



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Κβαντική Φυσική Ι

Ενότητα 18: Ασκήσεις

Ανδρέας Τερζής
Σχολή Θετικών Επιστημών
Τμήμα Φυσικής

Άσκηση 18.1

- Θεωρούμε κβαντικό σύστημα που περιγράφεται από την χαμιλτονιανή,

$$H = 4\varepsilon(|1\rangle\langle 1| - |2\rangle\langle 2|) + 3i\varepsilon(|1\rangle\langle 2| - |2\rangle\langle 1|),$$

με $|1\rangle, |2\rangle$ ιδιοσυναρτήσεις κάποιου ερμιτιανού τελεστή και ε πραγματικός.

1. Να βρεθούν οι ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα του τελεστή της ενέργειας.
2. Να επαληθευτεί ότι έχετε βρει τις σωστές ιδιοτιμές και τα ιδιοδιανύσματα, δείχνοντας ότι ισχύουν οι σχέσεις που περιγράφουν το πρόβλημα ιδιοτιμών της ενέργειας, δηλαδή $H|\psi\rangle = E|\psi\rangle$.



Συνέχεια άσκησης

- Θεωρούμε ένα φυσικό μέγεθος που περιγράφεται από τον τελεστή A από την σχέση

$$A = \alpha(3i|1\rangle + |2\rangle)(\langle 2| - 3i\langle 1|), \text{ όπου } \alpha \text{ πραγματικός.}$$

3. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της μέσης τιμής του τελεστή A .

Την χρονική στιγμή $t = 0$, μετράμε το φυσικό μέγεθος που σχετίζεται με τον τελεστή A και βρίσκουμε μηδενική τιμή.

4. Να βρεθεί η κυματοσυνάρτηση του συστήματος την τυχαία $t > 0$.
5. Αν την χρονική στιγμή $t = 10ps$ μετρήσω τα φυσικά μεγέθη A, H ποιες είναι οι δυνατές μετρούμενες τιμές και με ποιες πιθανότητες;



Απάντηση

$$1. \lambda_{\pm} = \pm 5\varepsilon, |\psi_{+}\rangle = \frac{3i|1\rangle + |2\rangle}{\sqrt{10}}, |\psi_{-}\rangle = \frac{|1\rangle + 3i|2\rangle}{\sqrt{10}}$$

$$3. \frac{d}{dt} \langle A \rangle = 0$$

$$4. |\psi(x, t = 0)\rangle = |\psi(x, t)\rangle = |\psi_{-}\rangle.$$

5. Καθώς έχουμε στάσιμη κατάσταση η ενέργεια θα βρίσκεται πάντα στην ιδιοκατάσταση $|\psi_{-}\rangle$ και η μέτρηση θα δίνει με 100% πιθανότητα την τιμή -5ε . Προφανώς και ο τελεστής A θα μετριέται πάντα με μηδενική τιμή.



Άσκηση 18.2

- Η Χαμιλτονιανή κβαντικού συστήματος έχει την μορφή, $H = \varepsilon|b\rangle\langle b| + V(|a\rangle\langle b| + |b\rangle\langle a|)$.

(α) Να βρεθούν οι ιδιοτιμές της ενέργειας.

(β) Να αποδειχθεί ότι οι ιδιοκαταστάσεις έχουν την μορφή

$$|1\rangle = \pm \cos\theta |a\rangle \pm \sin\theta |b\rangle$$

$$|2\rangle = \mp \sin\theta |a\rangle \pm \cos\theta |b\rangle$$

$$\text{όπου } \tan 2\theta = \frac{2V}{\varepsilon}.$$



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, **Ανδρέας Τερζής**. Ανδρέας Τερζής
«**Κβαντική Φυσική Ι. Ασκήσεις**». Έκδοση: **1.0**. Πάτρα **2015**. Διαθέσιμο από τη
δικτυακή διεύθυνση: <https://eclass.upatras.gr/courses/PHY1957/>



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.