



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Κβαντική Φυσική Ι

Ενότητα 17: Ασκήσεις

Ανδρέας Τερζής
Σχολή Θετικών Επιστημών
Τμήμα Φυσικής

Άσκηση 17.1

- Θεωρούμε κβαντικό σύστημα και διάφορα φυσικά μεγέθη που περιγράφονται από τους τελεστές A, B, C . Για τον τελεστή A θεωρούμε ότι το πρόβλημα ιδιοτιμών του είναι λυμένο και περιγράφεται από τις σχέσεις $A|1\rangle = \alpha_1|1\rangle, A|2\rangle = \alpha_2|2\rangle$.

Επιπλέον γνωρίζουμε ότι $B = b|1\rangle\langle 1|$ και

$$C = \frac{ib\delta(|-\rangle\langle +| - |+\rangle\langle -|)}{\sqrt{2}}, \text{ όπου τα διανύσματα } |+\rangle, |-\rangle \text{ ορίζονται ως } |+\rangle = \frac{(|1\rangle+|2\rangle)}{\sqrt{2}}, |-\rangle = \frac{(|1\rangle-|2\rangle)}{\sqrt{2}}.$$

Τέλος γνωρίζουμε ότι η χαμιλτονιανή του κβαντικού συστήματος είναι

$$H = \varepsilon|1\rangle\langle 1| + \varepsilon|2\rangle\langle 2| + \delta|1\rangle\langle 2| + \delta|2\rangle\langle 1|.$$

1. Να βρεθούν οι ιδιοτιμές και τα ιδιοδιανύσματα του τελεστή της ενέργειας.
 2. Ν' αποδειχθεί ότι $\frac{d}{dt}\langle B \rangle = -\langle C \rangle$.
- Την χρονική στιγμή $t = 0$ μετράμε τα φυσικά μεγέθη που σχετίζονται με τους τελεστές A και B και βρίσκουμε τις τιμές α_1, b αντίστοιχα.



Συνέχεια άσκησης

3. Να βρεθεί η κυματοσυνάρτηση του συστήματος την τυχαία χρονική στιγμή $t > 0$.
4. Να βρεθεί την ίδια χρονική στιγμή η μέση τιμή των τελεστών B και C .
5. Αν την χρονική στιγμή $t = \frac{h}{\delta}$, μετρήσω τα φυσικά μεγέθη A, B, H ποιες είναι οι δυνατές μετρούμενες τιμές και με ποιες πιθανότητες;



Απάντηση

1. Οι ιδιοτιμές είναι $\varepsilon - \delta, \varepsilon + \delta$ με ιδιοσυναρτήσεις τις $|+\rangle, |-\rangle$ αντίστοιχα.

$$3. |\psi(x, t)\rangle = \frac{e^{-\frac{i(\varepsilon+\delta)t}{\hbar}}|+\rangle + e^{-\frac{i(\varepsilon-\delta)t}{\hbar}}|-\rangle}{\sqrt{2}} \text{ ή}$$

$$|\psi(x, t)\rangle = \cos\left(\frac{\delta t}{\hbar}\right)|1\rangle - i\sin\left(\frac{\delta t}{\hbar}\right)|2\rangle.$$

$$4. \langle B \rangle = b\cos^2\left(\frac{\delta t}{\hbar}\right), \langle C \rangle = \frac{b\delta}{\hbar}\sin\frac{2\delta t}{\hbar}$$

Από αυτές τις σχέσεις επιβεβαιώνεται και το ερώτημα 2.

$$5. \lambda_{1,2} = \pm \frac{b\delta}{\hbar} \text{ και } |\lambda_1\rangle = \frac{|-\rangle + i|+\rangle}{\sqrt{2}}, |\lambda_2\rangle = \frac{|-\rangle - i|+\rangle}{\sqrt{2}}.$$



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, **Ανδρέας Τερζής**. Ανδρέας Τερζής
«**Κβαντική Φυσική Ι. Ασκήσεις**». Έκδοση: **1.0**. Πάτρα **2015**. Διαθέσιμο από τη
δικτυακή διεύθυνση: <https://eclass.upatras.gr/courses/PHY1957/>



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.