ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΦΥΣΙΚΗ (ΟΔΗΓΟΣ ΜΕΛΕΤΗΣ)

Έκδοση 2023

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Το μάθημα διδάσκεται σε εισαγωγικό προπτυχιακό επίπεδο. Υπάρχουν , όμως, και εδάφια που αγγίζουν το μέσο προπτυχιακό επίπεδο.

Βασικά συγγράμματα:

1) "Modern Physics", Kenneth S. Krane, 3rd edition, John Wiley &Sons, 2012. Κυκλοφορεί μεταφρασμένο στα Ελληνικά από τον οίκο Broken Hill.
2) «Σύγχρονη Φυσική» , R. A. Serway, C. J. Moses, C. Moyer, 1989, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης

Συμπληρωματική βιβλιογραφία εισαγωγικού προπτυχιακού επιπέδου:

3) "Concepts of Modern Physics", A.Beiser, 6th Edition, McGraw-Hill Companies, Inc., 2003 (στα αγγλικά).
4) "Fundamental University Physics- Vol.3 Quantum and Statistical Physics", M. Alonso-E.J.Finn, 1rst edition, Addison Wesley, 1968 (στα αγγλικά).

Συμπληρωματική βιβλιογραφία εισαγωγικού προς μέσου προπτυχιακού επιπέδου:

1) «Κβαντομηχανική Ι», Στέφανος Τραχανάς, 2005, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης. Σε υψηλότερο επίπεδο από τα προηγούμενα. Ποιοτική ανάλυση σε βάθος. Συνιστώνται οι σελίδες 1-106 που καλύπτουν την παλαιά κβαντική θεωρία
2) «Εισαγωγή στην Σύγχρονη Φυσική», Πανεπιστημιακές σημειώσεις Α. Ζδέτση. Μέρος των σημειώσεων, οι οποίες περιλαμβάνουν και ευρεία βιβλιογραφία διαφόρων επιπέδων, έχει αναρτηθεί στην ιστοσελίδα του μαθήματος.

Συμπληρωματική βιβλιογραφία μέσου προπτυχιακού επιπέδου:

1)«Θεμελιώδης Σύγχρονη Φυσική», R.M.Eisberg, (μετάφραση της αγγλικής έκδοσης του 1961), Εκδόσεις Γ.Α.Πνευματικού.
2) " Quantum Physics of Atoms, Molecules, Solids, Nuclei and Particles", 2nd edition, John Wiley &Sons, 1985 (στα αγγλικά). Αποτελεί ουσιαστικά ανανεωμένη ματιά του προηγούμενου.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ
Κλασική και Σύγχρονη Φυσική

Έκδοση 2023

I. ΤΑ ΕΠΙΤΕΥΓΜΑΤΑ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΕΩΣ ΤΑ ΤΕΛΗ ΤΟΥ 19ου ΑΙΩΝΑ

Κλασική Φυσική

Κλασική Μηχανική

Κίνηση υλικού σώματος (τροχιά) υπό την επίδραση γνωστής δύναμης

Κλασική Θεωρία πεδίων

Εξαγωγή εκφράσεων και νόμων των θεμελιωδών δυνάμεων

Μελέτη συστήματος πολλών σωματιδίων

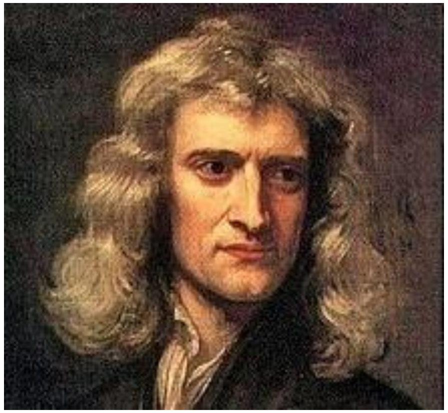
Α) Θερμοδυναμική

Β) Κλασική Στατιστική Μηχανική

I) Κλασική Μηχανική

Πρότυπο: Υλικό σημείο (όλη η μάζα του συγκεντρωμένη σε ένα σημείο ή αδιάφορη η κατανομή μάζας στόν όγκο του σώματος)→μηχανική στερεού σώματος, μηχαν. κύματα , συνεχή μέσα (ρευστά)

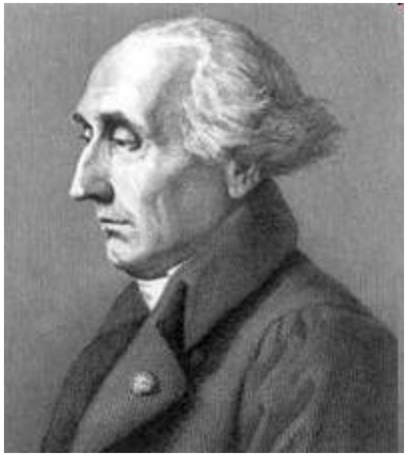
Sir Isaac Newton (1643-1727)



Διανυσματική αντιμετώπιση

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Joseph-Louis comte de Lagrange (Giuseppe Luigi Lagrangi) (1736 –1813)



$$L = K - U = f(p_j, \dot{q}_j, t)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_j} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j}\right) = 0$$

Sir William Rowan Hamilton (1805 –1865)

Αλγεβρική αντιμετώπιση

$$H = \sum_j p_j \dot{q}_j - L = f(p_j, q_j, t)$$

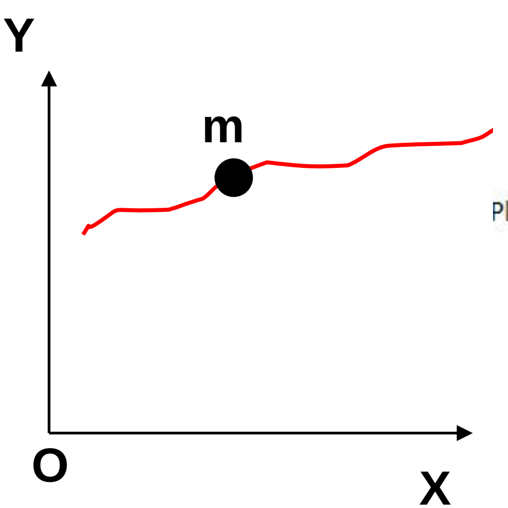
$$\frac{dp_j}{dt} = -\left(\frac{\partial H}{\partial q_j}\right), \quad \frac{dq_j}{dt} = \left(\frac{\partial H}{\partial p_j}\right)$$

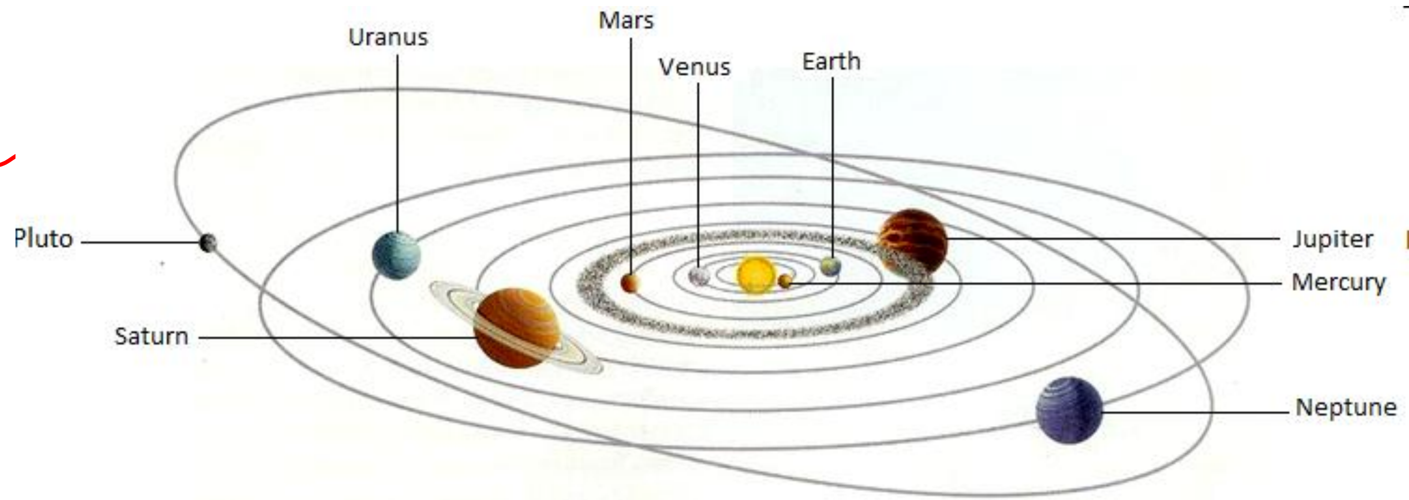
Ανεξάρτητα από την αντιμετώπιση, στα πλαίσια της Κλασικής Μηχανικής:

(α) Ένα υλικό σώμα διαγράφει μια καλώς καθορισμένη τροχιά και είναι δυνατόν να υπολογίσουμε με ακρίβεια την θέση και την ορμή του σε κάθε χρονική στιγμή.

(β) Όλα τα φυσικά μεγέθη του προβλήματος (ενέργεια, ορμή, στροφορμή κλπ) παίρνουν όλες τις δυνατές τιμές στο επιτρεπόμενο διάστημα.

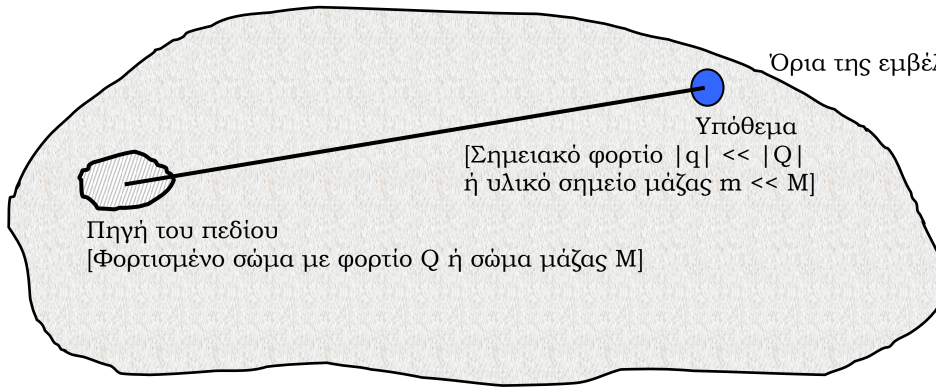
$$E = \frac{p^2}{2m} + U(x),\ U_{min} < E < \infty \text{ (συνεχής)}$$





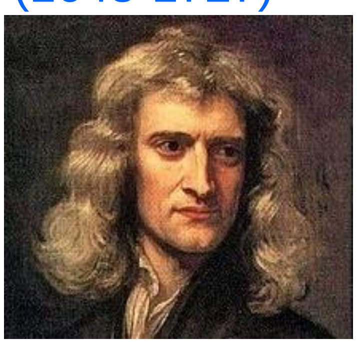
II) Κλασική Θεωρία Πεδίων

Πεδίο δυνάμεων: «Κατάλληλα διαμορφωμένος» χώρος από την παρουσία ενός σώματος (πηγή του πεδίου) με μια συγκεκριμένη ιδιότητα (μάζα, ηλεκτρικό φορτίο), έτσι ώστε σε ένα άλλο σώμα (υπόθεμα) με την ίδια ιδιότητα, που φέρεται στον χώρο αυτό, να ασκείται αυτομάτως δύναμη.



A. Βαρυτικό πεδίο: Ελκτική αλληλεπίδραση μεταξύ υλικών σημείων ή σωμάτων με μάζα.

Sir Isaac Newton
(1643-1727)



Συντηρητική. Υπακούει στην αρχή της επαλληλίας.

$$\vec{F} = G\frac{Mm}{r^2}\hat{r}, \quad \vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} \qquad \vec{F} = G\frac{M_1 m}{r_1^{\,2}}\hat{r}_1 + ... + G\frac{M_N m}{r_N^{\,2}}\hat{r}_N$$

Μικροσκοπική αιτία: Άγνωστη ?

Β. Ηλεκτρομαγνητικό πεδίο:

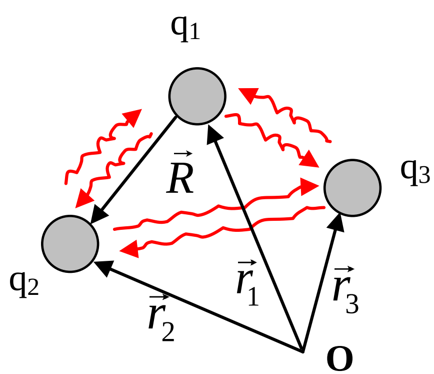
●Ηλεκτροστατική: Ελκτική ή απωστική αλληλεπίδραση μεταξύ σημειακών φορτίων ή φορτισμένων σωμάτων. Συντηρητική. Υπακούει στην αρχή της επαλληλίας.

