Κλασική Ηλεκτροδυναμική

Ενότητα 16: Εισαγωγή στην μαγνητοστατική

Ανδρέας Τερζής
Σχολή Θετικών Επιστημών
Τμήμα Φυσικής

Σκοποί ενότητας

- Σκοπός της ενότητας είναι να παρουσιάσει τα βασικά στοιχεία της μαγνητοστατικής.

Περιεχόμενα ενότητας

- Νόμος Biot-Savart
- Απόδειξη μη ύπαρξης μαγνητικών μονοπόλων
- Νόμος Ampére και εξίσωση συνέχειας
- Το διανυσματικό δυναμικό
- Εφαρμογή
- Πολυπολική ανάπτυξη στην μαγνητοστατική

Νόμος Biot-Savart

- Η μαγνητική επαγωγή από ένα στοιχειώδες τμήμα καλωδίου που διαρέεται από ρεύμα είναι

$$d\boldsymbol{B} = \frac{1}{c}\frac{I\boldsymbol{dl}' \times (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}')}{|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}'|^3} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{c}\int \frac{\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}') \times (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}')}{|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}'|^3} d^3\boldsymbol{x}'$$

- Η παραπάνω έκφραση είναι ο νόμος Biot-Savart. Είναι το ανάλογο του νόμου Coulomb της ηλεκτροστατικής. Για να προσδιορίσουμε την μαγνητική επαγωγή, ολοκληρώνουμε σε όλον τον χώρο.
- Η πυκνότητα ρεύματος $\boldsymbol{J}$ είναι ένα διανυσματικό πεδίο που περιγράφει την ροή φορτίου σε κάθε σημείο του χώρου. Η πυκνότητα ρεύματος εκφράζει την ποσότητα θετικού φορτίου ανά μονάδα επιφάνειας και ανά μονάδα χρόνου.

Απόδειξη μη ύπαρξης μαγνητικών μονοπόλων

- Θυμίζουμε την ταυτότητα $\frac{(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}')}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}'|^3} = -\nabla\left(\frac{1}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}'|}\right)$.
- Έχουμε λοιπόν

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x}) = -\frac{1}{c}\int \boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}') \times (\nabla\left(\frac{1}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}'|}\right))d^3\boldsymbol{x}'$$

- Κάνουμε χρήση της ταυτότητας

$$-\boldsymbol{J} \times (\nabla\psi) = \nabla \times (\psi\boldsymbol{J}) - \psi(\nabla \times \mathbf{J})$$

Άρα $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{c}\int \left[\nabla \times \left(\left(\frac{1}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}'|}\right)J(\boldsymbol{x}')\right) - \left(\frac{1}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}'|}\right)(\nabla \times J(\boldsymbol{x}'))\right] d^3\boldsymbol{x}'$

- Όμως $\nabla \times \boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}') = 0$, διότι η πυκνότητα ρεύματος είναι ως προς x', ενώ το ∇ είναι ως προς x.
- Άρα $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{c}\int \nabla \times \left(\frac{\mathrm{J}(\boldsymbol{x}')}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}'|}\right) d^3\boldsymbol{x}'$.

Ολοκλήρωση απόδειξης

- Επειδή το ∇ εξαρτάται μόνο από το x μπορεί να βγει έξω από το ολοκλήρωμα και έχουμε

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{c}\nabla \times \int \frac{\mathbf{J}(\boldsymbol{x}')}{|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}'|} d^3x'$$

- Παίρνουμε την απόκλιση και στα δύο μέλη και λαμβάνοντας υπ' όψη ότι η απόκλιση του στροβιλισμού είναι πάντα μηδέν, οδηγούμαστε στο αποτέλεσμα $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$.

- **Σχόλιο:** Η απόκλιση του ηλεκτρικού πεδίου προκαλείται από ηλεκτρικά φορτία. Το γεγονός ότι η απόκλιση της μαγνητικής επαγωγής είναι μηδενική, σημαίνει ότι δεν υπάρχουν μαγνητικά φορτία.

