



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Κβαντική Φυσική Ι

Ενότητα 23: Ασκήσεις

Ανδρέας Τερζής
Σχολή Θετικών Επιστημών
Τμήμα Φυσικής

Άσκηση 23.1

- Ηλεκτρόνιο βρίσκεται περιορισμένο σε πηγάδι δυναμικού της μορφής

$$V(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq a \\ V_0, & a \leq x \leq b \\ +\infty, & x < 0, x > b \end{cases}$$

με $a < b$ και $V_0 > 0$.

1. Να βρεθεί η συνθήκη από την οποία εκτιμώνται οι ιδιοτιμές της ενέργειας E , για $E > V_0$.
2. Να δειχθεί ότι για $V_0 = 0$, από την συνθήκη του προηγούμενου ερωτήματος προκύπτουν οι ιδιοτιμές του απειρόβαθου πηγαδιού.



Απάντηση

$$1. \tan k'(b - a) = -\frac{k'}{k} \tan ka$$

$$2. k' = k \rightarrow \tan k(b - a) = -\tan ka \rightarrow$$
$$\frac{\sin k(b - a)}{\cos k(b - a)} = -\frac{\sin ka}{\cos ka} \rightarrow \sin kb = 0$$



Άσκηση 23.2

- Θεωρούμε ηλεκτρόνιο μάζας m περιορισμένο σε μονοδιάστατο κβαντικό σύστημα με δυναμική ενέργεια $V(x) = c\delta(x - x_0)$, με $c > 0, x_0 < 0$. Να βρεθεί ο συντελεστής ανάκλασης για καταστάσεις σκέδασης ενέργειας E .



Άσκηση 23.3

- Θεωρούμε μονοδιάστατο κβαντικό σύστημα, στο οποίο υπάρχει σωματίο μάζας m . Αν η δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι

$$V(x) = c\delta(x) + c'\delta(x - L), \text{ με } c, c' \leq 0,$$

(α) Για ποιες τιμές της ολικής ενέργειας του συστήματος έχουμε δέσμιες καταστάσεις και για ποιες καταστάσεις σκέδασης;

(β) Να βρεθεί η συνθήκη από την οποία εκτιμώνται οι δυνατές ενεργειακές καταστάσεις, για την περίπτωση των δέσμιων καταστάσεων.

(γ) Να μελετηθεί η ειδική περίπτωση $c' = 0$.

(δ) Να μελετηθεί η ειδική περίπτωση $L = 0$.



Άσκηση 23.4

- Θεωρούμε μονοδιάστατο κβαντικό σύστημα στο οποίο υπάρχει σωματίο μάζας m . Αν η δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι

$$V(x) = -\delta(x - L) - \delta(x),$$

(α) Για ποιες τιμές της ολικής ενέργειας του συστήματος έχουμε δέσμιες καταστάσεις και για ποιες καταστάσεις σκέδασης;

(β) Να βρεθεί η συνθήκη από την οποία εκτιμώνται οι δυνατές ενεργειακές καταστάσεις για την περίπτωση των δέσμιων καταστάσεων.



Άσκηση 23.5

- Ένα σωματίο μάζας m σκεδάζεται σε τετραγωνικό φράγμα δυναμικού, $V(x) = V_0 \Theta(x)$. Το σωματίο κινείται από δεξιά προς αριστερά, δηλαδή έχουμε συνθήκες σκέδασης από δεξιά. Να βρεθεί ο συντελεστής ανάκλασης και διέλευσης, όταν είναι γνωστό ότι $V_0 = 16eV$ και $E = 25eV$.

Απάντηση: $R = \frac{1}{16}$, $T = \frac{15}{16}$.



Άσκηση 23.6

- Θεωρούμε μονοδιάστατο κβαντικό σύστημα του οποίου η δυναμική ενέργεια είναι

$$V(x) = V_0 \Theta(-x) \Theta(L + x) + 3V_0 \Theta(x) \Theta(L - x)$$

Σωματίο μάζας m και ενέργειας σκεδάζεται ερχόμενο από το $-\infty$.

- (α) Αναπαραστήστε γραφικά την συνάρτηση δυναμικής ενέργειας .
- (β) Γράψτε τις κυματοσυναρτήσεις σε όλες τις περιοχές.
- (γ) Γράψτε όλες τις συνθήκες συνέχειας.
- (δ) Σκιαγραφείστε την μεθοδολογία για την εύρεση του συντελεστή ανάκλασης (ή διέλευσης).



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, **Ανδρέας Τερζής**. Ανδρέας Τερζής
«**Κβαντική Φυσική Ι. Ασκήσεις**». Έκδοση: **1.0**. Πάτρα **2015**. Διαθέσιμο από τη
δικτυακή διεύθυνση: <https://eclass.upatras.gr/courses/PHY1957/>



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.