Πρότυπο: Σημειακό φορτίο (όλο το φορτίο του συγκεντρωμένο σε ένα σημείο ή αδιάφορη η κατανομή φορτίου στόν όγκο του σώματος)→ αλληλεπίδραση μεταξύ φορτισμένων σωμάτων

Charles Augustin de Coulomb
(1736 – 1806)

Μικροσκοπική αιτία:

Ανταλλαγή φωτονίων



Carl Friedrich Gauss
(1777 – 1855)

$$\vec{F} = K_e \frac{Qq}{r^2}\hat{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0}\frac{Qq}{r^2}\hat{r}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

$$\oiint_A \vec{E}\bullet d\vec{A} = \frac{Q_{in}}{\varepsilon_0}$$

● Μαγνητοστατική: Ελκτική ή απωστική αλληλεπίδραση μεταξύ ρευματοφόρων αγωγών και φυσικών μαγνητών. Μη συντηρητική. Υπακούει στην αρχή της επαλληλίας.

Μικροσκοπική αιτία: Αλληλεπίδραση μεταξύ κινούμενων σημειακών φορτίων

Πρότυπο: Δεν υπάρχουν μαγνητικά μονόπολα. Κινούμενο σημειακό φορτίο σε μαγνητικό πεδίο.

Jean-Baptiste Biot (1774-1862)

Félix Savart (1791-1841)

André-Marie Ampère (1775 –1836)

Carl Friedrich Gauss (1777 – 1855)

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int \frac{d\vec{\ell}\times\vec{r}}{r^2}$$

$$\oint_C \vec{B}\bullet d\vec{\ell} = \mu_0 I$$

$$\oiint_A \vec{B}\bullet d\vec{A} = 0$$

●Ηλεκτρομαγνητισμός:

(α) Ηλεκτρομαγνητική επαγωγή. Χρονομεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο→ Χρονομεταβαλλόμενο ηλεκτρικό πεδίο.

Michael Faraday (1791 –1867)

(β) Χρονομεταβαλλόμενο ηλεκτρικό πεδίο → Χρονομεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο

James Clerk Maxwell (1831 –1879)

$$\oiint_A \vec{E}\bullet d\vec{A} = \frac{Q_{in}}{\varepsilon_0} \Leftrightarrow \vec{\nabla}\bullet\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\oiint_A \vec{B}\bullet d\vec{A} = 0 \Leftrightarrow \vec{\nabla}\bullet\vec{B} = 0$$

$$\oint_C \vec{E}\bullet d\vec{\ell} = -\frac{\partial\Phi_m}{\partial t} \Leftrightarrow \vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

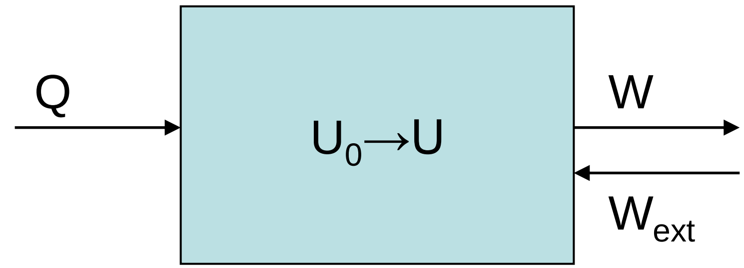
$$\int_C \vec{B}\bullet d\vec{\ell} = \mu_0 I + \varepsilon_0\mu_0\frac{d\Phi_E}{dt} \Leftrightarrow \vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0\vec{J} + \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$

III. Μελέτη συστήματος πολλών σωματιδίων

Α) Θερμοδυναμική [Μακροσκοπική περιγραφή (P,V,T,Q,S)]

Πρότυπο: Το κλασικό ιδανικό αέριο (σύστημα σωματιδίων ή μορίων που δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους)

(1ος Νόμος: Αρχή διατήρησηστης ενέργειας)



$$dU = \delta Q + dW_{ext} = \delta Q - dW =$$
$$= \delta Q - pdV$$

(2ος Νόμος: Η κατεύθυνση των φυσικών διεργασιών)

$$dS = \frac{dQ}{T}$$ (εντροπία: Μέτρο της αταξίας ενός συστήματος)

Σε ένα απομονωμένο σύστημα, σε διεργασίες κατά τις οποίες ανταλλάσσεται θερμότητα μεταξύ των συστατικών του υποσυστημάτων, η ολική εντροπία του συστήματος παραμένει σταθερή εάν οι διεργασίες είναι αντιστρεπτές ή αυξάνεται εάν οι διεργασίες είναι μη αντιστρεπτές

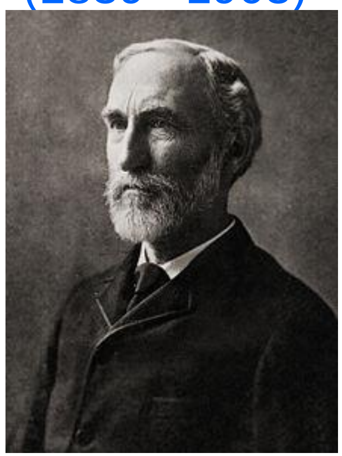
$$\Delta S \geq 0$$

Β) Κλασική Στατιστική Μηχανική (Μικροσκοπική περιγραφή-Μικροκαταστάσεις)

Πρότυπο: Το κλασικό ιδανικό αέριο (σύστημα σωματιδίων ή μορίων που δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους)

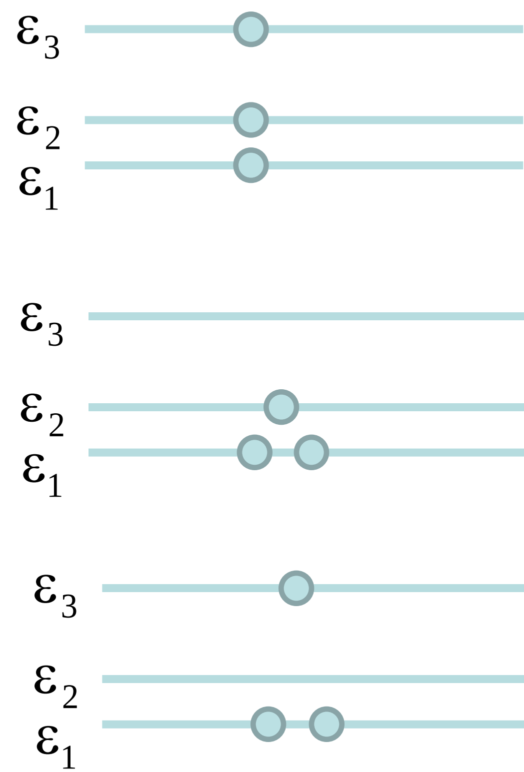
Ludwig Boltzmann
(1844 –1906)

Josiah Willard Gibbs
(1839 –1903)



James Clerk Maxwell
(1831 –1879)

$$\boxed{S = k_B \ln W}$$

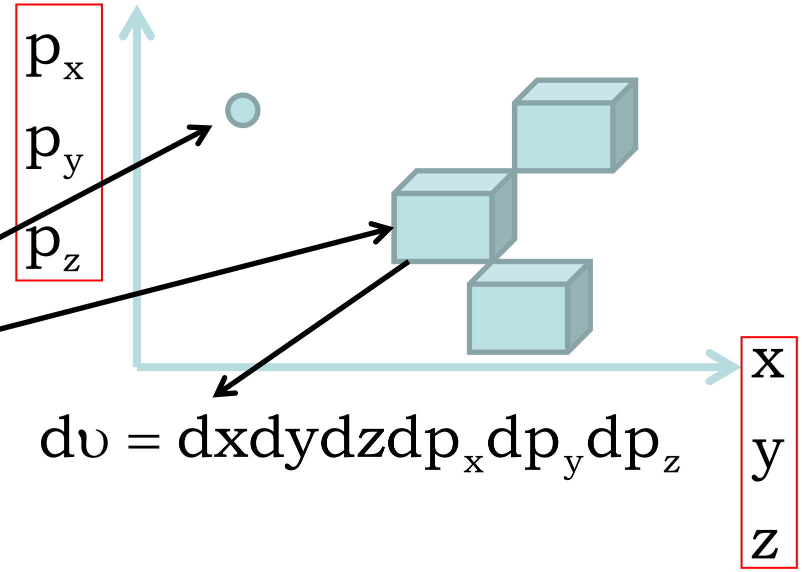


κλπ

W Μικροκαταστάσεις

►Κάθε σωματίδιο καθορίζεται από 6 συντεταγμένες: (x, y, z, px, py, pz)

►Χώρος φάσεων: 6-διάστατος χώρος.
(α) Κάθε σωματίδιο σε μια δεδομένη χρονική στιγμή παρίσταται ως σημείο αυτού του χώρου.
(β) Σε κάθε στοιχειώδη «κυψελίδα» του χώρου αυτού με όγκο dυ κάθε χρονική στιγμή υπάρχουν dN σωματίδια.
(γ) Στην κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας ο αριθμός των σωματιδίων σε κάθε κυψελίδα παραμένει σταθερός παρά το ότι έχουμε διαρκή μετακίνησή τους από μια κυψελίδα σε άλλη.



$$d\upsilon = dx\,dy\,dz\,dp_x\,dp_y\,dp_z$$

►Κατανομή Maxwell-Boltzmann
[ποσοστό μορίων που βρίσκονται σε μια κυψελίδα με x→x+dx, y→y+dy, z→z+dz, px →px+dpx, py →py+dpy, pz →pz+dpz]

$$\boxed{\frac{dN}{N} = Ae^{-\frac{\varepsilon}{k_B T}} d\upsilon} \qquad \varepsilon = \frac{p^2}{2m} + U(\vec{r})$$

►Αντίστοιχη πιθανότητα ανά μονάδα όγκου:

$$\boxed{P = Ae^{-\frac{\varepsilon}{k_B T}}}$$

$$\int P d\upsilon = 1 \Rightarrow A \underbrace{\int e^{-\frac{\varepsilon}{k_B T}} d\upsilon}_{\zeta} = 1 \Rightarrow A = \frac{1}{\zeta}$$

Και τελικά: $\boxed{P = \frac{1}{\zeta} e^{-\frac{\varepsilon}{k_B T}}}$

► Αφού η πιθανότητα ανά μονάδα όγκου του χώρου των φάσεων ένα σωματίδιο του συστήματος να έχει ενέργεια στο διάστημα ε →ε+dε είναι:

$$P = \frac{1}{\zeta} e^{-\frac{\varepsilon}{k_B T}} \qquad \text{όπου} \qquad \zeta = \int e^{-\frac{\varepsilon}{k_B T}} d\upsilon \qquad \text{και} \qquad \varepsilon = \frac{p^2}{2m} + U(\vec{r})$$

η μέση ενέργειά του θα είναι :

$$\bar{\varepsilon} = \int \varepsilon P d\upsilon = \frac{1}{\zeta} \int \varepsilon e^{-\frac{\varepsilon}{k_B T}} d\upsilon$$

Όμως :

$$\frac{\partial}{\partial \beta} \int e^{-\beta\varepsilon} d\upsilon = -\int \varepsilon e^{-\beta\varepsilon} d\upsilon, \ \text{όπου } \beta = \frac{1}{k_B T}$$

Επομένως :

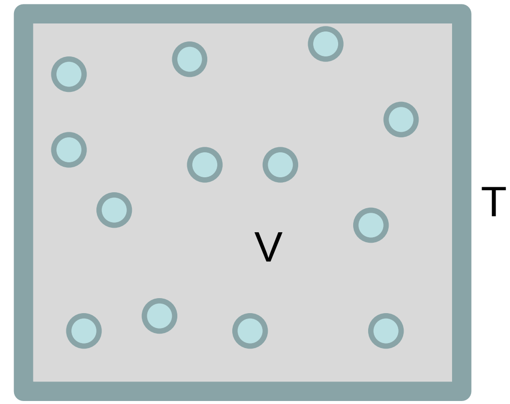
$$\boxed{\bar{\varepsilon} = -\frac{1}{\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial \beta}} \qquad \boxed{\zeta = \iiint \iiint e^{-\frac{\varepsilon}{k_B T}} dp_x dp_y dp_z dx dy dz}$$

Εάν το σύστημα έχει Ν σωματίδια:

$$\boxed{\bar{E} = N\bar{\varepsilon}}$$

<u>Εφαρμογή : Η μέση ενέργεια του κλασικού ιδανικού αερίου</u> Θεωρούμε ιδανικό αέριο σε δοχείο όγκου V που βρίσκεται σε επαφή με δεξαμενή σταθερής θερμοκρασίας T, όπως στο σχήμα. Στο ιδανικό αέριο τα μόρια δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους και έτσι για καθένα από αυτά θα έχουμε ότι:

$$\varepsilon = \frac{p^2}{2m} = \frac{p_x^{\ 2}}{2m} + \frac{p_y^{\ 2}}{2m} + \frac{p_z^{\ 2}}{2m}$$



