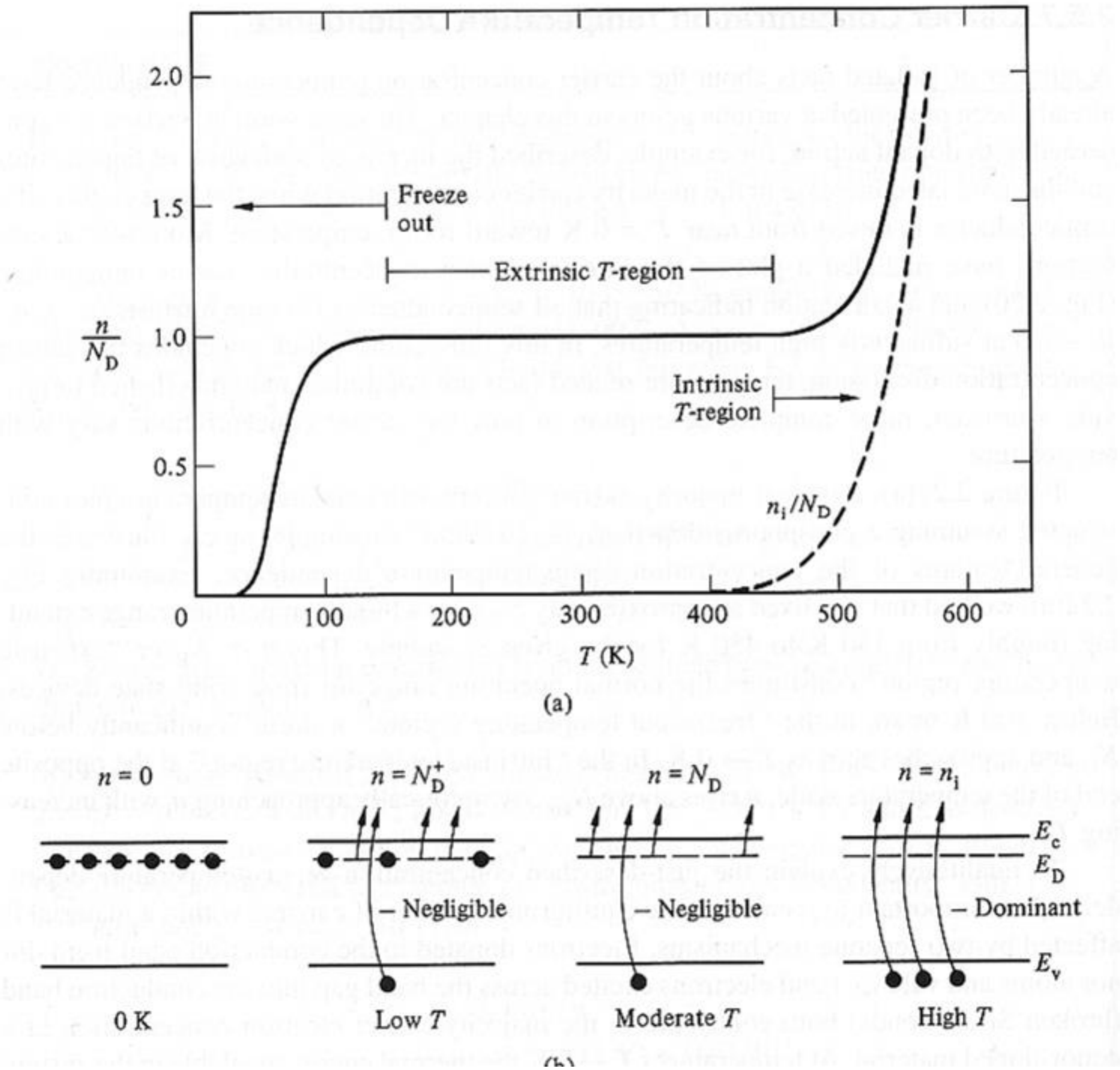
$$n = \mathrm{N_D^+}$$

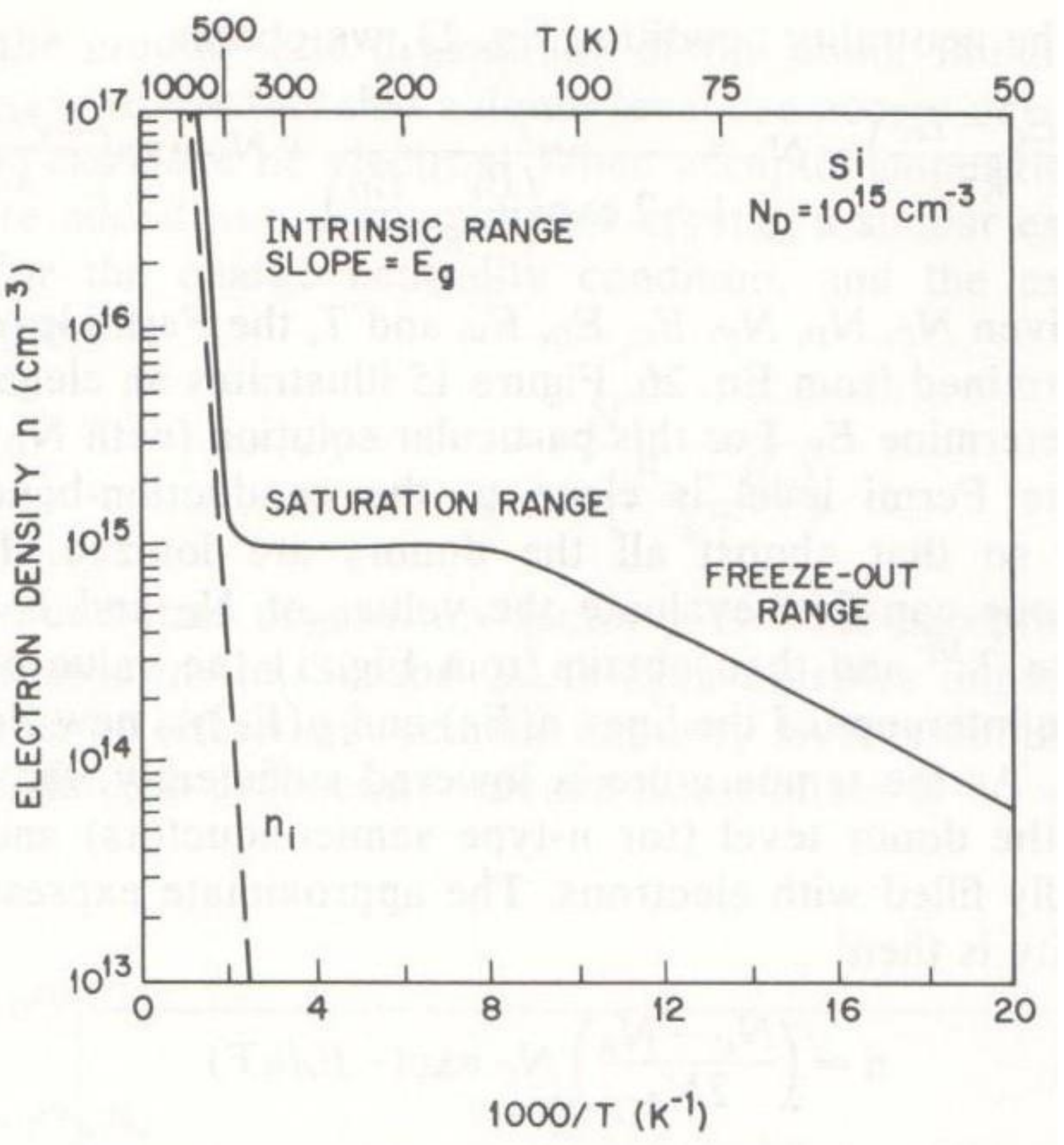
$$\mathrm{N_C} \exp\left(\frac{\mathrm{E_F - E_C}}{\mathrm{kT}}\right) = N_D \frac{1}{1 + \mathrm{g_D} \exp\left(\frac{\mathrm{E_F - E_D}}{\mathrm{kT}}\right)}$$

$$\mathrm{N_C} \exp\left(\frac{\mathrm{E_F - E_C}}{\mathrm{kT}}\right) \cong \frac{N_D}{\mathrm{g_D}} exp\left(-\frac{\mathrm{E_F - E_D}}{\mathrm{kT}}\right)$$