Νόμος Ampére-Εξαγωγή

- Επιστρέφουμε στην σχέση $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{c}\nabla \times \int \frac{\mathbf{J}(\boldsymbol{x}')}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}'|} d^3x'$.
  Παίρνουμε τον στροβιλισμό και στα δύο μέλη και έχουμε
$$\nabla \times \boldsymbol{B}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{c}\nabla \times \nabla \times \int \frac{\mathbf{J}(\boldsymbol{x}')}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}'|} d^3\boldsymbol{x}'.$$

- Κάνουμε χρήση της ταυτότητας
$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2\mathbf{A}.$$

- Καταλήγουμε λοιπόν ότι
$$\nabla \times \boldsymbol{B}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{c}\nabla \int \mathbf{J}(\mathbf{x}')\nabla \frac{1}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}'|} d^3\boldsymbol{x}' - \frac{1}{c}\int \boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}')\nabla^2 \frac{1}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}'|} d^3\boldsymbol{x}$$

Νόμος Ampére-Συνέχεια

- Χρησιμοποιούμε τις ταυτότητες

$$\nabla\left(\frac{1}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}\prime|}\right) = -\nabla'\left(\frac{1}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}\prime|}\right),$$

$$\nabla^2\left(\frac{1}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}\prime|}\right) = -4\pi\delta(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}')$$

- Άρα

$$\nabla \times \boldsymbol{B}(\boldsymbol{x}) = -\frac{1}{c}\nabla\int \mathbf{J}(\mathbf{x}')\nabla'\frac{1}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}'|}d^3\boldsymbol{x}' + \frac{4\pi}{c}\int \boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}')\delta(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}')\ d^3\boldsymbol{x} \Rightarrow$$

$$\nabla \times \boldsymbol{B}(\boldsymbol{x}) = \frac{4\pi}{c}J(\boldsymbol{x}) - \frac{1}{c}\nabla\int \mathbf{J}(\mathbf{x}')\nabla'\frac{1}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}'|}d^3\boldsymbol{x}'$$

Νόμος Ampére-Η εξίσωση συνέχειας

- Πραγματοποιούμε ολοκλήρωση κατά παράγοντες και καταλήγουμε ότι

$$\nabla \times \boldsymbol{B}(\boldsymbol{x}) = \frac{4\pi}{c} J(\boldsymbol{x}) - \frac{1}{c} \nabla \int \nabla' \mathbf{J}(\mathbf{x}') \frac{1}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}'|} d^3\boldsymbol{x}'$$

- Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε την εξίσωση συνέχειας. Από τον ορισμό της πυκνότητας ρεύματος (ρεύμα ανά μονάδα επιφάνειας και ανά μονάδα χρόνου) μπορούμε να γράψουμε την έκφραση $\frac{\partial Q}{\partial t} + \int \boldsymbol{J} \cdot \boldsymbol{n} da$. Κάνοντας χρήση του θεωρήματος της απόκλισης έχουμε $\frac{\partial Q}{\partial t} + \int \nabla \cdot \boldsymbol{J}\, d^3\boldsymbol{x} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} \int \rho d^3\boldsymbol{x} + \int \nabla \cdot \boldsymbol{J}\, d^3\boldsymbol{x} = 0 \Rightarrow$

$$-\frac{\partial \rho}{\partial t} = \nabla \cdot \boldsymbol{J}$$

- Αυτή είναι η εξίσωση συνέχειας σε διαφορική μορφή. Στην μαγνητοστατική, δεν έχουμε μαγνητικό φορτίο, επομένως $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$.