Επομένως:

$$\zeta = \int e^{-\frac{\varepsilon}{k_B T}} d\upsilon = \int e^{-\frac{\beta p^2}{2m}} d\upsilon = \int e^{-\frac{\beta\left(p_x^{\ 2}+p_y^{\ 2}+p_z^{\ 2}\right)}{2m}} d\upsilon =$$

$$= \iiint dxdydz \left(\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\beta p_x^{\ 2}}{2m}} dp_x\right)\left(\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\beta p_y^{\ 2}}{2m}} dp_y\right)\left(\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\beta p_z^{\ 2}}{2m}} dp_z\right) = V\left(\sqrt{\frac{2\pi m}{\beta}}\right)^3 = V\left(\frac{2\pi m}{\beta}\right)^{\frac{3}{2}}$$

Τελικά: $$\boxed{\bar{\varepsilon} = -\frac{1}{\zeta}\frac{\partial \zeta}{\partial \beta} = \frac{3}{2\beta} = \frac{3}{2} k_B T}$$

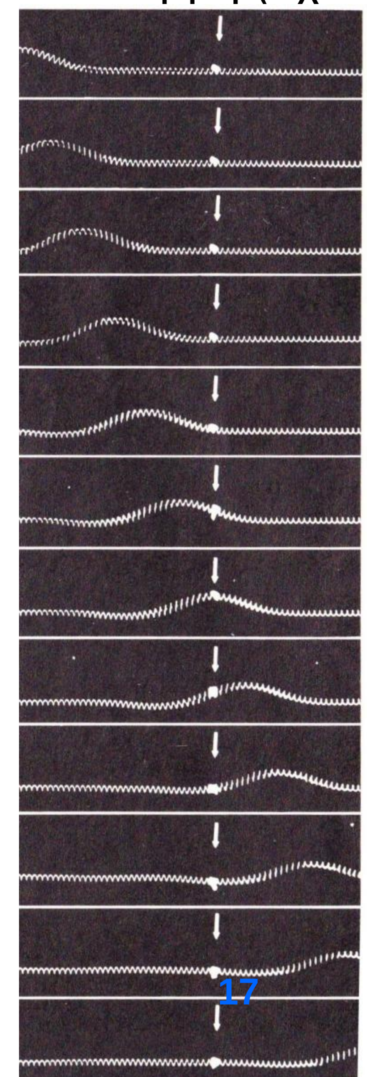
«Σε κάθε βαθμό ελευθερίας που συμμετέχει με το τετράγωνό του στην έκφραση της ενέργειας αντιστοιχεί μια μέση θερμική ενέργεια ίση με ½ k_BT» (Θεώρημα ισοκατανομής της ενέργειας)

Εάν το αέριο έχει Ν μόρια: $$\boxed{\bar{E} = \frac{3}{2} N k_B T}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha u^2} du = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$

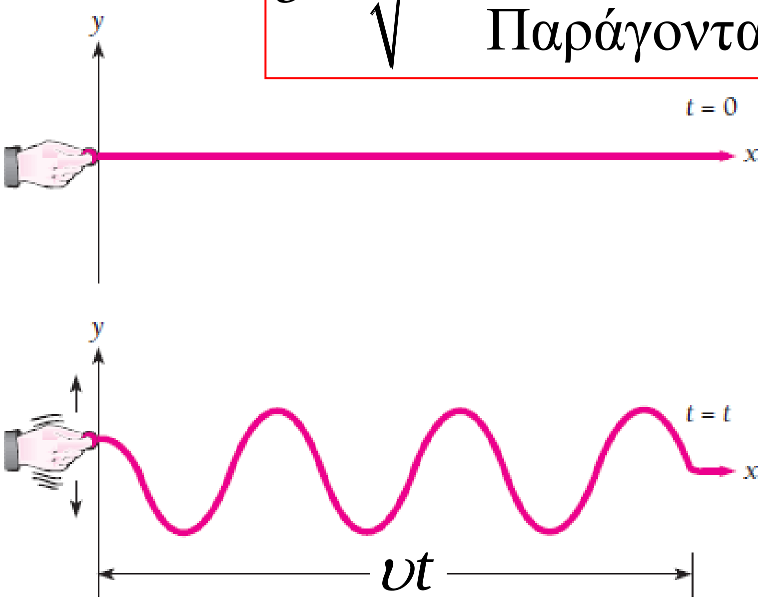
II. ΜΗΧΑΝΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ

<u>Μηχανικά κύματα: </u> διαταραχές ενός μέσου που μεταφέρουν μόνο ενέργεια και ορμή (όχι ύλη)

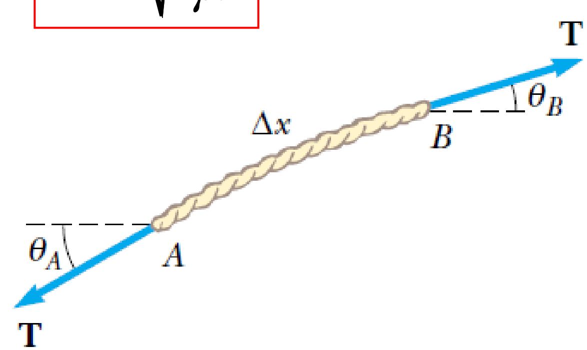


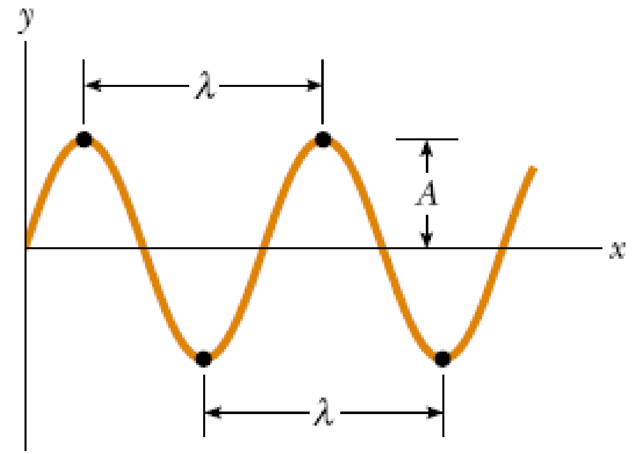
►Κυματική εξίσωση: $$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$

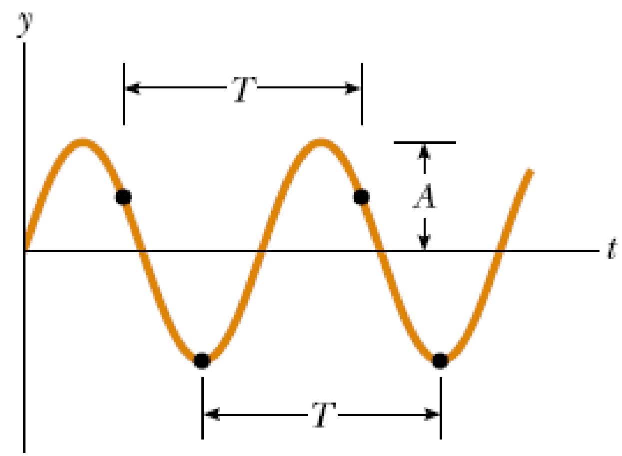
$$\upsilon = \sqrt{\frac{\text{Παράγοντας ελαστικότητας}}{\text{Παράγοντας αδράνειας}}}$$



$$\upsilon = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \qquad \mu = \frac{m}{L}$$







<u>Αρμονικά κύματα:</u> $\boxed{y(x,t) = A\sin k(x - \upsilon t)}$

Θέτοντας: $x \to x + \dfrac{2\pi}{k}$

$$y(x+\frac{2\pi}{k},t) = A\sin k(x + \frac{2\pi}{k} - \upsilon t) =$$

$$= A\sin\left[k(x-\upsilon t)+2\pi\right] = A\sin k(x-\upsilon t) = y(x,t)$$

► Μήκος κύματος: $\boxed{\lambda = \dfrac{2\pi}{k}}$ Στο διάγραμμα y-x η κυματομορφή επαναλαμβάνεται διαρκώς κατά ένα μήκος κύματος

► Κυματάριθμος: $\boxed{k = \dfrac{2\pi}{\lambda}}$ Αριθμός μηκών κύματος σε διάστημα 2π

Ισοδύναμα: $\boxed{y(x,t) = A\sin\dfrac{2\pi}{\lambda}(x-\upsilon t) = A\sin(kx - \omega t)}$

► Κυκλική συχνότητα: $\boxed{\omega = k\upsilon = \dfrac{2\pi\upsilon}{\lambda} = 2\pi f = \dfrac{2\pi}{T}}$

► Φασική ταχύτητα: $\boxed{\upsilon_p = \dfrac{\omega}{k} = \dfrac{\omega\lambda}{2\pi} = \dfrac{2\pi f\lambda}{2\pi} = \lambda f = \dfrac{\lambda}{T}}$

► Περίοδος: Ο χρόνος κατά τον οποίο επαναλαμβάνεται η διαταραχή $\boxed{\lambda = \upsilon_p T}$

Ενέργεια μηχανικών κυμάτων:

► ***Ένταση I ενός κύματος:*** Ορίζεται ως η ενέργεια που μεταφέρεται ανά μονάδα χρόνου διαμέσου μιας μοναδιαίας επιφάνειας κάθετης στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος

● Εάν u είναι η μέση πυκνότητα ενέργειας του κύματος (μέση ενέργεια ανά μονάδα όγκου του μέσου μέσα στο οποίο διαδίδεται το κύμα) [J/m^3] τότε:

$$\boxed{I = \upsilon u} \qquad [\frac{m}{s}\frac{J}{m^3} = \frac{J}{m^2 s} = \frac{W}{m^2}]$$

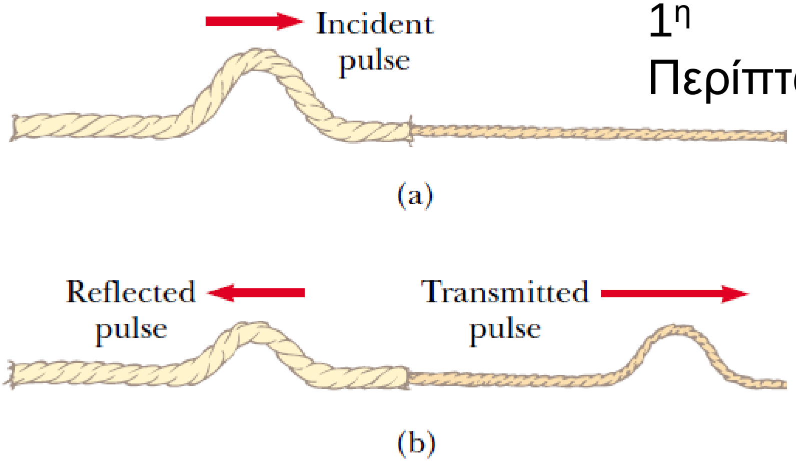
● Εάν το μέσο διάδοσης έχει μια σταθερή διατομή A, τότε η ολική μέση ενέργεια που μεταφέρεται ανά μονάδα χρόνου διαμέσου της διατομής A θα είναι:

$$\boxed{\left(\frac{dE}{dt}\right)_{ave} = IA = \upsilon u A} \qquad [W]$$

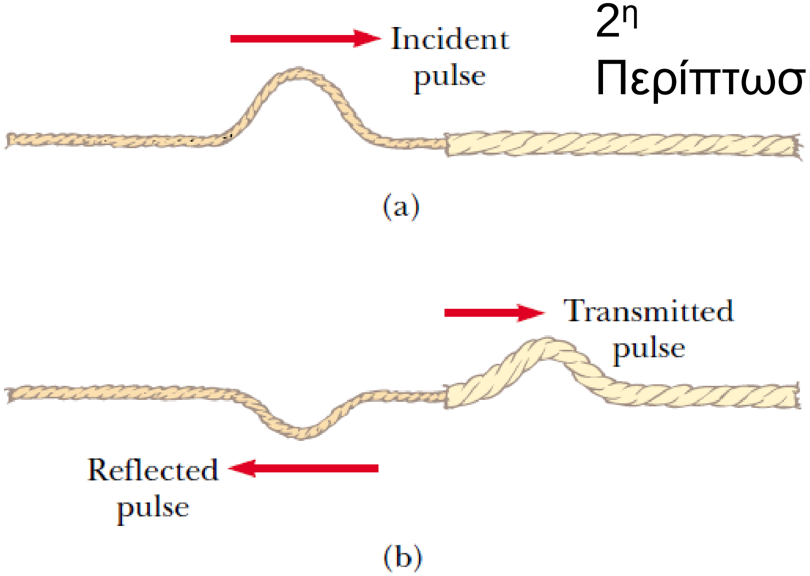
Είναι η ισχύς που απαιτείται για να διατηρείται το κύμα. Είναι ουσιαστικά ο ρυθμός ενέργειας που πρέπει να παρέχεται διαρκώς στο ένα άκρο του μέσου για να συντηρεί έναν συνεχή συρμό κυμάτων κατά μήκος του.