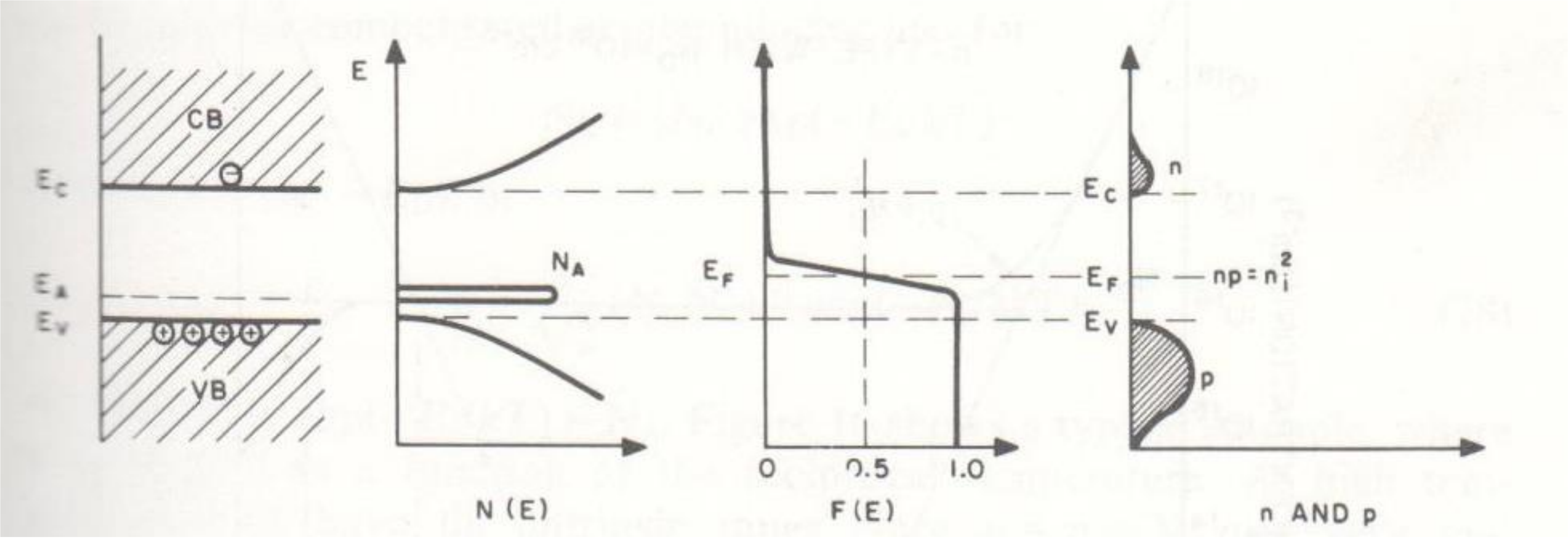
$$\boxed{\mathrm{n} = \mathrm{N_C} \exp\left(\frac{\mathrm{E_F - E_C}}{\mathrm{kT}}\right) = \left(\frac{\mathrm{N_C N_D}}{\mathrm{g_D}}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(\frac{\mathrm{E_D - E_C}}{\mathrm{2kT}}\right)}$$

$$\boxed{\mathrm{E_F} = \frac{\mathrm{E_C + E_D}}{2} - \frac{kT}{2} ln\left(\frac{\mathrm{g_D\, N_C}}{N_D}\right)}$$


