



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Κβαντική Φυσική Ι

Ενότητα 26: Ασκήσεις

Ανδρέας Τερζής
Σχολή Θετικών Επιστημών
Τμήμα Φυσικής

Άσκηση 26.1

- Ένας κβαντικός αρμονικός ταλαντωτής περιγράφεται από την κυματοσυνάρτηση

$$\psi(x, t) = \frac{\psi_0 e^{\frac{-iE_0 t}{\hbar}} + \psi_1 e^{\frac{-iE_1 t}{\hbar}}}{\sqrt{2}}.$$

- Υπολογίστε την μέση τιμή της ορμής για $t = 0$.
- Υπολογίστε την χρονοεξαρτώμενη μέση τιμή της θέσης χρησιμοποιώντας τους τελεστές α^\dagger, α .
- Αν γνωρίζουμε ότι η μέση ενέργεια είναι 30meV , πόσο είναι η $\langle x(t = 0.1\text{ps}) \rangle$ σε nm;



Απάντηση

- $\langle p \rangle = 0.$
- $\langle x \rangle = \cos\left(\frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_0)t}{\hbar}\right) / \sqrt{2}$
- $\langle x(t = 0.1ps) \rangle = -0.177nm$



Άσκηση 26.2

- Ορίζοντας τους τελεστές δημιουργίας και καταστροφής, a^\dagger, a , όπου $a = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(x + \frac{\partial}{\partial x} \right)$, $a^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(x - \frac{\partial}{\partial x} \right)$ να αποδειχθεί ότι: (α) η Χαμιλτονιανή του αρμονικού ταλαντωτή μπορεί να γραφεί ως $H = \frac{\alpha a^\dagger + a^\dagger \alpha}{2}$, (β) ότι $[a, a^\dagger] = 1$, (γ) ότι ο τελεστής δημιουργίας, αναβιβάζει την κατάσταση στην οποία ασκείται στην αμέσως γειτονική, ενώ ο καταστροφής την υποβιβάζει στην αμέσως προηγούμενη. Τέλος, (δ) να βρεθεί η κυματοσυνάρτηση της θεμελιώδους κατάστασης από την δράση του τελεστή καταστροφής σε αυτή.



Άσκηση 26.3

- Θεωρούμε κβαντικό αρμονικό αρμονικό ταλαντωτή μάζας m και ιδιοσυχνότητας ω .

(α) Προσδιορίστε την χρονικά εξαρτώμενη μέση θέση του, αν γνωρίζουμε ότι την $t = 0$, έχει μηδενική μέση ορμή και μέση θέση $\langle x_0 \rangle$.

(β) Όταν δεν εργαζόμαστε στο φυσικό σύστημα μονάδων οι τελεστές υποβιβασμού και αναβίβασης ορίζονται από την σχέση

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\omega \sqrt{m} x + i \frac{p}{\sqrt{m}} \right). \text{ Να αποδείξετε ότι ισχύει η σχέση } \frac{d\langle a^\dagger \rangle}{dt} = i\omega \alpha^\dagger \text{ και}$$

να βρείτε την $\langle \alpha^\dagger \rangle(t)$ για τα δεδομένα (α) του ερωτήματος.

$$\text{Απάντηση: } \langle x \rangle(t) = x_0 \cos \omega t, \langle \alpha^\dagger \rangle(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \omega \sqrt{m} x_0 e^{i\omega t}.$$



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, **Ανδρέας Τερζής**. Ανδρέας Τερζής
«**Κβαντική Φυσική Ι. Ασκήσεις**». Έκδοση: **1.0**. Πάτρα **2015**. Διαθέσιμο από τη
δικτυακή διεύθυνση: <https://eclass.upatras.gr/courses/PHY1957/>



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.