<u>Ανάκλαση μηχανικών κυμάτων:</u> πραγματοποιείται όταν το μέσο παρουσιάζει ασυνέχειες…..

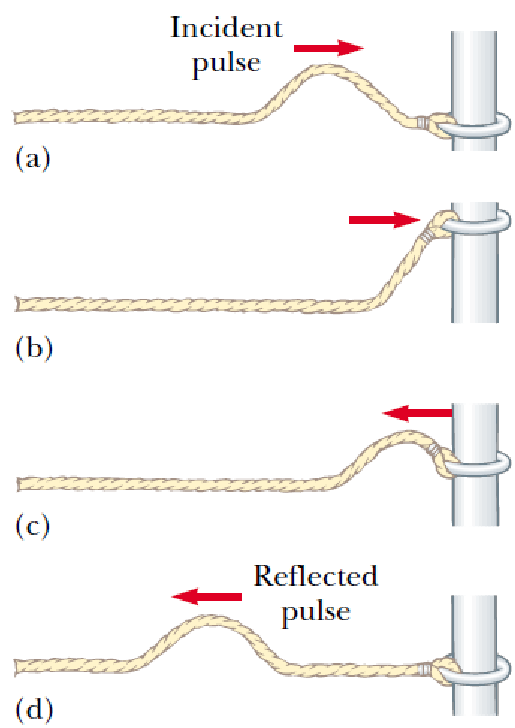
1η Περίπτωση



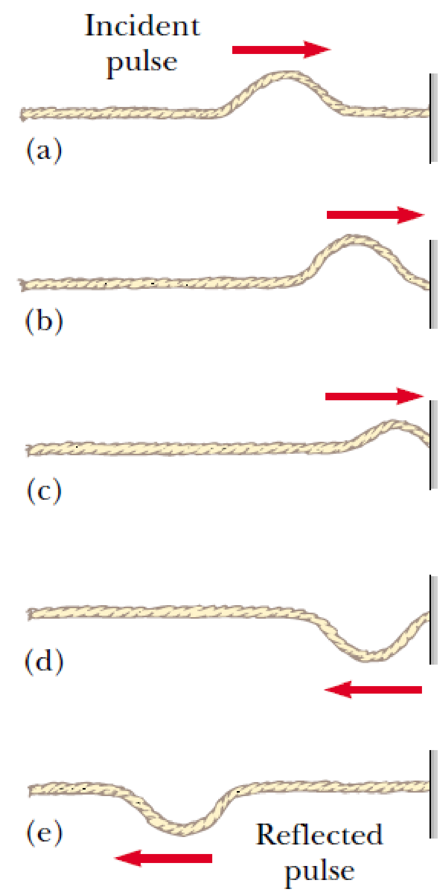
2η Περίπτωση



3η Περίπτωση

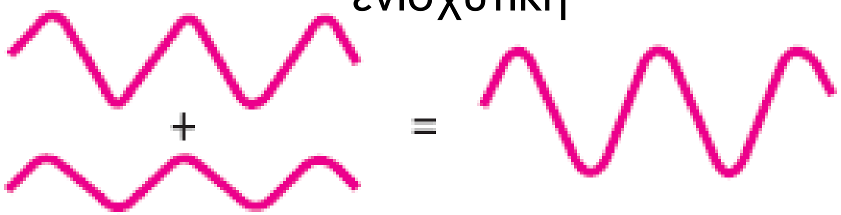


4η Περίπτωση

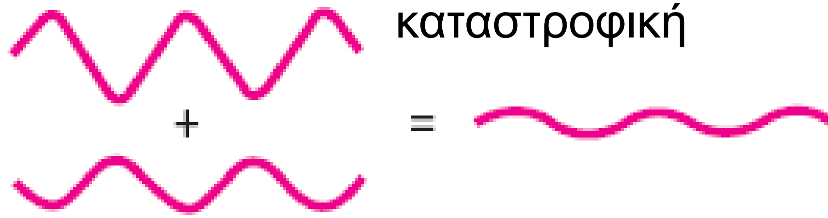


Συμβολή μηχανικών κυμάτων:

ενισχυτική

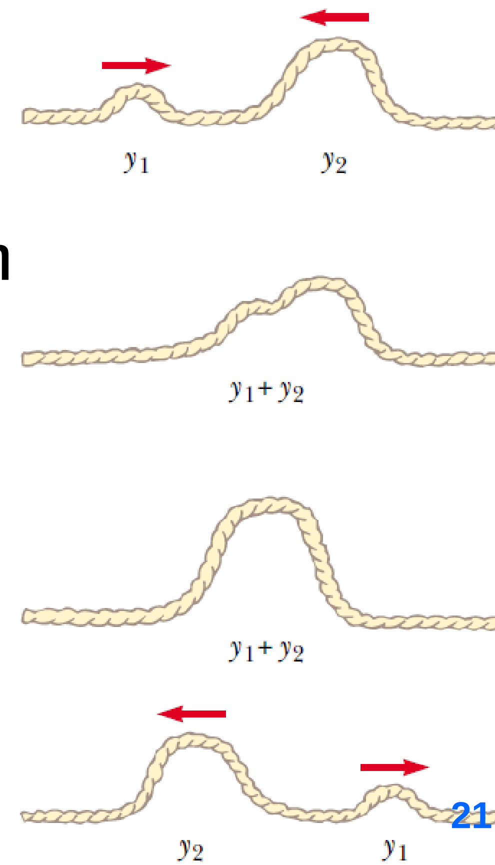


καταστροφική



The interference of water waves. Constructive interference occurs along the line *AB* and destructive interference occurs along the line *CD*.

Τα γραμμικά κύματα (Α<<λ) υπακούουν στην αρχή της επαλληλίας: **Σε κάθε σημείο του μέσου η κυματοσυνάρτηση είναι το αλγεβρικό άθροισμα των επιμέρους κυματοσυναρτήσεων των κυμάτων που συμβάλλουν.** Δυο τέτοια οδεύοντα κύματα μπορούν να διέλθουν το ένα μέσα από το άλλο χωρίς να αλλάξουν.



<u>Στάσιμα κύματα:</u> Έστω δύο κύματα ίδιου πλάτους και συχνότητας που οδεύουν σε αντίθετες κατευθύνσεις

$$y_1(x,t) = A\sin(kx - \omega t), \quad y_2(x,t) = A\sin(kx + \omega t)$$

Η συμβολή τους θα δώσει:

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) = A\sin(kx - \omega t) + A\sin(kx + \omega t) = \underbrace{\left(\overbrace{2A\sin kx}^{\text{Πλάτος}}\right)\cos\omega t}_{\text{Ταλάντωση}}$$

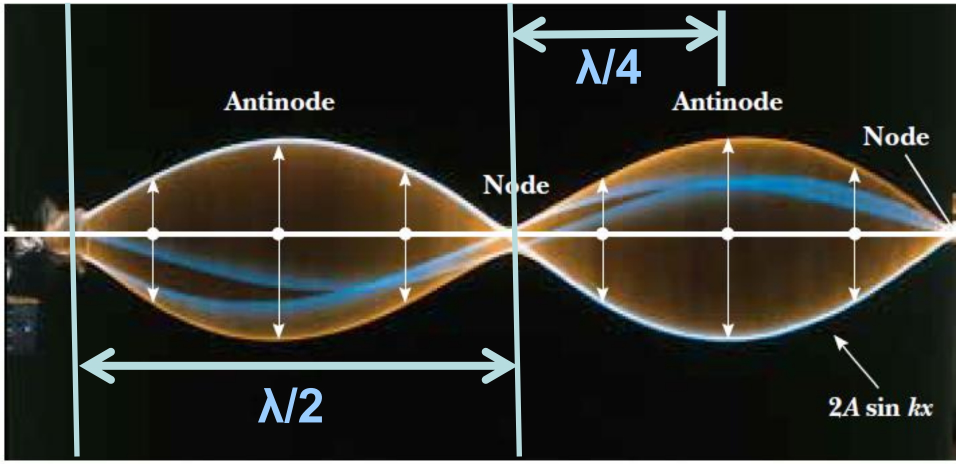
Στάσιμο κύμα. Δεν είναι έκφραση οδεύοντος κύματος γιατί δεν περιέχει τον όρο $\sin(kx \mp \omega t)$

►**Κόμβοι (Πλάτος=0):**

$$\sin kx = 0 \Rightarrow kx = 0, \pi, 2\pi, 3\pi .... \Rightarrow$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} x = 0, \pi, 2\pi, 3\pi .... \Rightarrow$$

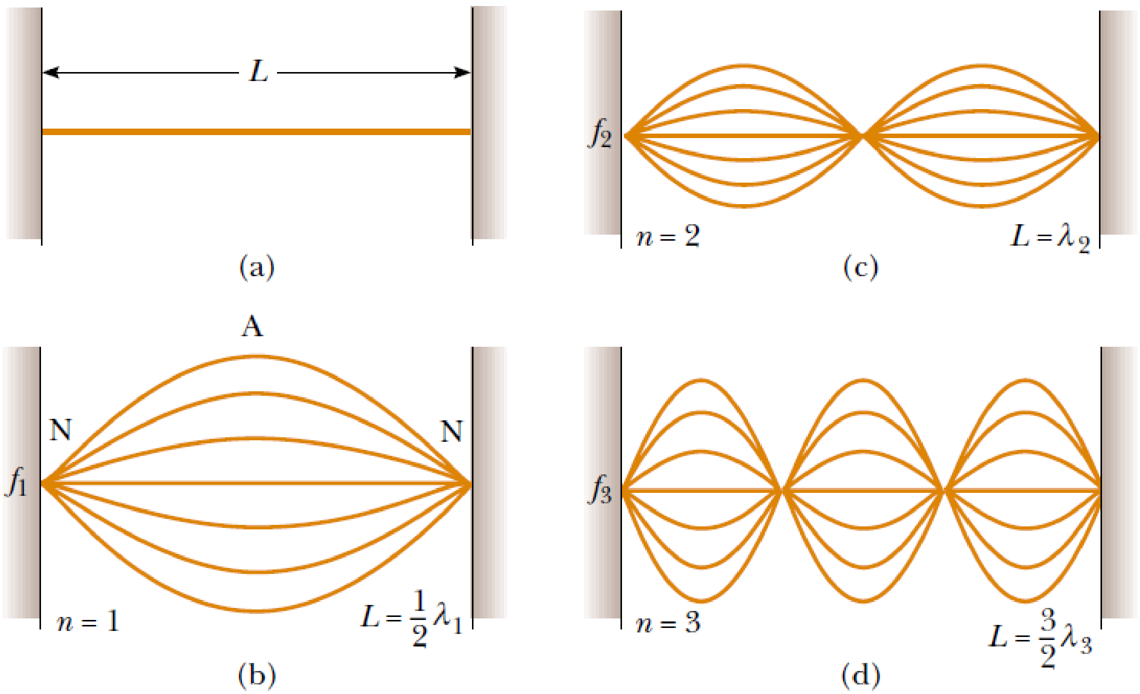
$$\boxed{x = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2} ..... \frac{n\lambda}{2}, \quad n = 1, 2, 3....}$$



►**Κοιλίες (Πλάτος=maximum) :**

$$\sin kx = \pm 1 \Rightarrow kx = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} .... \Rightarrow \boxed{x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4} .... \frac{n\lambda}{4}, \quad n = 1, 3, 5...}$$

Εφαρμογή (Πακτωμένη χορδή στα δύο άκρα της):



Κανονικοί τρόποι ταλάντωσης της χορδής

Οριακές συνθήκες:

α) $y(0,t) = 0$

(Ικανοποιείται αυτόματα)

β) $y(L,t) = 0 \Rightarrow \sin kL = 0$

$\Rightarrow k_n L = n\pi, \; n = 1, 2, 3.....$

Ισοδύναμα:

$$\frac{2\pi}{\lambda_n} L = n\pi \Rightarrow$$

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}, \; n = 1, 2, 3.....$$

$$\boxed{f_n = \frac{\upsilon}{\lambda_n} = n\frac{\upsilon}{2L} = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}}, \; n = 1, 2, 3.....}$$

Κβάντωση της συχνότητας

III. ΣΥΝΟΨΗ

► Η Κλασική Φυσική ερμηνεύει πληθώρα φαινομένων του Μακρόκοσμου στηριζόμενη σε πολύ λίγους βασικούς νόμους, οι οποίοι θεωρούνταν ότι αβίαστα επεκτείνονται και στον Μικρόκοσμο……

► Στην Κλασική Φυσική:

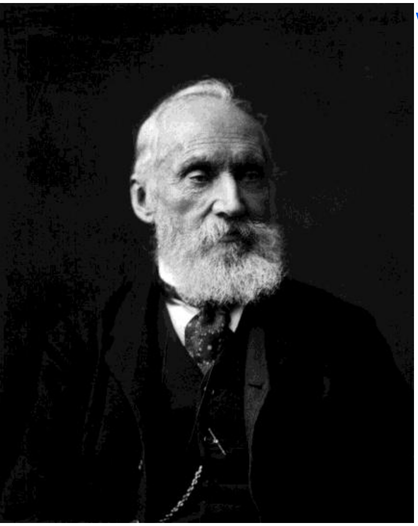
Α) Υπάρχουν δύο διακριτές «οντότητες»: τα σωματίδια και τα κύματα

Β) Μπορούμε να προβλέψουμε με ακρίβεια και ταυτόχρονα τη θέση και την ορμή τους

Γ) Οι βασικές ποσότητες (θέση, ορμή, ενέργεια) παίρνουν συνεχείς τιμές

Δ) Το μετρητικό όργανο δεν επηρεάζει την τιμή του μετρούμενου μεγέθους

► Δίκαια στο τέλος του 19ου αιώνα οι φυσικοί αισθάνονταν περήφανοι…….