2.0
1.5
1.0
0.5
0
100
200
300
400
500
600
$\frac{n}{N_D}$
Freeze out
Extrinsic T-region
Intrinsic T-region
n_i/N_D
T (K)
(a)
n = 0
$n = N_D^+$
$n = N_D$
$n = n_i$
E_c
E_D
E_v
– Negligible
– Negligible
– Dominant
0 K
Low T
Moderate T
High T
(b)


T (K)
500
1000
300
200
100
75
50
10^{17}
10^{16}
10^{15}
10^{14}
10^{13}
Si
$N_D = 10^{15}$ cm^{-3}
INTRINSIC RANGE
SLOPE = E_g
SATURATION RANGE
FREEZE-OUT RANGE
n_i
ELECTRON DENSITY n (cm^{-3})
0
4
8
12
16
20
1000/T (K^{-1})

Στατιστική φορέων στις στάθμες αποδεκτών



Στατιστική φορέων στις στάθμες αποδεκτών

Έστω N_{A} είναι η συγκέντρωση των αποδεκτών στον ημιαγωγό και N_{A}^{o} και N_{A}^{-} είναι οι συγκεντρώσεις των κατειλημμένων και των ελεύθερων ενεργειακών σταθμών αντίστοιχα.

$$N_{\mathrm{A}} = N_{\mathrm{A}}^{o} + N_{\mathrm{A}}^{-}$$

$$N_{\mathrm{A}}^{-} = N_{\mathrm{A}} \frac{1}{1 + g_{\mathrm{A}} exp\left(\frac{E_{\mathrm{A}} - E_F}{kT}\right)}$$

Η τιμή g_A συνδέεται με το εκφυλισμό της ενεργειακής στάθμης και για την περίπτωση του πυριτίου ισχύει ότι g_A=4 εξαιτίας του εκφυλισμού λόγω spin και την ύπαρξη δύο ενεργειακών ζωνών στο μέγιστο τις ζώνης σθένους που συνδέονται με τις ελαφριές (light) και τις βαριές (heavy) οπές.

$$\frac{N_A^-}{N_A} = \frac{1}{1 + g_A \exp\left(\frac{E_A - E_F}{kT}\right)}$$

$$\boxed{\frac{N_A^-}{N_A^o} = g_A\, exp\left(\frac{E_F - E_A}{kT}\right)}$$

$$\frac{N_A^-}{N_A^o + N_A^-} = \frac{1}{1 + g_A \exp\left(\frac{E_A - E_F}{kT}\right)}$$

δηλαδή ο **λόγος των ιονισμένων** (κατειλημμένες από ηλεκτρόνιο ενεργειακές στάθμες) **προς τις ουδέτερες** (μη κατειλημμένες από ηλεκτρόνιο ενεργειακές στάθμες) εξαρτάται από το **διαχωρισμό της στάθμης Fermi από τη στάθμη των αποδεκτών**.

$$\frac{N_A^o + N_A^-}{N_A^-} = 1 + g_A \exp\left(\frac{E_D - E_F}{kT}\right)$$

$$\frac{N_A^-}{N_A} = \frac{1}{1 + g_A \exp\left(\frac{E_A - E_F}{kT}\right)}$$

$$\frac{N_A^-}{N_A^o + N_A^-} = \frac{1}{1 + g_A \exp\left(\frac{E_A - E_F}{kT}\right)}$$

$$\boxed{\frac{N_A^-}{N_A^o} = g_A\, exp\left(\frac{E_F - E_A}{kT}\right)}$$

Ο συνολικός αριθμός των ιονισμένων δοτών θα δίνεται από $N_D^+ = N_D - N_D^o$

δηλαδή ο **λόγος των ιονισμένων** (κατειλημμένες από ηλεκτρόνιο ενεργειακές στάθμες) **προς τις ουδέτερες** (μη κατειλημμένες από ηλεκτρόνιο ενεργειακές στάθμες) εξαρτάται από το **διαχωρισμό της στάθμης Fermi από τη στάθμη των αποδεκτών**.