Νόμος Ampére-Τελική έκφραση

- Επειδή λοιπόν $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$, καταλήγουμε ότι
$$\nabla \times \boldsymbol{B}(\boldsymbol{x}) = \frac{4\pi}{c} J(\boldsymbol{x}).$$
- Η παραπάνω έκφραση είναι ο νόμος Ampére σε διαφορική μορφή.
- Για να εξάγουμε την ολοκληρωτική του μορφή, θεωρούμε επιφάνεια S. Πολλαπλασιάζουμε και τα δύο μέλη με το κάθετο $\boldsymbol{n}$ και ολοκληρώνουμε πάνω στην επιφάνεια:
$\int (\boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{B}) \cdot \boldsymbol{n} da = \frac{4\pi}{c} \int J(\boldsymbol{x}) \cdot \boldsymbol{n}\, da.$
- Εφαρμόζουμε το θεώρημα Stokes: $\oint \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{dl} = \frac{4\pi}{c} \int \boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}) \cdot \boldsymbol{n}\, da$ όπου το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα είναι κατά μήκος της καμπύλης C που οριοθετεί την επιφάνεια. Η καμπύλη C είναι ανάλογη των επιφανειών Gauss της ηλεκτροστατικής.

Το διανυσματικό δυναμικό

- Αποδείξαμε ότι $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$. Άρα υπάρχει διανυσματικό πεδίο $\boldsymbol{A}$ (το λεγόμενο διανυσματικό δυναμικό) τέτοιο ώστε $\boldsymbol{B} = \nabla \times \boldsymbol{A}$.

- Είδαμε προηγουμένως ότι $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{c}\nabla \times \int \frac{\mathbf{J}(\boldsymbol{x}')}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}'|} d^3\boldsymbol{x}' \Rightarrow$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{c}\nabla \times \int \frac{\mathbf{J}(\boldsymbol{x}')}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}'|} d^3\boldsymbol{x}' \Rightarrow$$

$$\mathbf{A} = \frac{1}{c}\int \frac{\mathbf{J}(\boldsymbol{x}')}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}'|} d^3\boldsymbol{x}' + \nabla\psi.$$

Μετασχηματισμός βαθμίδας

- Ο στροβιλισμός δεν ορίζει μονοσήμαντα το διανυσματικό δυναμικό. Μπορούμε να προσθέτουμε πάντα την βαθμίδα ενός βαθμωτού πεδίου στο διανυσματικό δυναμικό και θα καταλήγουμε στο ίδιο μαγνητικό πεδίο.
- Με αυτήν την έννοια το διανυσματικό δυναμικό είναι μια χρήσιμη μαθηματική οντότητα, ενώ φυσική σημασία έχουν οι τιμές των πεδίων που είναι οι μετρούμενες φυσικές ποσότητες. Η εφαρμογή μετασχηματισμών στο βαθμωτό και διανυσματικό δυναμικό, τέτοιων ώστε οι τιμές των πεδίων να παραμένουν αναλλοίωτες, καλείται μετασχηματισμός βαθμίδας.
- Στην περίπτωσή μας επιλέγουμε την συνάρτηση ψ να είναι σταθερή, έτσι ώστε $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$. Αυτές οι προϋποθέσεις διαμορφώνουν την λεγόμενη βαθμίδα Coulomb.

Νόμος Ampére σε διαφορική μορφή συναρτήσει διανυσματικού δυναμικού

- Καταλήξαμε λοιπόν ότι $\mathbf{A} = \frac{1}{c}\int \frac{\mathbf{J}(\boldsymbol{x}')}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}'|} d^3\boldsymbol{x}'$.
- Θα εξάγουμε τον νόμο Ampére σε διαφορική μορφή με βάση το διανυσματικό δυναμικό.
- Είπαμε ότι $\nabla \times \boldsymbol{B}(\boldsymbol{x}) = \frac{4\pi}{c}\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})$. Άρα