William Thomson, Lord Kelvin
(1824 -1907)

"There is nothing new to be discovered in physics now. All that remains is more and more precise measurement."

Albert Abraham Michelson
(1852 -1931)

«Ὅλοι οἱ θεμελιώδεις νόμοι καὶ δεδομένα τῆς Φυσικῆς ἐπιστήμης ἔχουν ἤδη ἀνακαλυφθεῖ καὶ εἶναι τόσο σταθερὰ ἑδραιωμένοι, ὥστε ἡ πιθανότητα νὰ ἀνατραποῦν κάποτε, σὰν ἀποτέλεσμα νέων ἀνακαλύψεων, εἶναι τελείως μακρινή.»

«Μεγάλη μπουκιά φάε, μεγάλη κουβέντα μην πείς»
(σοφή ελληνική παροιμία)

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι: ΚΥΜΑΤΟΠΑΚΕΤΑ

Κύματα διαμορφωμένου πλάτους προκύπτουν από τη σύνθεση κυμάτων ίσου πλάτους και διαφορετικών αλλά πολύ κοντινών συχνοτήτων [$\Delta k (\text{ή} \Delta\omega) << k (\text{ή} \omega)$]

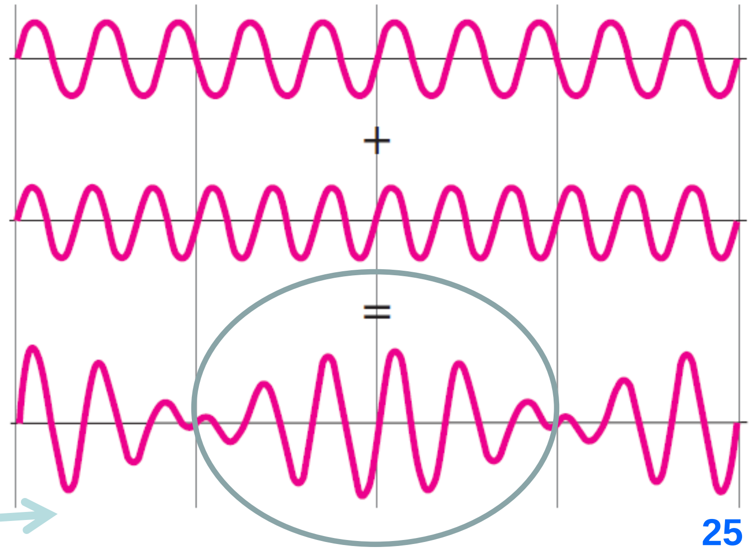
$$y_1(x,t) = A\sin(kx - \omega t), \quad y_2(x,t) = A\sin\left[(k+\Delta k)x - (\omega + \Delta\omega)t\right]$$

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) = 2A\cos\left[\frac{\Delta k}{2}x - \frac{\Delta\omega}{2}t\right]\sin\left[(k + \frac{\Delta k}{2})x - (\omega + \frac{\Delta\omega}{2})t\right]$$

Όμως: $k + \dfrac{\Delta k}{2} \approx k, \quad \omega + \dfrac{\Delta\omega}{2} \approx \omega$

Επομένως:

$$y(x,t) = \underbrace{\underbrace{2A\cos\left[\frac{\Delta k}{2}x - \frac{\Delta\omega}{2}t\right]}_{\text{Διαμορφωμένο πλάτος}}\sin(kx - \omega t)}_{\text{Κύμα με διαμορφωμένο πλάτος}}$$

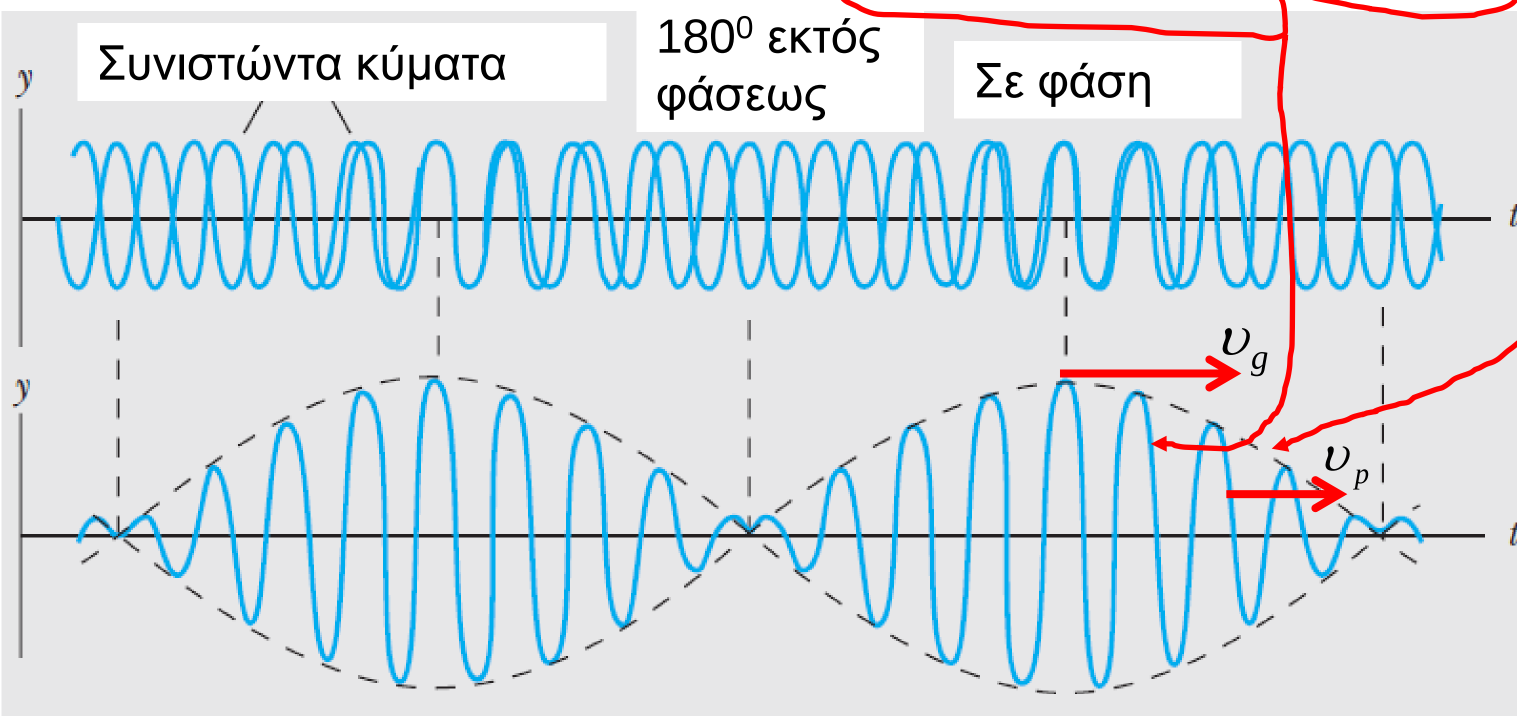


$$y_1(x,t) = A\cos(kx - \omega t),$$

$$y_2(x,t) = A\cos\left[(k+\Delta k)x - (\omega+\Delta\omega)t\right],\ \Delta k(\acute{\eta}\Delta\omega) << k(\acute{\eta}\omega)$$

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) = 2A\cos\left[\frac{\Delta k}{2}x - \frac{\Delta\omega}{2}t\right]\cos\left[(k+\frac{\Delta k}{2})x - (\omega+\frac{\Delta\omega}{2})t\right] =$$

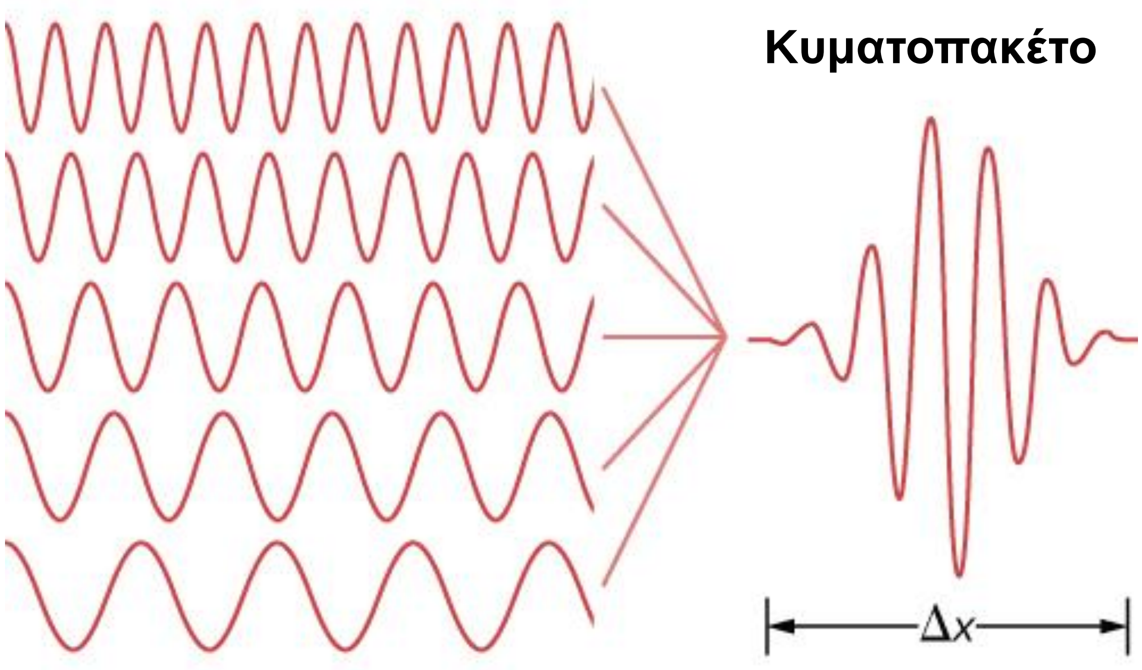
$$= 2A\cos\left[\frac{\Delta k}{2}x - \frac{\Delta\omega}{2}t\right]\cos(kx - \omega t)$$



Αυξάνοντας τον αριθμό των αρμονικών κυμάτων με πολύ κοντινούς κυματαριθμούς ή μήκη κύματος είναι δυνατόν να κατασκευάσουμε ένα χωρικά περιορισμένο κύμα διαμορφωμένου πλάτους που ονομάζεται **κυματοπακέτο** ή **κυματόδεμα**.

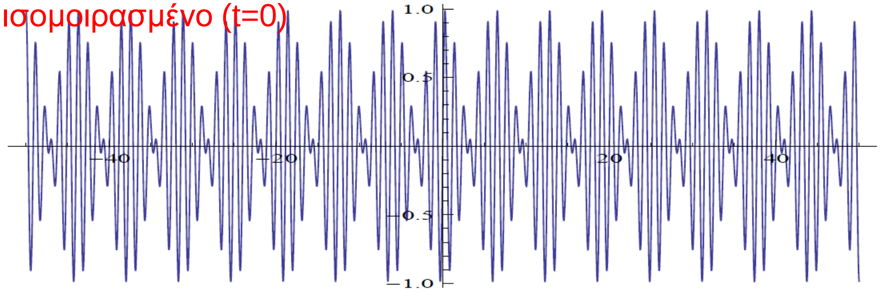
Αρμονικά κύματα κοντινού k ή λ

Κυματοπακέτο



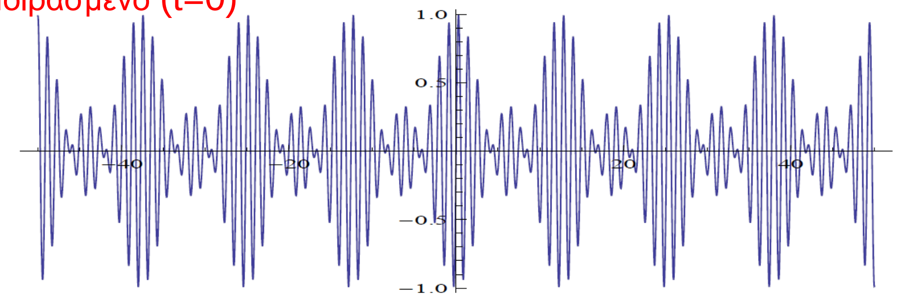
Όσο αυξάνεται ο αριθμός των συντιθέμενων αρμονικών κυμάτων, τόσο πιο εντοπισμένο χωρικά είναι το κυματοπακέτο.