$$\boxed{N_A^- = N_A \frac{1}{1 + g_A \exp\left(\frac{E_A - E_F}{kT}\right)}}$$

I. Εξωγενής Περιοχή

$$E_V + 4kT < E_F < E_C - \frac{E_G}{2}$$

Στη περίπτωση αυτή όλες οι προσμίξεις είναι ιονισμένες $N_A^- = N_A$

Αν $N_A \gg ni$

$$E_F = E_V - kT \ln\left(\frac{N_A}{N_V}\right)$$

Από την παραπάνω σχέση φαίνεται ότι όσο **ελαττώνεται η θερμοκρασία** η **στάθμη Fermi τείνει πρός τη στάθμη των αποδεκτών** ανεξάρτητα από την τιμή του N_A

ΙΙ. Περιοχή ιονισμού των προσμίξεων

Για αρκετά χαμηλές θερμοκρασίες η υπόθεση παύει να ισχύει. $\mathrm{E_V} + 4\mathrm{kT} < E_F < E_\mathrm{C} - \frac{E_G}{2}$

Η στάθμη Fermi κινείται προς την στάθμη $\mathrm{E_A}$ και οπές από τη ζώνη σθένους παγώνουν (freeze out) στην στάθμη των αποδεκτών. Στην περίπτωση αυτή η συγκέντρωση των ουδέτερων αποδεκτών δεν μπορεί να αγνοηθεί.