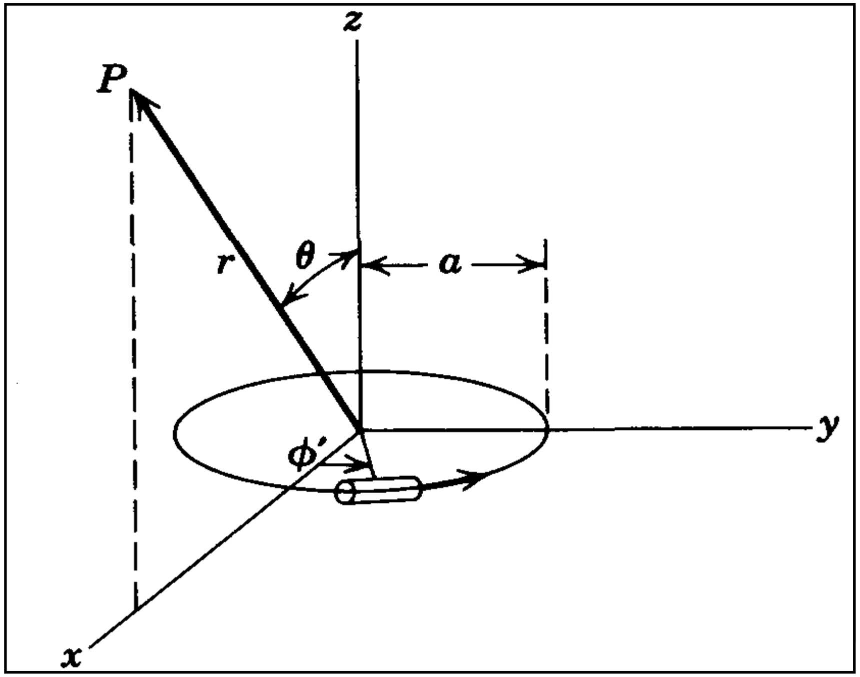
$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \frac{4\pi}{c}\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x})$. Χρησιμοποιούμε την ταυτότητα

$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2\mathbf{A}$.

- Επομένως $\nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2\mathbf{A} = \frac{4\pi}{c}\boldsymbol{J} \Rightarrow \nabla^2\mathbf{A} = -\frac{4\pi}{c}\boldsymbol{J}$.
- Η τελευταία έκφραση είναι ο νόμος Ampére συναρτήσει του διανυσματικού δυναμικού.

Εφαρμογή

Εικόνα 1: Κυκλικός δακτύλιος ρεύματος



- Θα υπολογίσουμε το διανυσματικό δυναμικό κυκλικού δακτυλίου ακτίνας α, που βρίσκεται στο επίπεδο $x - y$, με κέντρο την αρχή των αξόνων. Διαρέεται από ρεύμα I.

$1^{ος}$ τρόπος επίλυσης

- Αρχικά προσδιορίζουμε την πυκνότητα ρεύματος, με το ίδιο σκεπτικό που προσδιορίζαμε την πυκνότητα φορτίου σε κυκλικό δακτύλιο στην ηλεκτροστατική.
- Δηλαδή $J(\boldsymbol{x}') = C\delta(r' - \alpha)\delta\left(cos\theta' - cos\frac{\pi}{2}\right)$.
- Κατά την εξαγωγή νόμου Biot-Savart (διαφάνεια 4) βγάζουμε το συμπέρασμα ότι $\int \boldsymbol{Idl}' = \int \boldsymbol{J}d^3\boldsymbol{x}'$. Άρα

$$2\pi\alpha \mathrm{I} = \mathrm{C}\int_0^{\infty}\delta(r-\alpha)r^2\,dr\int_0^{\pi}\delta(cos\theta)d(-cos\theta)\int_0^{2\pi}d\varphi \Rightarrow$$

$2\pi\alpha\mathrm{I} = \mathrm{C}2\pi\alpha^2 \Rightarrow C = \frac{I}{\alpha}$. Άρα

$$\mathrm{J}(\boldsymbol{x}') = \frac{I}{a}\delta(r' - \alpha)\delta\left(cos\theta' - cos\frac{\pi}{2}\right)$$