3 κύματα ίσου πλάτους με κυματαριθμούς στο διάστημα 5-6 ισομοιρασμένο (t=0)



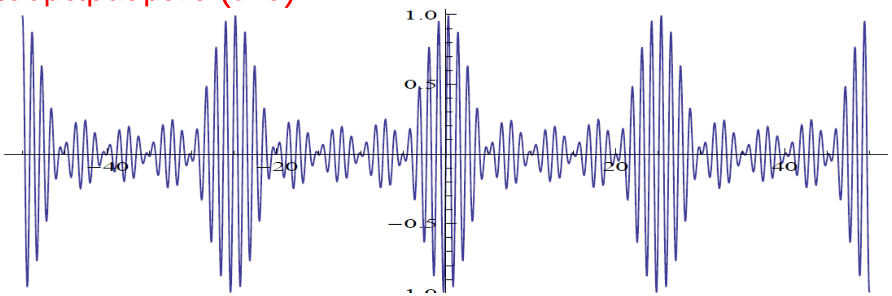
y=(sin(5x)+sin(6x))/2

3 κύματα ίσου πλάτους με κυματαριθμούς στο διάστημα 5-6 ισομοιρασμένο (t=0)



$$y = (\sin(5x) + \sin(5.5x) + \sin(6x))/3$$

5 κύματα ίσου πλάτους με κυματαριθμούς στο διάστημα 5-6 ισομοιρασμένο (t=0)

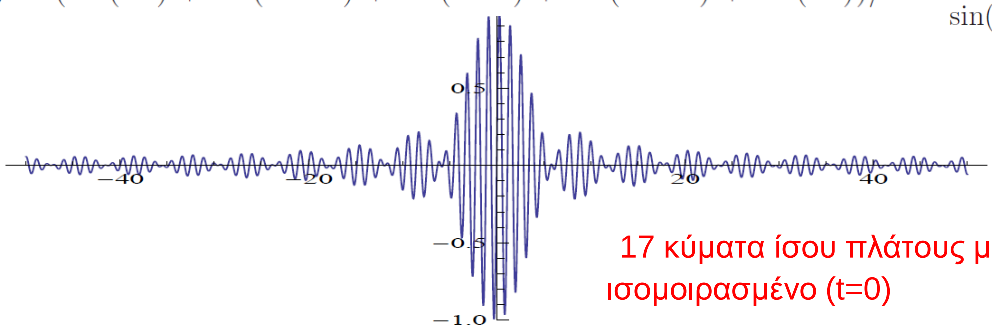


$$y = (\sin(5x) + \sin(5.25x) + \sin(5.5x) + \sin(5.75x) + \sin(6x))/5$$

9 κύματα ίσου πλάτους με κυματαριθμούς στο διάστημα 5-6 ισομοιρασμένο (t=0)

$$y = (\sin(5x) + \sin(5.125x) + \sin(5.25x) + \sin(5.375x) + \sin(5.5x) + \sin(5.625x) + \sin(5.75x) + \sin(5.875x) + \sin(6x))/9$$

Ενισχυτική Συμβολή **Καταστροφική Συμβολή**



17 κύματα ίσου πλάτους με κυματαριθμούς στο διάστημα 5-6 ισομοιρασμένο (t=0)

► Το κυματοπακέτο «ταξιδεύει» με την λεγόμενη ταχύτητα ομάδας:

$$\upsilon_g = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} = \frac{d\omega}{dk}$$

Επίσης:

$$\upsilon_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(\upsilon_p k)}{dk} = \upsilon_p + k\frac{d\upsilon_p}{dk} = \upsilon_p - \lambda\frac{d\upsilon_p}{d\lambda}$$

► Η σχέση $\omega = f(k)$

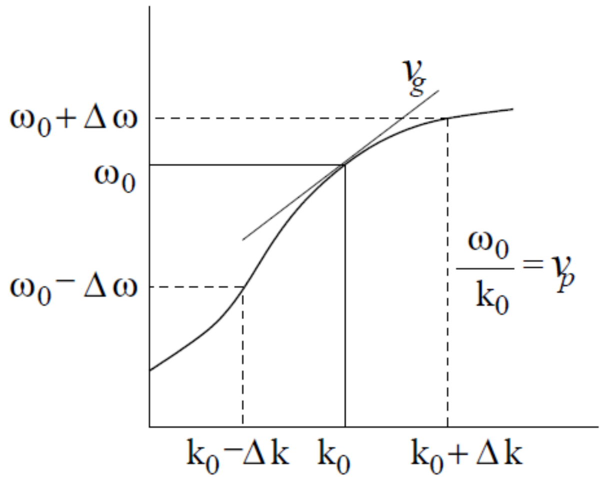
σε ένα μέσο χαρακτηρίζει τη διάδοση των κυματοπακέτων σε αυτό και ονομάζεται «σχέση διασποράς».

Αφού οι κυματαριθμοί βρίσκονται σε ένα πολύ στενό διάστημα μπορούμε να αναπτύξουμε τη σχέση διασποράς ω(k) σε σειρά ως προς το k_0:

$$\omega(k) = \omega(k_0) + (k-k_0)\left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{k=k_0} + \ldots.$$

Αγνοώντας όρους ανώτερης τάξης έχουμε ότι:

$$\upsilon_g = \frac{d\omega(k)}{dk} = \left(\frac{d\omega}{dk}\right)_{k=k_0}$$



Α) Εάν π.χ $\omega = \alpha k$ τότε η φασική ταχύτητα όλων των συνιστώντων κυμάτων θα είναι σταθερή (ανεξάρτητη του κυματαριθμού) και ίση με

$$\upsilon_p = \frac{\omega}{k} = \frac{\alpha k}{k} = \alpha = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{\eta}$$

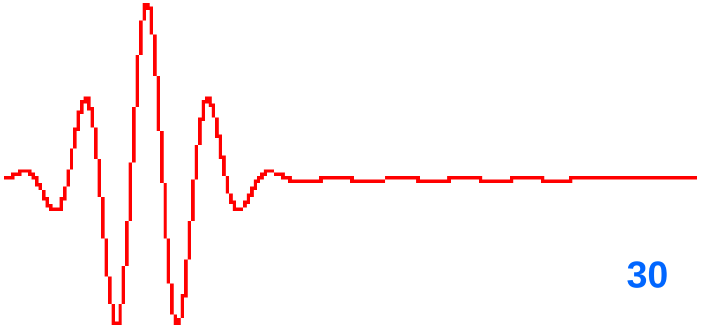
Σε αυτά τα (**μη διασκορπιστικά**) μέσα, όπου
η φασική ταχύτητα δεν εξαρτάται από τον κυματαριθμό,
το σχήμα του παραμένει αναλλοίωτο καθώς αυτό διαδίδεται.
Στην περίπτωση αυτή θα έχουμε και ότι: $\upsilon_g = \upsilon_p$

Β) Εάν π.χ $\omega = \alpha k^2$, η φασική ταχύτητα κάθε συνιστώντος κύματος θα είναι διαφορετική και θα εξαρτάται από τον κυματαριθμό του ή το μήκος κύματός του:

$$\upsilon_p = \frac{\omega}{k} = \frac{\alpha k^2}{k} = \alpha k$$

Σε αυτά τα (**διασκορπιστικά**) μέσα, όπου η φασική
ταχύτητα
εξαρτάται από τον κυματαριθμό,
το σχήμα του αλλοιώνεται καθώς αυτό διαδίδεται,
αφού κάθε συνιστόν κύμα «ταξιδεύει»
με διαφορετική ταχύτητα στο μέσο.
Στην περίπτωση αυτή θα έχουμε ότι:

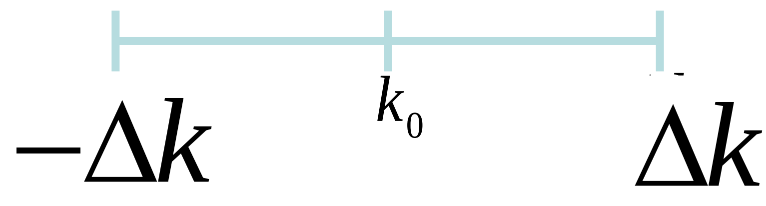
$$\upsilon_g \neq \upsilon_p$$



Μπορούμε να έχουμε δημιουργία κυματοδέματος από επαλληλία περισσότερων των δύο αρμονικών κυμάτων, τα οποία μπορεί να έχουν και διαφορετικά πλάτη. Στη γενικότερη αυτή περίπτωση μπορούμε να γράψουμε ότι:

$$y(x,t) = \sum_i A_i \cos(k_i x - \omega_i t) = \mathrm{Re}\left\{ \sum_i A_i e^{i(k_i x - \omega_i t)} \right\}$$

► Στην πράξη επιλέγουμε έναν κεντρικό κυματαριθμό k_0 και οι υπόλοιποι επιλέγονται σε ένα συμμετρικό ως προς αυτόν διάστημα 2Δk.



Εάν οι επιλεγόμενοι κυματαριθμοί (ή μήκη κύματος ή κυκλικές συχνότητες) είναι πολύ κοντινοί, τα παραπάνω αθροίσματα αντικαθίστανται με τα αντίστοιχα ολοκληρώματα:

$$y(x,t) = \int_{k_0-\Delta k}^{k_0+\Delta k} \mathrm{A}(k)\cos\left[kx - \omega(k)t\right] dk = \mathrm{Re}\left\{ \int_{k_0-\Delta k}^{k_0+\Delta k} \mathrm{A}(k) e^{i\left[kx - \omega(k)t\right]} dk \right\}$$

Ο παράγοντας A(k) του ολοκληρώματος διαμορφώνει και το είδος της περιβάλλουσας του κυματοδέματος. Προκειμένου το κυματόδεμα να έχει σαφή χωρική έκταση θα πρέπει στην πράξη να ισχύει ότι:

$$\mathrm{A(k)} = \begin{cases} \neq 0, & k_0 - \Delta k < k < k_0 + \Delta k \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}$$

► Την χρονική στιγμή t=0 γίνεται η σύνθεση του κυματοδέματος , όπου:

$$y(x,0)=y_0(x)=\int_{k_0-\Delta k}^{k_0+\Delta k} A(k)\cos\left(kx\right)dk=\mathrm{Re}\left\{\int_{k_0-\Delta k}^{k_0+\Delta k} \mathrm{A}(k)e^{ikx}dk\right\}$$

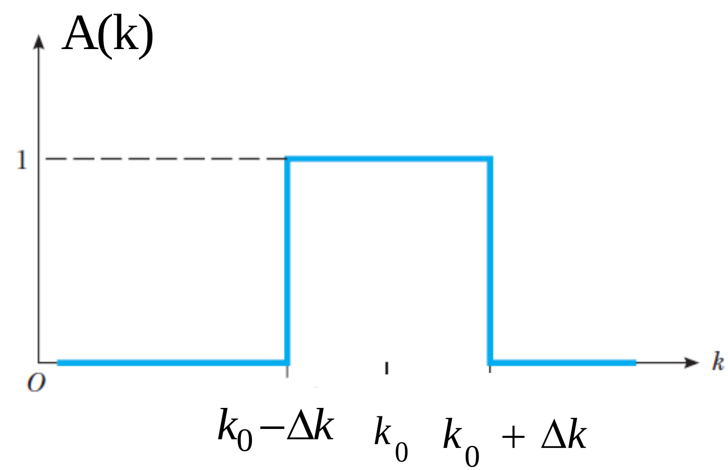
► Οι παραπάνω σχέσεις μπορούν να γραφούν ισοδύναμα (Αφού Α=0 έκτός του διαστήματος 2Δk) ως:

$$\boxed{y(x,0)=y_0(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} A(k)\cos\left(kx\right)dk=\mathrm{Re}\left\{\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{A}(k)e^{ikx}dk\right\}}$$

$$\boxed{y(x,t)=\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{A}(k)\cos\left[kx-\omega(k)t\right]dk=\mathrm{Re}\left\{\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{A}(k)e^{i\left[kx-\omega(k)t\right]}dk\right\}}$$