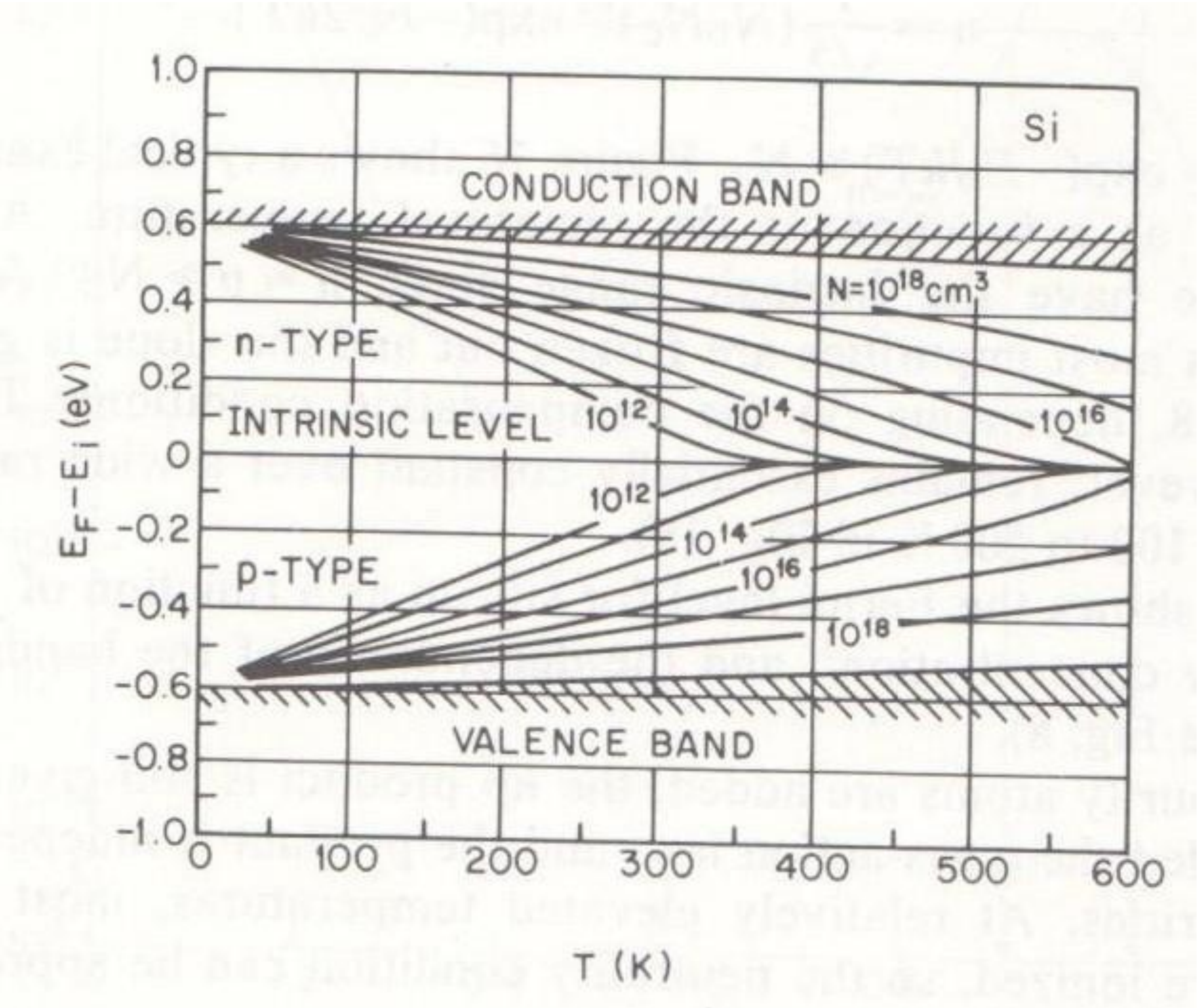
$$p = \mathrm{N_A^-}$$

$$\mathrm{N_V} \exp\left(\frac{\mathrm{E_V} - \mathrm{E_F}}{\mathrm{kT}}\right) = N_A \frac{1}{1 + \mathrm{g_A} \exp\left(\frac{\mathrm{E_A} - \mathrm{E_F}}{\mathrm{kT}}\right)}$$

$$\mathrm{N_V} \exp\left(\frac{\mathrm{E_V} - \mathrm{E_F}}{\mathrm{kT}}\right) \cong \frac{N_A}{\mathrm{g_A}} exp\left(-\frac{\mathrm{E_A} - \mathrm{E_F}}{\mathrm{kT}}\right)$$

$$\boxed{\mathrm{p} = \mathrm{N}_V \exp\left(\frac{\mathrm{E_V} - \mathrm{E_F}}{\mathrm{kT}}\right) = \left(\frac{\mathrm{N}_A \mathrm{N}_V}{\mathrm{g_A}}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(\frac{\mathrm{E_A} - \mathrm{E_V}}{2\mathrm{kT}}\right)}$$

$$\boxed{\mathrm{E_F} = \frac{\mathrm{E_V} + \mathrm{E_A}}{2} + \frac{\mathrm{kT}}{2} \ln\left(\frac{\mathrm{g_A N_v}}{\mathrm{N_A}}\right)}$$


Si
CONDUCTION BAND
N=10^18 cm^-3
n-TYPE
INTRINSIC LEVEL
10^12
10^14
10^16
10^12
10^14
10^16
10^18
p-TYPE
VALENCE BAND
E_F - E_i (eV)
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1.0
0
100
200
300
400
500
600
T (K)

