



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΠΑΤΡΩΝ  
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά  
μαθήματα ΠΠ

# Κβαντική Φυσική Ι

Ενότητα 19: Εισαγωγή στα τετραγωνικά δυναμικά

Ανδρέας Τερζής  
Σχολή Θετικών Επιστημών  
Τμήμα Φυσικής

# Σκοποί ενότητας

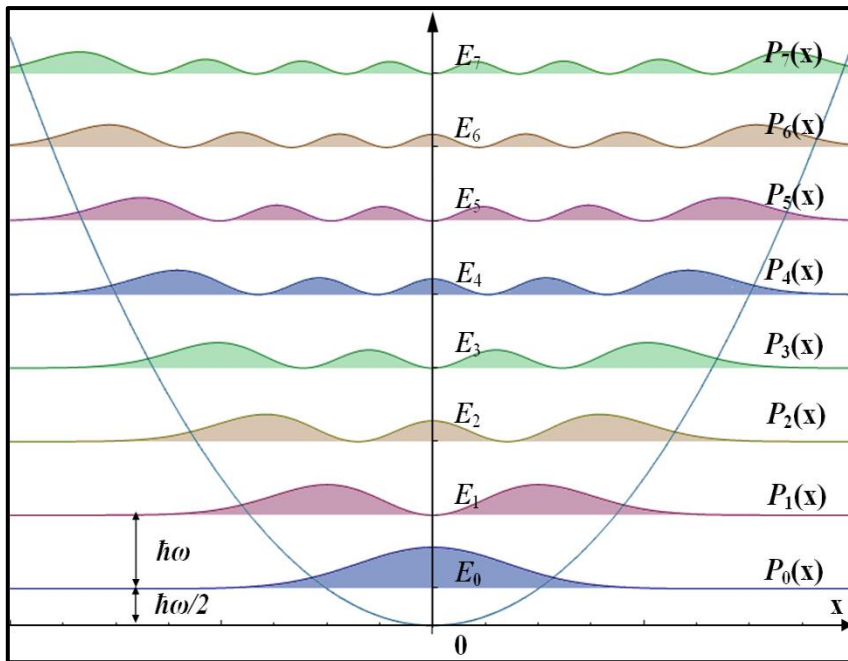
- Σκοπός της ενότητας είναι μια πρώτη επαφή με την έννοια των τετραγωνικών δυναμικών, για να θέσει τα θεμέλια για τις ενότητες που θα ακολουθήσουν.

# Περιεχόμενα ενότητας

- Δέσμιες καταστάσεις και καταστάσεις σκέδασης
- Η έννοια του τετραγωνικού δυναμικού
- Η εξίσωση Schrödinger στα τετραγωνικά δυναμικά

# Δέσμιες καταστάσεις

Εικόνα 1: Δέσμιες καταστάσεις

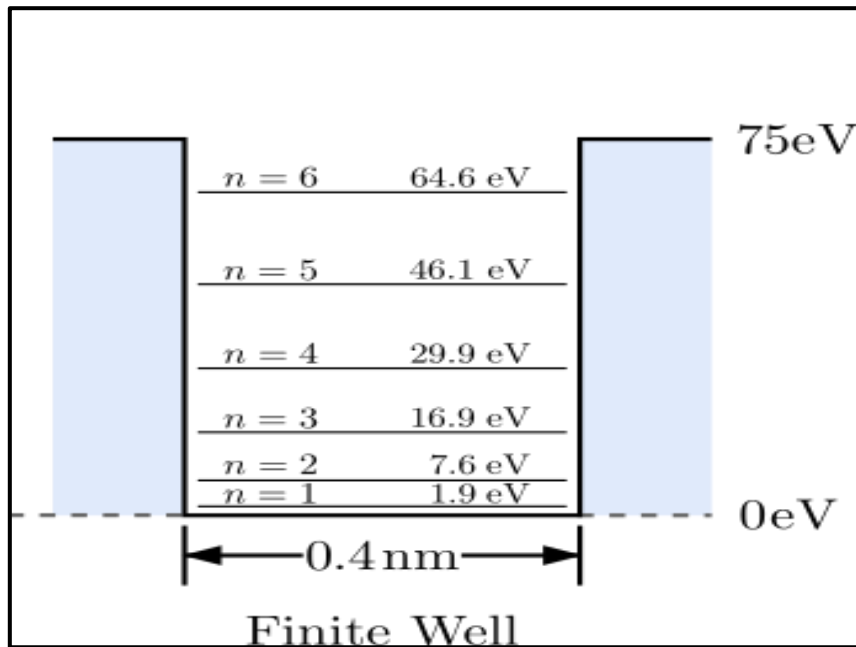


- Το κριτήριο για να ορίσουμε μια κατάσταση ως **δέσμια** είναι το εξής: Αν  $E$  είναι η ενέργεια μιας ιδιοκατάστασης και  $V(x)$  ένα δυναμικό, τότε θα πρέπει πάντα να ισχύει η συνθήκη  $V(\pm\infty) > E$ . Στην διπλανή εικόνα φαίνεται ένα παράδειγμα δέσμιων καταστάσεων. Είναι το δυναμικό αρμονικού ταλαντωτή. Προς το παρόν δείτε το απλά σαν ένα διάγραμμα δυναμικού-θέσης που οπτικοποιεί τα όσα είπαμε.
- **Σημείωση:** Αν έχουμε δέσμιες καταστάσεις, το ενεργειακό φάσμα είναι πάντα διακριτό.



