



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Κβαντική Φυσική Ι

Ενότητα 6: Εφαρμογή στις στατιστικές έννοιες της
κβαντομηχανικής

Ανδρέας Τερζής
Σχολή Θετικών Επιστημών
Τμήμα Φυσικής

Σκοπός ενότητας

- Σκοπός της ενότητας είναι να δοθούν οι έννοιες της μέσης ορμής και της αβεβαιότητας ορμής μέσα από την εφαρμογή που αποτελεί συνέχεια της 5.2.

Περιεχόμενα ενότητας

- Συνέχεια εφαρμογής 5.2

Μέση τιμή-Γενικά

- Η μέση τιμή οποιουδήποτε μεγέθους A δίνεται από τον τύπο

$$\langle A \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \hat{A} \psi dx$$

όπου \hat{A} ο τελεστής που αντιστοιχεί στο μέγεθος A και δρα πάνω στην κυματοσυνάρτηση ψ .

- Να αναφέρουμε εδώ ότι οι μέσες τιμές μετρήσιμων κβαντομηχανικών μεγεθών είναι πραγματικές, δηλαδή ισχύει

$$\langle A \rangle = \langle A \rangle^*.$$



Συνέχεια 5.2- Ερώτημα 4)

- Να βρεθεί η μέση ορμή του σωματιδίου.

Η μέση ορμή θα είναι σύμφωνα με τον τύπο που δόθηκε

$$\langle p \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \hat{p} \psi dx =$$
$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi^* (-i\hbar) \frac{\partial \psi}{\partial x} dx = i\hbar \left(\frac{\lambda}{\pi} \right)^{1/2} \lambda \int_{-\infty}^{\infty} x e^{-\lambda x^2} dx = 0.$$

Το τελευταίο ολοκλήρωμα είναι μηδέν διότι έχουμε γινόμενο περιττής και άρτιας συνάρτησης.

Παρατήρηση: Όταν έχουμε πραγματική κυματοσυνάρτηση (επειδή παίρνουμε υπ' όψη μόνο την χωρική εξάρτηση και όχι το μιγαδικό κομμάτι της χρονικής), η μέση ορμή είναι μηδέν.



Ερώτημα 5)

- Να βρεθεί η αβεβαιότητα της ορμής.

Θα ισχύει $\Delta p = \sqrt{\langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2}$ κι επειδή είδαμε ότι $\langle p \rangle = 0$, θα έχουμε ότι $\Delta p = \sqrt{\langle p^2 \rangle}$.

$$\langle p^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \hat{p}^2 \psi dx = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \left(-\hbar^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right) dx = \frac{\hbar^2 \lambda}{2}$$

$$\text{Άρα } \Delta p = \hbar \sqrt{\frac{\lambda}{2}}.$$



Ερώτημα 6)

- Να δείξετε ότι ισχύει η αρχή αβεβαιότητας του Heisenberg για το συγκεκριμένο πρόβλημα.

Η αρχή αβεβαιότητας θέσης-ορμής είναι:

$$(\Delta x)(\Delta p) \geq \frac{\hbar}{2}$$

Στο πρόβλημά μας έχουμε

$$(\Delta x)(\Delta p) = \frac{1}{\sqrt{2\lambda}} \hbar \sqrt{\frac{\lambda}{2}} = \frac{\hbar}{2}$$

Άρα επιβεβαιώνεται η αρχή της αβεβαιότητας.



Τέλος Ενότητας

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, **Ανδρέας Τερζής**. Ανδρέας Τερζής
«**Κβαντική Φυσική Ι. Εφαρμογή στις στατιστικές έννοιες της
κβαντομηχανικής**». Έκδοση: **1.0**. Πάτρα **2015**. Διαθέσιμο από τη δικτυακή
διεύθυνση: <https://eclass.upatras.gr/courses/PHY1957/>



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά Δημιουργού, Μη Εμπορική Χρήση, Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.