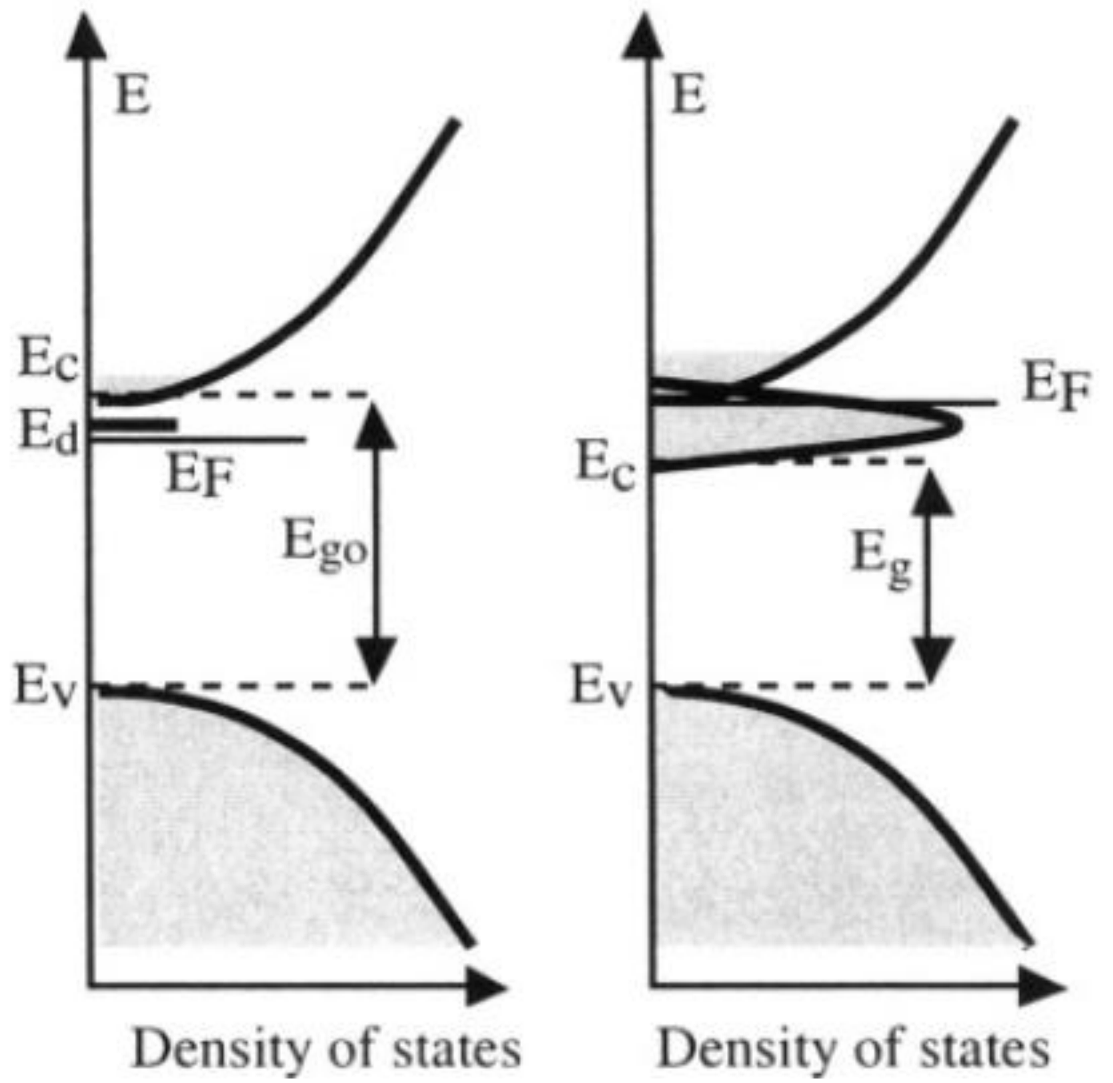
Εκφυλισμένοι ημιαγωγοί

Αν η συγκέντρωση των προσμίξεων είναι υψηλή η στάθμη των προσμίξεων απλώνει σε ζώνη και επικαλύπτεται με την ζώνη αγωγιμότητας (ή σθένους)

Στη περίπτωση αυτή το ενεργειακό χάσμα του ημιαγωγού αλλάζει ($E_{Go} \rightarrow E_G$ και μεταβάλλονται δραστικά οι ιδιότητές του.

Ένας τέτοιος ημιαγωγός ονομάζεται **εκφυλισμένος**

Ένα εκφυλισμένος ημιαγωγός παρουσιάζει ηλεκτρικές ιδιότητες αντίστοιχες με αυτές των μετάλλων



Μη εκφυλισμένος ημιαγ. Εκφυλισμένος ημιαγ.