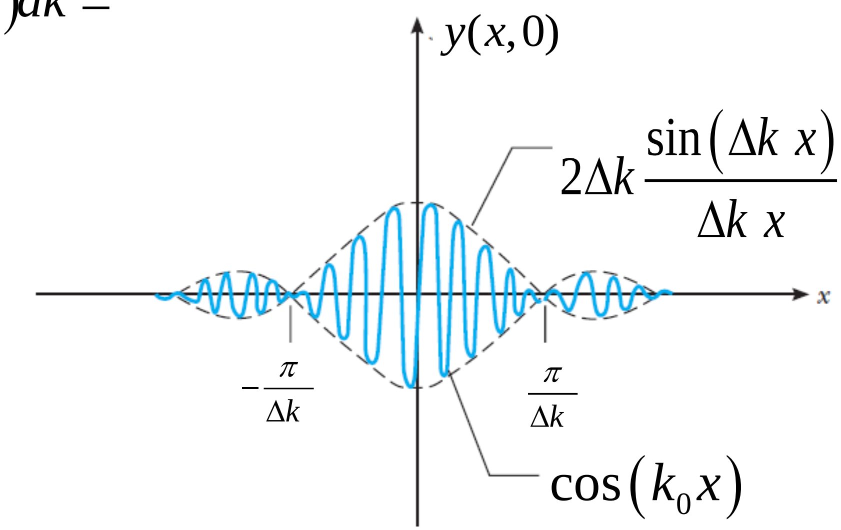
Εφαρμογή 1: Σχηματισμός κυματοδέματος

Έστω ότι: $$\boxed{\mathrm{A}(\mathrm{k}) = \begin{cases} 1, & k_0 - \Delta k < k < k_0 + \Delta k \\ 0, & \alpha\lambda\lambda o\acute{\upsilon} \end{cases}}$$



$$y(x,0) = y_0(x) = \mathrm{Re}\left\{ \int_{k_0-\Delta k}^{k_0+\Delta k} \mathrm{A}(k) e^{ikx} dk \right\} = \int_{k_0-\Delta k}^{k_0+\Delta k} \cos(kx) dk =$$

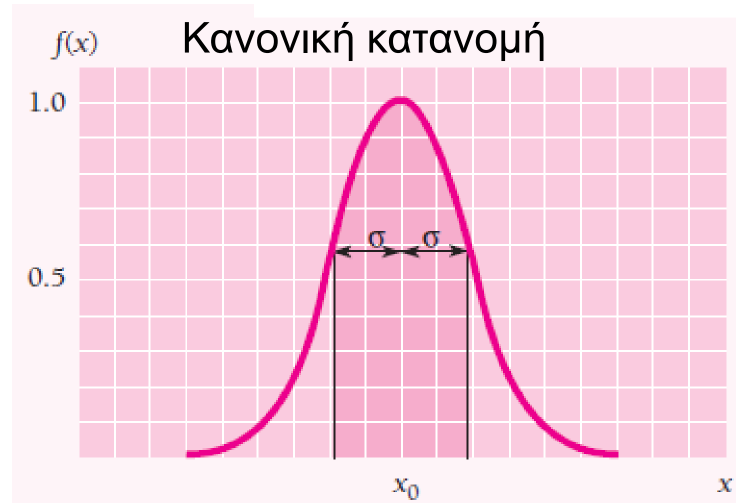
$$= 2\Delta k \frac{\sin(\Delta k\ x)}{\Delta k\ x} \cos(k_0 x)$$



Εφαρμογή 2: Σχηματισμός Γκαουσιανού (Gaussian) κυματοδέματος

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-x_0)^2/2\sigma^2}$$

Έστω ότι: $\boxed{A(k) = A_0 e^{-\frac{(k-k_0)^2}{2(\Delta k)^2}}}$



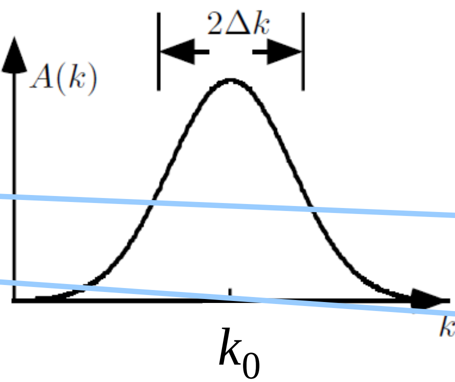
$$y(x,0) = y_0(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} A_0 e^{-\frac{(k-k_0)^2}{2(\Delta k)^2}} \cos(kx)\,dk =$$

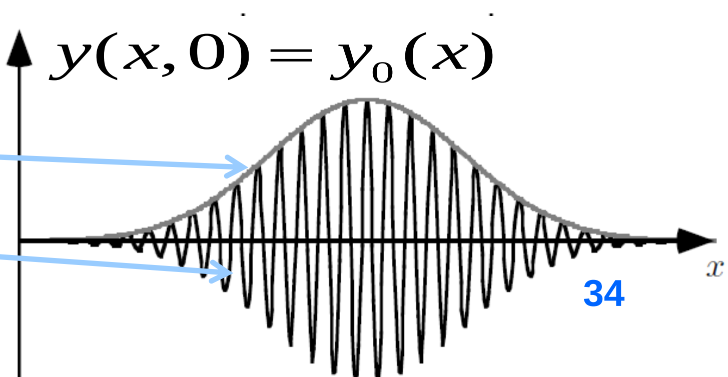
$$\xrightarrow{k'=k-k_0}$$

$$y_0(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} A_0 e^{-\frac{k'^2}{2(\Delta k)^2}} \left[\cos(k'x)\cos(k_0x) - \sin(k'x)\sin(k_0x)\right] dk' \xrightarrow{\int_{-\infty}^{+\infty} A_0 \sin(k_0x)\left[e^{-\frac{k'^2}{2(\Delta k)^2}}\sin(k'x)\right]dk'=0} y_0(x) =$$

$$A_0\cos(k_0x)\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{k'^2}{2(\Delta k)^2}}\cos(k'x)\,dk' =$$

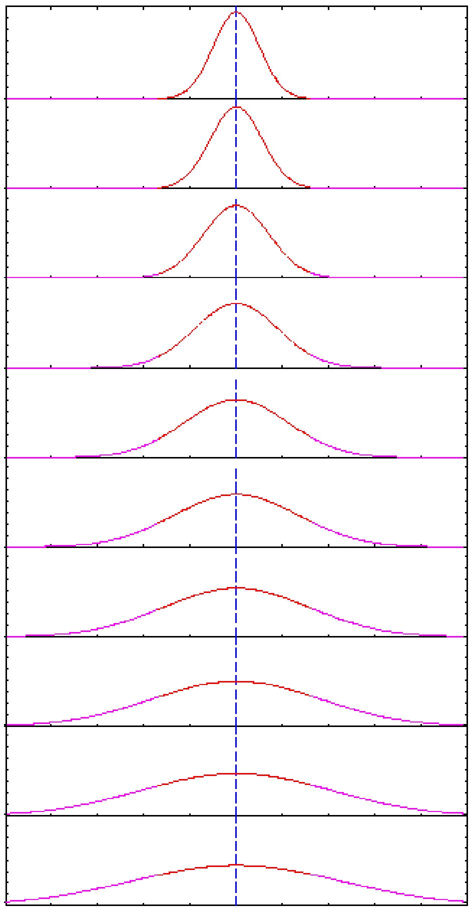
$$= A_0\sqrt{2\pi}\,\Delta k\, e^{-\frac{x^2(\Delta k)^2}{2}} \cos(k_0x)$$



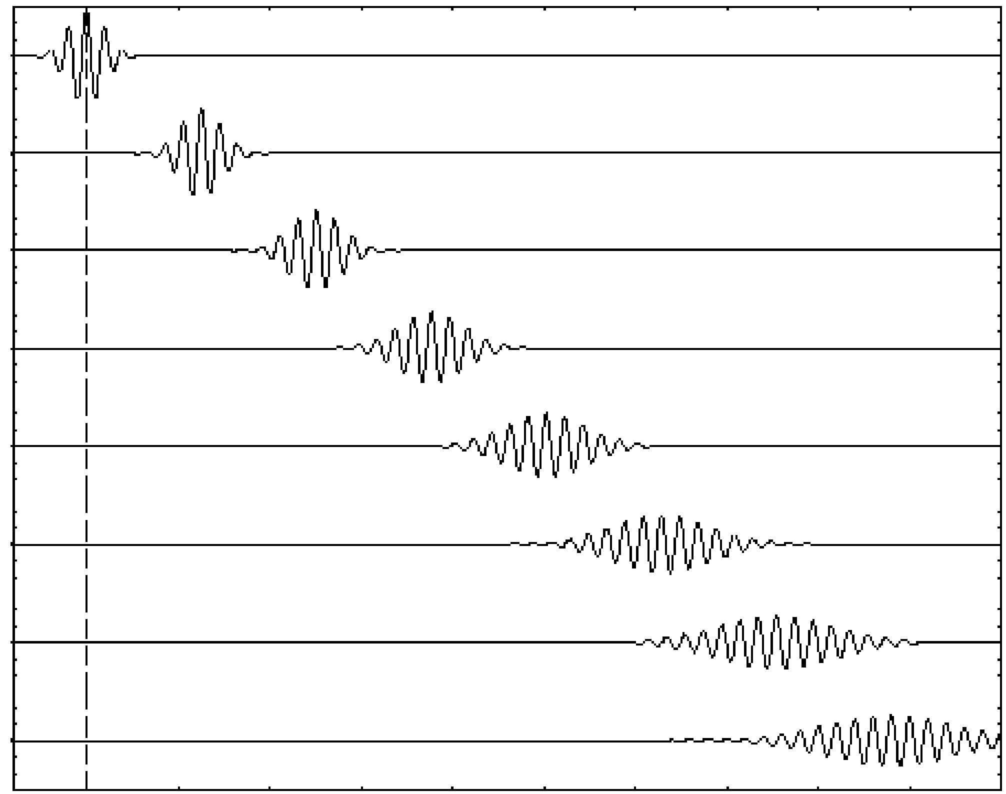


Χρονική εξέλιξη («άπλωμα») γκαουσιανού κυματοπακέτου σε διασκορπιστικό μέσο:

$y(x_0,t)$



$y(x,t)$



ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙ: Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΣΤΕΡΕΑΣ ΓΩΝΙΑΣ

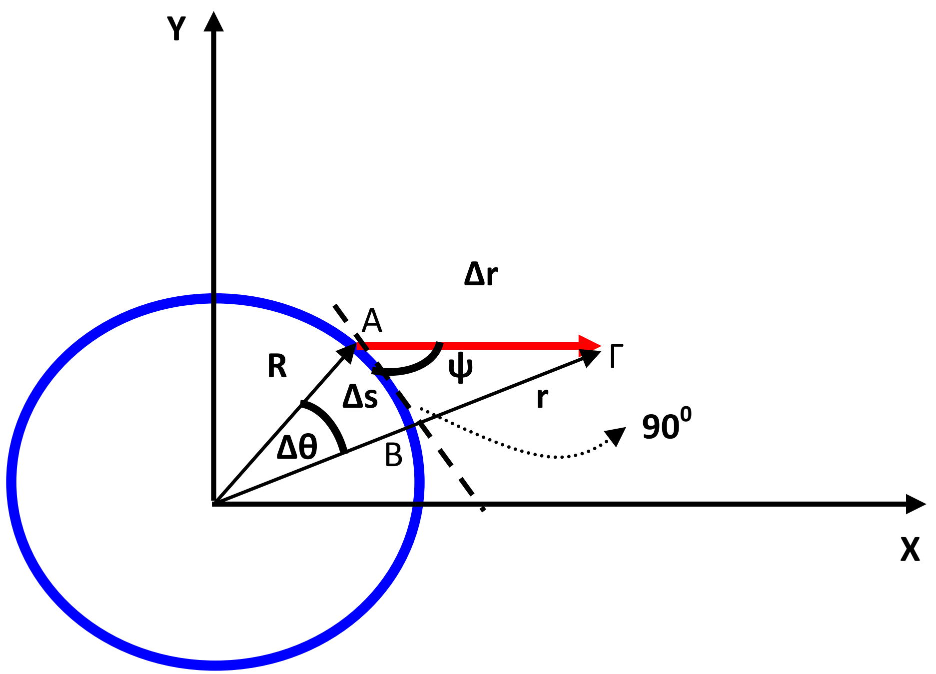
● Για την κατανόηση της έννοιας της στερεάς γωνίας είναι χρήσιμο να ξεκινήσουμε από το ακόλουθο διδιάστατο πρόβλημα που εικονίζεται στο σχήμα. Έστω ότι επιθυμούμε να προβάλουμε ένα στοιχειώδες μήκος Δr σε περιφέρεια κύκλου ακτίνας R. Η προβολή του θα είναι ένα στοιχειώδες τόξο για το οποίο θα ισχύει ότι:

$$\Delta s = R\Delta\theta$$

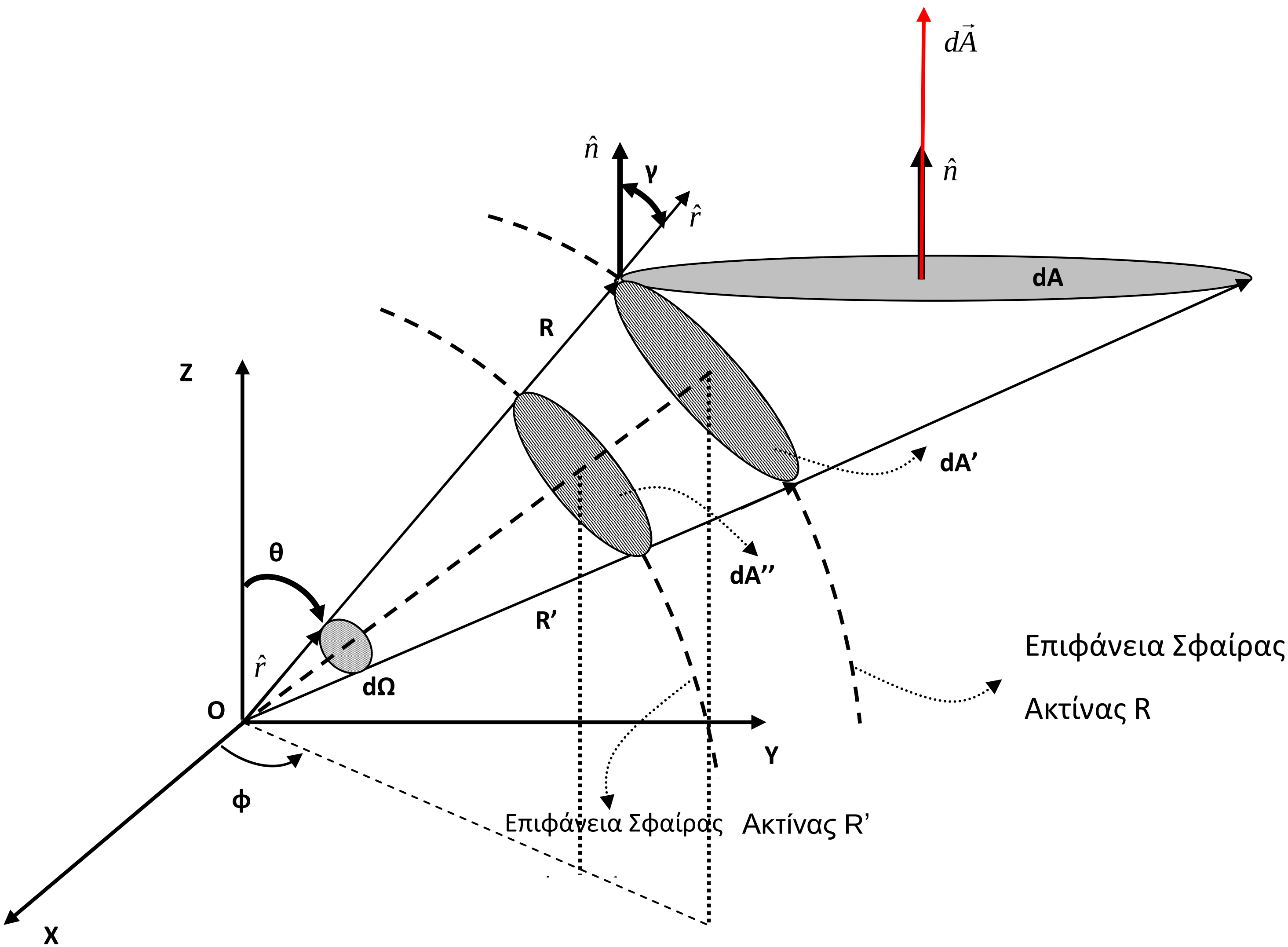
Κατά συνέπεια, η προβολή του στην περιφέρεια κύκλου καθορίζεται αποκλειστικά από την γωνία

$\Delta\theta = \Delta s / R$, η οποία μετράται σε ακτίνια

[Εάν το στοιχειώδες μήκος και το αντίστοιχο τόξο είναι απειροστά μικρά μπορούμε εκ του ασφαλούς να θεωρήσουμε το τρίγωνο ΑΒΓ ως ορθογώνιο και κατά συνέπεια θα έχομε ότι: $ds = rd\theta = dr\cos\psi$]



● Η έννοια της στερεάς γωνίας υπεισέρχεται όταν θέλουμε να επεκτείνουμε το πρόβλημα στην προβολή μίας στοιχειώδους επιφάνειας dA σε επιφάνεια σφαίρας ακτίνας R, όπως εικονίζεται στο ακόλουθο σχήμα.



Η επιφάνεια dA αναπαριστάται από ένα κάθετο σε αυτή διάνυσμα με μέτρο όσο το εμβαδόν της σύμφωνα με τη σχέση:

$$d\vec{\mathrm{A}} = d\mathrm{A}\hat{n}$$

όπου $\hat{n}$ το μοναδιαίο κάθετο στην επιφάνεια διάνυσμα.

Η προβολή της επιφάνειας dA στην επιφάνεια σφαίρας ακτίνας R θα είναι:

$$d\mathrm{A}' = d\vec{\mathrm{A}} \bullet \hat{r} = d\mathrm{A}(\hat{n} \bullet \hat{r}) = d\mathrm{A}\cos\gamma = R^2 \sin\theta d\theta d\varphi$$

Η προβολή της επιφάνειας dA στην επιφάνεια ομόκεντρης σφαίρας ακτίνας R´ θα είναι κατά τον ίδιο τρόπο:

$$d\mathrm{A}'' = R'^2 \sin\theta d\theta d\varphi$$

Παρατηρούμε ότι και οι δύο προβολές αποτελούν βάσεις κώνων με κορυφή την αρχή των αξόνων και συνευθειακά ύψη.

Η στοιχειώδης στερεά γωνία ορίζεται ως το αδιάστατο μέγεθος:

$$d\Omega = \frac{dA'}{R^2} = \frac{d\mathrm{A}''}{R'^2} = \sin\theta d\theta d\varphi$$

και αντιπροσωπεύει την βάση του κώνου που αντιστοιχεί στην προβολή της επιφάνειας σε σφαίρα με ακτίνα το μοναδιαίο διάνυσμα $\hat{r}$ μέσα από την οποία «φαίνονται» και οι προβολές dA και dA’. Ισχύει δε ότι :

$$\oiint\limits_{\substack{\text{Επιφάνεια} \\ \text{Σφαίρας} \\ R}} d\Omega = \oiint\limits_{\substack{\text{Επιφάνεια} \\ \text{Σφαίρας} \\ R}} \sin\theta d\theta d\varphi = 4\pi$$

Γενικώτερα η στερεά γωνία ορίζεται ως:

$$\Delta\Omega = \frac{\Delta A}{R^2}$$

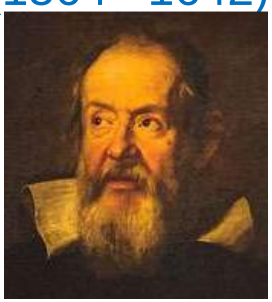
όπου ΔA το τμήμα επιφανείας μίας σφαιρικής επιφάνειας ακτίνας R και είναι ένα αδιάστατο μέγεθος που μετράται σε στερακτίνια (steradians ή συντομογραφικά sterads).

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ III: Η ΕΙΔΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΣΧΕΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

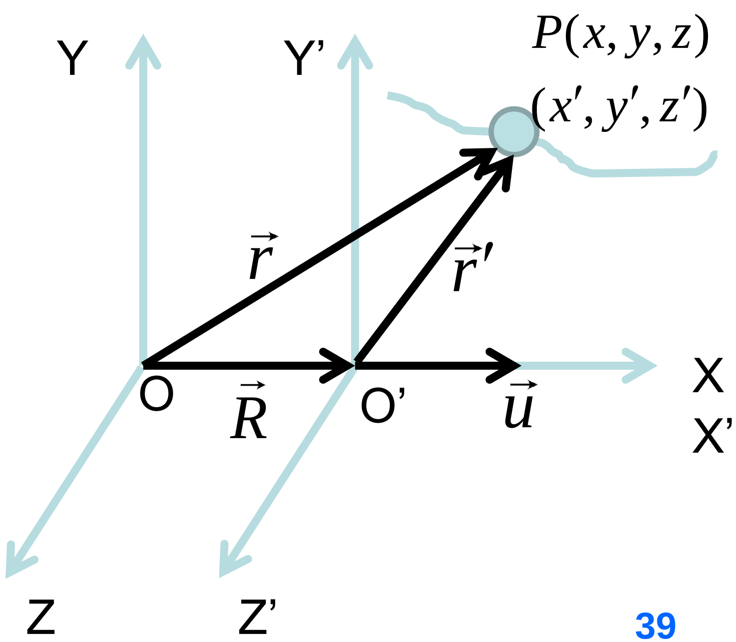
► Αποτελεί την ολοκλήρωση της Κλασικής Μηχανικής στις υψηλές ταχύτητες (της τάξεως της ταχύτητας του φωτός). <u>ΔΕΝ διακυρήττει ότι όλα είναι σχετικά !</u> Αντιθέτως απαιτεί ένα φαινόμενο να είναι συμβατά παρατηρήσιμο από όλους τους αδρανειακούς παρατηρητές του.

► Στηρίζεται στο ότι: (α) Η ταχύτητα του φωτός είναι ανεξάρτητη από τον παρατηρητή, αποτελώντας μια παγκόσμια σταθερά και (β) Η ταχύτητα του φωτός είναι η μεγαλύτερη που μπορεί να αναπτύξει στη Φύση ένα σώμα στο κενό.

Galileo Galilei
(1564 –1642)



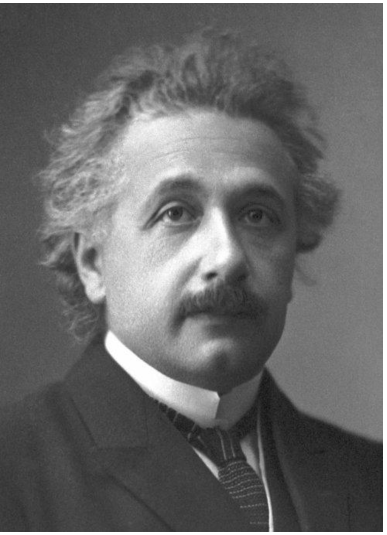
$$\vec{r}'=\vec{r}-\vec{u}t$$
$$\vec{\upsilon}'=\vec{\upsilon}-\vec{u}$$
$$\vec{\alpha}'=\vec{\alpha}$$
$$t'=t$$



Hendrik Antoon Lorentz
(1853 –1928)

$$x'=\frac{x-ut}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$
$$y'=y,\ z'=z$$
$$t'=\frac{t-ux/c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$
$$\upsilon'=\frac{\upsilon-u}{1-u\upsilon/c^2},\quad \alpha'=\frac{\alpha(1-u^2/c^2)^{\frac{3}{2}}}{(1-u\upsilon/c^2)^3}$$

Albert Einstein
(1879 – 1955)



Για να διατηρείται η ορμή σε όλα τα συστήματα αναφοράς:

$$\vec{p}=\frac{m_0\vec{\upsilon}}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}$$

Σχετικιστική μάζα:

$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}$$

Μάζα ηρεμίας

Επίσης:

$$K=\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}-m_0c^2$$

Ενέργεια ηρεμίας

$$E=K+E_0=K+m_0c^2=\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}=mc^2$$

Εάν το σωματίδιο έχει και δυναμική ενέργεια: $E=K+U+m_0c^2=mc^2$

Παράλληλα: $\vec{\upsilon}=\frac{c^2}{E}\vec{p}$ $\quad E=\sqrt{\left(m_0c^2\right)^2+\left(cp\right)^2}$

Ακραία σχετικιστικό σωμάτιο:

$$E=cp$$

ΤΙ ΝΑ ΔΙΑΒΑΣΕΤΕ ΠΡΟΣΕΚΤΙΚΑ

Η ύλη της ενότητας δεν εξετάζεται. Η ενότητα κάνει μία επισκόπιση βασικών γνώσεων που έχετε ή πρέπει να έχετε. Παρά ταύτα δώστε ιδιαίτερη βαρύτητα σε 2 θέματα που δεν έχετε διδαχθεί έως τώρα και είναι χρήσιμα για τα επόμενα:

(α) Σελίδες 13-16 (Κλασική Στατιστική Μηχανική)

(β) Σελίδες 25-35 (Κυματοπακέτα)