# Καταστάσεις σκέδασης

Εικόνα 2: Καταστάσεις σκέδασης



- Έχουμε καταστάσεις σκέδασης όταν

$$V(\pm\infty) < E .$$

- Στην διπλανή εικόνα φαίνεται η γραφική παράσταση ενός δυναμικού (που όπως θα δούμε καλείται τετραγωνικό δυναμικό). Αν η ενέργεια του συστήματός μας βρίσκεται στην περιοχή από 0eV έως 75eV, τότε οι καταστάσεις μας είναι δέσμιες. Αν  $E > 75\text{eV}$ , τότε ικανοποιείται το παραπάνω κριτήριο και θα λέμε ότι έχουμε καταστάσεις σκέδασης.



# Τετραγωνικά δυναμικά

- Η γενική συνάρτηση που περιγράφει ένα τετραγωνικό δυναμικό είναι

$$V(x) = \begin{cases} V_1, & x < x_1 \\ V_2, & x_1 < x < x_2 \\ \dots & \\ V_n, & x_n < x \end{cases}$$

- Η χρησιμότητα των τετραγωνικών δυναμικών έγκειται στο γεγονός ότι οποιοδήποτε πολύπλοκο δυναμικό μπορεί να «σπάσει» σε μικρότερα κομμάτια τετραγωνικών δυναμικών κι έτσι να μελετηθεί πιο εύκολα.
- Η πιο απλή περίπτωση τετραγωνικού δυναμικού είναι το ελεύθερο σωματίο.



# Η εξίσωση Schrödinger στα τετραγωνικά δυναμικά

- Προφανώς επειδή έχουμε περιοχές διαφορετικών δυναμικών, κάθε περιοχή θα χαρακτηρίζεται και από μια διαφορετική εξίσωση Schrödinger.
- Για να είναι οι λύσεις μας καλώς προσδιορισμένες σε κάθε περιοχή, σε κάθε σημείο που αλλάζει το δυναμικό θα παίρνουμε δύο συνθήκες που αφορούν τις λύσεις της Schrödinger: α) Συνέχεια των λύσεων, β) συνέχεια των πρώτων παραγώγων τους.



# Επεξήγηση των συνθηκών

- Έστω ότι έχουμε το εξής δυναμικό:

$$V(x) = \begin{cases} V_1, & x < x_1 \\ V_2, & x > x_1 \end{cases}$$

- Συνεπώς έχουμε δύο διαφορετικές λύσεις, έστω  $\psi_I, \psi_{II}$ .
- Απαιτούμε συνέχεια των λύσεων στο σύνορο  $x_1$ , δηλαδή  $\psi_I(x_1) = \psi_{II}(x_1)$ . Αυτό γιατί θέλουμε η πιθανότητα να βρεθεί το σωματίο στο σημείο  $x_1$  να είναι η ίδια, ανεξάρτητα από την περιοχή που βρίσκεται.
- Απαιτούμε συνέχεια των πρώτων παραγώγων, δηλαδή:

$\psi'_I(x_1) = \psi'_{II}(x_1)$ . Αυτό γιατί αν δεν υπάρχει συνέχεια των πρώτων παραγώγων, απειρίζεται η δεύτερη παράγωγος, δηλ. η κινητική ενέργεια, που είναι άτοπο. Πράγματι, αν  $\psi'_{II}(x_1) - \psi'_I(x_1) = A$ , όπου  $A$  μια σταθερά, (δηλ. υπάρχει ασυνέχεια) θα είχαμε

$$\psi''_{II}(x_1) = \lim(\Delta x \rightarrow 0) \frac{\psi'_{II}(x_1) - \psi'_I(x_1)}{2\Delta x} = \lim(\Delta x \rightarrow 0) \frac{A}{2\Delta x} \rightarrow \pm\infty.$$





Τέλος Ενότητας

# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, Ανδρέας Τερζής, 2014. **Ανδρέας Τερζής**.  
«**Κβαντική Φυσική Ι. Εισαγωγή στα τετραγωνικά δυναμικά**». Έκδοση: **1.0**.  
Πάτρα **2014**. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:  
<https://eclass.upatras.gr/courses/PHY1957/>



# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

# Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

**Εικόνα 1:**

[http://en.wikipedia.org/wiki/Quantum\\_harmonic\\_oscillator](http://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_harmonic_oscillator)

**Εικόνα 2:**

[http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Finite vs Infinite Square Well Energies \(75eV, 0.4nm\).svg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Finite_vs_Infinite_Square_Well_Energies_(75eV,_0.4nm).svg)