Συνέχεια πρώτου τρόπου επίλυσης

- Η πυκνότητα ρεύματος είναι
$$J(\boldsymbol{x}') = \mathrm{J}_{\varphi}\hat{e}_{\varphi} = \mathrm{J}_{\varphi}(-sin\varphi'\hat{x} + cos\varphi'\hat{y})$$
- Έχουμε τις συνιστώσες x και y για την πυκνότητα ρεύματος. Άρα αυτές θα είναι και οι συνιστώσες του διανυσματικού δυναμικού. Ενδεικτικά υπολογίζουμε την συνιστώσα A_y.
- Αντικαθιστώντας στον ορισμό του διανυσματικού δυναμικού έχουμε
$$\mathrm{A}_y = \frac{1}{c}\int \frac{I}{a} sin\theta' cos\varphi' \delta(r'-\alpha)\delta(cos\theta')$$
$$\frac{r'^2 dr' d(cos\theta') d\varphi'}{[r^2 + r'^2 - 2rr'(cos\theta cos\theta' + sin\theta sin\theta' \cos(\varphi - \varphi')]^{1/2}}$$

Ολοκλήρωση πρώτου τρόπου επίλυσης

- Επιλέγουμε για ευκολία $\varphi = 0$ (διότι έχουμε αζιμουθιακή συμμετρία) και γνωρίζουμε ότι $\theta' = \frac{\pi}{2}$.
- Άρα καταλήγουμε ότι

$$\mathrm{A}_y = \frac{I\alpha}{c}\int_0^{2\pi} \frac{cos\varphi' d\varphi'}{(r^2 + a^2 - 2arsin\theta cos\varphi')^{1/2}}.$$

- Αυτό το ολοκλήρωμα ανήκει στην κατηγορία των ελλειπτικών ολοκληρωμάτων και για την επίλυσή του ανατρέχουμε στον κατάλληλο τύπο της βιβλιογραφίας.

$2^{ος}$ τρόπος επίλυσης

- Ο $2^{ος}$ τρόπος πραγματοποιείται με την χρήση σφαιρικών αρμονικών.
- Δηλαδή η λύση θα γράφεται ως

$$\mathrm{A}_y = \frac{1}{c}\int [\frac{I}{a} sin\theta' cos\varphi' \delta(r'-\alpha)\delta(cos\theta')r'^2 dr' d(cos\theta') d\varphi'$$

$$\sum_{l,m} \frac{4\pi}{2l+1}\frac{{r_<}^l}{{r_>}^{l+1}} Y_{lm}(\theta,\varphi){Y_{lm}}^*(\theta',\varphi')]$$

- Έχουμε $cos\varphi' = \mathrm{Re}\left(e^{i\varphi'}\right)$.

Ολοκλήρωση 2ου τρόπου επίλυσης

- Γράφουμε επομένως

$$A_y = Re\int[\frac{I}{ac}sin\theta' e^{i\varphi'}\delta(r'-\alpha)\delta(cos\frac{\pi}{2})r'^2dr'd(cos\theta')d\varphi'$$

$$\sum_{l,m}\frac{4\pi}{2l+1}\frac{{r_<}^l}{{r_>}^{l+1}}Y_{lm}(\theta,0){Y_{lm}}^*(\theta',\varphi')]$$

- Θα πρέπει $m = 1$. Έχουμε

${Y_{lm}}^*(\theta',\varphi') = \sqrt{\frac{4\pi}{2l+1}\frac{(l-m)!}{(l+m)!}}P_{lm}(cos\theta')e^{-im\varphi'}$ και

$\int e^{i\varphi'}e^{-im\varphi'}d\varphi' = \delta_{m1}$. Άρα

$$A_y = Re[\sum_{l,m}\frac{4\pi}{2l+1}\frac{{r_<}^l}{{r_>}^{l+1}}Y_{l1}(\theta,0){Y_{l1}}^*(\frac{\pi}{2},0)]$$

Πολυπολική ανάπτυξη-Εισαγωγή

- Θα αναπτύξουμε ένα μέρος της θεωρίας που αφορά την πολυπολική ανάπτυξη στην μαγνητοστατική σ' αυτήν την ενότητα. Η ανάλυση θα ολοκληρωθεί στην επόμενη.
- Κατ' αναλογία με την περίπτωση της ηλεκτροστατικής, όταν έχουμε μια κατανομή ρεύματος στην μαγνητοστατική και θέλουμε να γνωρίζουμε τα μαγνητικά πεδία πολύ μακρυά, πραγματοποιούμε πολυπολική ανάπτυξη και κρατάμε τους πρώτους όρους.

