

Εξατομικευμένα θέματα, θα χρειαστούν, **A**, ο τελευταίος αριθμός του Α.Μ. σας, **B**, ο προτελευταίος αριθμός του Α.Μ. και **Γ**, ο προπροτελευταίος αριθμός του Α.Μ. **Με το γραπτό σας παραδίδεται και το τυπολόγιό σας.** ΔΕΝ χρειάζεται υπολογιστής τσέπης (calculator).

Θ1[1:0.5x2]. (α) Να αποδείξετε, χρησιμοποιώντας τον συζυγή τελεστή, ότι ο τελεστής $\hat{W} = (A + 1)y \cdot p_y \cdot y - (B + 2)x \cdot p_y \cdot x$ είναι ερμιτιανός. **(β)** Να βρεθεί το ελάχιστο γινόμενο των αβεβαιοτήτων του \hat{W} με την z συνιστώσα της στροφορμής.

Θ2[0.5]. Για τον τελεστή που ορίζεται από την σχέση, $\hat{W} \cdot \psi = Im\psi$, να βρείτε τις ιδιοτιμές και τις ιδιοσυναρτήσεις του.

Θ3[0.5]. Θεωρούμε σωματίο μάζας m , περιορισμένο σε ΑΠΔ αρχικού μήκους L , του οποίου ξαφνικά τριπλασιάζουμε το μήκος. Αν ήταν αρχικά στην $1^{\text{η}}$ διεγερμένη του κατάσταση, να γράψετε την έκφραση από την οποία υπολογίζουμε τον συντελεστή στη νέα κυματοσυνάρτηση, για την $3^{\text{η}}$ διεγερμένη κατάσταση.

Θ4[1:0.5+0.25+0.25]. Α.Π.Δ. σε υπέρθεση δυο καταστάσεων με μέση ενέργεια $\left(\frac{A+1}{A+\Gamma+3}\right)\frac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2} + 4\left(\frac{\Gamma+2}{A+\Gamma+3}\right)\frac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2}$ και $\langle p \rangle(0) = \frac{8\hbar}{3L}\left(\frac{\sqrt{(A+1)(\Gamma+2)}}{A+\Gamma+3}\right)$. Να βρεθούν **(α)** το φ_{12} η $\Psi(x, t)$, **(β)** η $\langle p \rangle(t)$ και **(γ)** η $\langle x \rangle(t)$. Δίνεται $x_{21} = -\frac{16L}{9\pi^2}$ και $p_{21} = -\frac{8\hbar}{3L} \cdot i$

Θ5[2:0.25+0.25+0.5+0.25+0.25+0.5]. Έστω ερμιτιανός τελεστής $\hat{W} = |w\rangle\langle 2| + |1\rangle\langle 1| + |2\rangle\langle 2|$. Γνωρίζουμε για την Χαμιλτονιανή ότι, $\hat{H}|1\rangle = (A + 1)\varepsilon(|1\rangle + |2\rangle)$, $\hat{H}|2\rangle = (A + 1)\varepsilon(|2\rangle + |1\rangle)$. Να βρεθούν **(α1)** οι ιδιοτιμές και **(α2)** οι ιδιοσυναρτήσεις του \hat{H} . Αν την χρονική στιγμή $t=0$, μετρώ το φυσικό μέγεθος που σχετίζεται με τον \hat{W} και βρίσκω τιμή $|w\rangle$. Να βρεθεί η $\Psi(x, t)$ ως συνάρτηση, **(β)** των $|1\rangle, |2\rangle$. Να βρεθούν **(γ)** η πιθανότητα να βρω σε μία μέτρηση $2|w\rangle$, **(δ)** η μέση τιμή του τελεστή $\langle \hat{W} \rangle(t)$ και **(ε)** ο τελεστής που χρειάζεται για τον υπολογισμό του ρυθμός μεταβολής του, υπό μορφή πίνακα.

Θ6[0.75:0.45+0.3]. Θεωρούμε δυναμικό $V(x) = -(A + 4)|g| \cdot \delta(x + L) - (B + 4)|g| \cdot \delta(x - L)$. Για δέσμιες καταστάσεις, **(α)** να γράψετε τις κυματοσυναρτήσεις και **(β)** τις απαραίτητες συνοριακές συνθήκες για την παράγωγο των κυματοσυναρτήσεων.

Θ7[0.75]. Θεωρούμε δυναμικό $V(x) = -(A + 4)|g| \cdot \delta(x + (15 - \Gamma) \cdot L) + (B + 4)|g| \cdot \delta(x)$. Για καταστάσεις σκέδασης $(-\infty \rightarrow +\infty)$, να γράψετε τις κυματοσυναρτήσεις και να σκιαγραφήσετε τον υπολογισμό του R .

Θ8[1.5:0.25+0.25+0.5+0.25+0.25]

Κβαντικός αρμονικός ταλαντωτής βρίσκεται στην κατάσταση, $|\psi(x, t = 0)\rangle = (11 - B) \cdot |c_1\rangle e^{i\varphi_{12}}|1\rangle + |c_2\rangle|2\rangle$.

Να βρεθούν **(α)** το $x_{21} = \langle \psi_2, \hat{x}\psi_1 \rangle$ με τον υπολογισμό του ολοκληρώματος και **(β)** το p_{21} με την αλγεβρική μέθοδο.

Αν γνωρίζουμε ότι για $t = 0$, η μέση θέση και η μέση ορμή είναι 0 και -1 , να βρεθούν **(γ)** η κυματοσυνάρτηση την τυχαία χρονική στιγμή t , **(δ)** η μέση ενέργεια και **(ε)** η μέση χρονοεξαρτώμενη ορμή.

Δίνεται ότι $\psi_1 = \frac{\sqrt{2}}{\pi^{(1/4)}} x e^{-x^2/2}$ και $\psi_2 = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \pi^{(1/4)}} (2x^2 - 1) e^{-x^2/2}$.

Θ9[0.75:0.25+0.5] Για ηλεκτρόνιο μάζας m εγκλωβισμένο σε κβαντική τελεία με $L_x = L_y = \frac{L_z}{2} = L$ να βρεθεί **(α)** η **κυματοσυνάρτηση** της $1^{\text{ης}}$ **διεγερμένης** ενεργειακής κατάστασης, **(β)** η **ενέργεια** της $1^{\text{ης}}$ **εκφυλισμένης** ενεργειακής κατάστασης.

Θ10[1.25:0.25+0.25+0.25+0.5] Θεωρούμε ότι η κυματοσυνάρτηση του ατόμου υδρογόνου, είναι

$\Psi(\vec{r}, t = 0) = |N| \left[i \cdot \sqrt{(A + B + 1)} \psi_{100}(\vec{r}) + \psi_{210}(\vec{r}) + \psi_{211}(\vec{r}) \right]$.

Να υπολογίστε **(α)** την $\Psi(\vec{r}, t)$, **(β)** την μέση ενέργεια, **(γ)** την $\langle l_x^2 + l_y^2 \rangle(t)$ και **(δ)** την $\langle l_x^2 \rangle(t)$ την τυχαία χρονική στιγμή t .