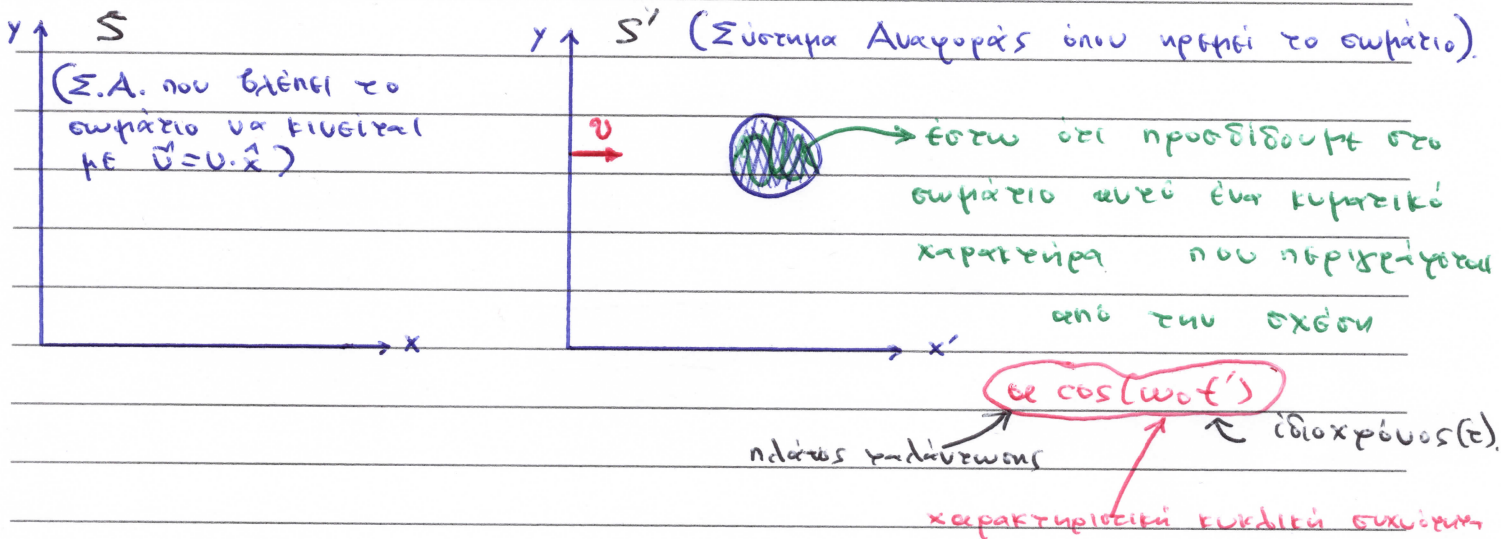


Υλικά κύματα de Broglie (1924).



Εφαρμόζουμε τους μετασχηματισμούς Lorentz (ως ειδική θεωρία της σχετικότητας) για να δούμε πως βλέπει τον κυματικό του σωματίδιου ο παρατηρητής στο S (Σ.Α.) που βλέπει το σωματίδιο να κινείται με ταχύτητα $\vec{v} = v \cdot \hat{x}$ (για ευκολία στους υπολογισμούς περιορίζομαστε σε μονοδιάστατη κίνηση).

Έχουμε $t' = \gamma(t - \frac{v x}{c^2})$, όπου $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ ($\beta \equiv \frac{v}{c}$) ο διάσημος παράγοντας Lorentz.

Οπότε $\psi = \cos(\omega_0 t' - \frac{\omega_0 v}{c^2} x)$, προκύπτει δηλαδή μια χαρακτηριστική κυματομορφή ($\psi = \cos(\omega t - k x)$) με $\omega = \omega_0 \gamma$ & $k = \frac{\omega_0 v}{c^2}$.

Μπορεί να βρει $\omega = \omega(k)$ ή $k = k(\omega)$, οι σχέσεις διασποράς (χρειάζεται ομαλοποίηση?)
 Η φασική ταχύτητα είναι $v_{φασική} = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega_0 \gamma}{\frac{\omega_0 v}{c^2}} = \frac{c^2}{v} = \frac{c}{\beta} > c !!!$

Ενώ η ομαδική ταχύτητα, δηλαδή αυτή με την οποία κινείται οποιοδήποτε κυματικό κηφάκι με υπέρθεση γειτονικών κυματικών κηφάκων, δόρω από κάποιο k_0 με εύρος Δk έτσι ώστε $\Delta k \cdot \Delta x \sim 1$.

$$v_{ομαδική} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{\frac{d\omega}{dx}}{\frac{dk}{dx}} = \frac{\omega_0}{\frac{\omega_0 \gamma}{c \beta}} = \frac{\omega_0 \beta}{\omega_0 \gamma} = c \beta = v.$$

Δηλαδή η ομαδική ταχύτητα είναι ίση με την ταχύτητα του υλικού σωματιδίου (για τον οποίο ισχύει η σχέση του de Broglie)

Στις πράξεις μας χρησιμοποιήσαμε την σχέση $\beta\gamma = \sqrt{\gamma^2 - 1}$ που προκύπτει εύκολα από τον ορισμό του β & γ . (βλέπε το δεξιό μέρος της φωτογραφίας από τον πίνακα).

Ο de Broglie πήρε την διάσημη σχέση του φωτονίου (φωτοηλεκτρικό, Einstein 1905), δηλαδή την $E = h\nu$ και την 'διέταξε' ως $\nu = E/h$, δηλαδή κάθε σωματίδιο ενέργειας E , έχει και ένα κυματικό χαρακτήρα που έχει συχνότητα ν .

Για να βρεί το αυτοσυοικό μήκος κύματος, του κύματος αυτού πήρε τις σχετικιστικές εκφράσεις για την $E = mc^2\gamma$ και την ορμή $p = m\nu\gamma$, οπότε $E = mc^2\gamma = m\nu\gamma\frac{c^2}{v} = \frac{c^2}{v}p$.

Για το λ χρειάστηκε την φασική ταχύτητα $\nu_{\text{φασική}} = \lambda \cdot \nu$. Έχουμε $\nu_{\text{φασική}} = \frac{c^2}{v} = \lambda \cdot \nu = \lambda \cdot \frac{E}{h} = \lambda \cdot \frac{c^2}{v} p \rightarrow 1 = \frac{\lambda p}{h} \rightarrow \lambda = \frac{h}{p}$.

η διάσημη σχέση de Broglie για το μήκος κύματος.