Πολυπολική ανάπτυξη-Υλοποίηση

- Αφετηρία είναι η έκφραση για το διανυσματικό

δυναμικό $\mathbf{A} = \frac{1}{c}\int \frac{\mathbf{J}(\boldsymbol{x}')}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}'|} d^3\boldsymbol{x}'$.

- Ισχύει ότι $\frac{1}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}'|} = \frac{1}{|\boldsymbol{x}|} + \frac{\boldsymbol{x}\cdot\boldsymbol{x}'}{|\boldsymbol{x}|^3} + \cdots$
- Χρησιμοποιώντας αυτό το ανάπτυγμα έχουμε

$$\mathbf{A} = \frac{1}{c}\frac{1}{|\boldsymbol{x}|}\int \boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}')d^3\boldsymbol{x}' + \frac{1}{c}\frac{\boldsymbol{x}}{|\boldsymbol{x}|^3}\cdot\int \boldsymbol{x}'\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}')d^3\boldsymbol{x}' + \cdots$$

- Ο πρώτος όρος είναι ο μονοπολικός. Έχουμε δείξει όμως ότι δεν υπάρχουν μαγνητικά μονόπολα. Άρα θα πρέπει ο πρώτος όρος να είναι μηδενικός.

Απόδειξη μη ύπαρξης μονοπολικού όρου

- Έστω δύο συναρτήσεις f, g. Ισχύει ότι
$$\int f\boldsymbol{J}\cdot\nabla' g d^3\boldsymbol{x}' = f\boldsymbol{J}g - \int g\nabla'\cdot(f\boldsymbol{J})d^3\boldsymbol{x}'$$
- Ο πρώτος όρος μηδενίζεται, γιατί η κατανομή ρεύματος είναι εντοπισμένη και μπορούμε να θεωρήσουμε την πυκνότητα ρεύματος μηδενική, αν τα όρια ολοκλήρωσης είναι «μεγαλύτερα» από τα όρια της κατανομής ρεύματος.
- Επομένως $\int f\boldsymbol{J}\cdot\nabla' g d^3\boldsymbol{x}' = -\int g\nabla'\cdot(f\boldsymbol{J})d^3\boldsymbol{x}' =$
$$-\int g(\nabla' f)\cdot\boldsymbol{J}d^3\boldsymbol{x}' - \int gf\,\nabla'\cdot\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}')d^3\boldsymbol{x}'$$
- Αποδείξαμε προηγουμένως ότι $\nabla'\cdot\boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}') = 0$.
- Επομένως $\int f\boldsymbol{J}\cdot\nabla' g d^3\boldsymbol{x}' = -\int g(\nabla' f)\cdot\boldsymbol{J}d^3\boldsymbol{x}'$.

Ολοκλήρωση απόδειξης

- Εφαρμόζουμε αυτήν την σχέση για $f = 1, g = x_i$.
- Έτσι έχουμε

$$\int 1 \boldsymbol{J} \cdot \nabla' x_i d^3\boldsymbol{x}' + \int x_i{}'(\nabla' 1) \cdot \boldsymbol{J} d^3\boldsymbol{x}' = 0.$$

- $\nabla' x_i = \hat{x}_a \frac{\partial}{\partial x_a{}'} x_i{}' = \hat{x}_a \delta_{ia} = \hat{x}_i$
- Από τα παραπάνω προκύπτει ότι $\int \boldsymbol{J}(\boldsymbol{x}') d^3\boldsymbol{x}' = 0$.

Τέλος Ενότητας

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, Ανδρέας Τερζής. Ανδρέας Τερζής «Κλασική Ηλεκτροδυναμική. Εισαγωγή στην μαγνητοστατική». Έκδοση: 1.0. Πάτρα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: https://eclass.upatras.gr/courses/PHY1958/

Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».

[1] http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

Εικόνα 1: David Jackson, Classical Electrodynamics, John Wiley & Sons, New York, 1999

Διαθέσιμο ηλεκτρονικά από https://archive.org/details/ClassicalElectrodynamics