



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Αιολική Ενέργεια & Ενέργεια του Νερού

Ενότητα 10: Υδροστρόβιλοι

Γεώργιος Λευθεριώτης, Επίκουρος Καθηγητής
Τμήμα Φυσικής



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Σκοποί ενότητας

- Κατηγοριοποίηση στροβίλων
- Τρίγωνα ταχυτήτων
- Εξίσωση Euler
- Απόδοση στροβίλου Pelton
- Απόδοση στροβίλου Francis

Περιεχόμενα ενότητας

- Κατηγοριοποίηση στροβίλων
- Τρίγωνα ταχυτήτων
- Εξίσωση Euler
- Απόδοση στροβίλου Pelton
- Απόδοση στροβίλου Francis

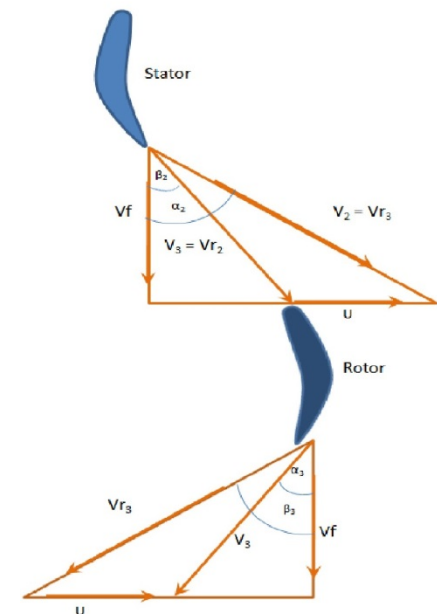
Είδη στροβίλων

Δράσης (Impulse): Pelton – Turgo

Αντίδρασης (Reaction): Francis – Kaplan

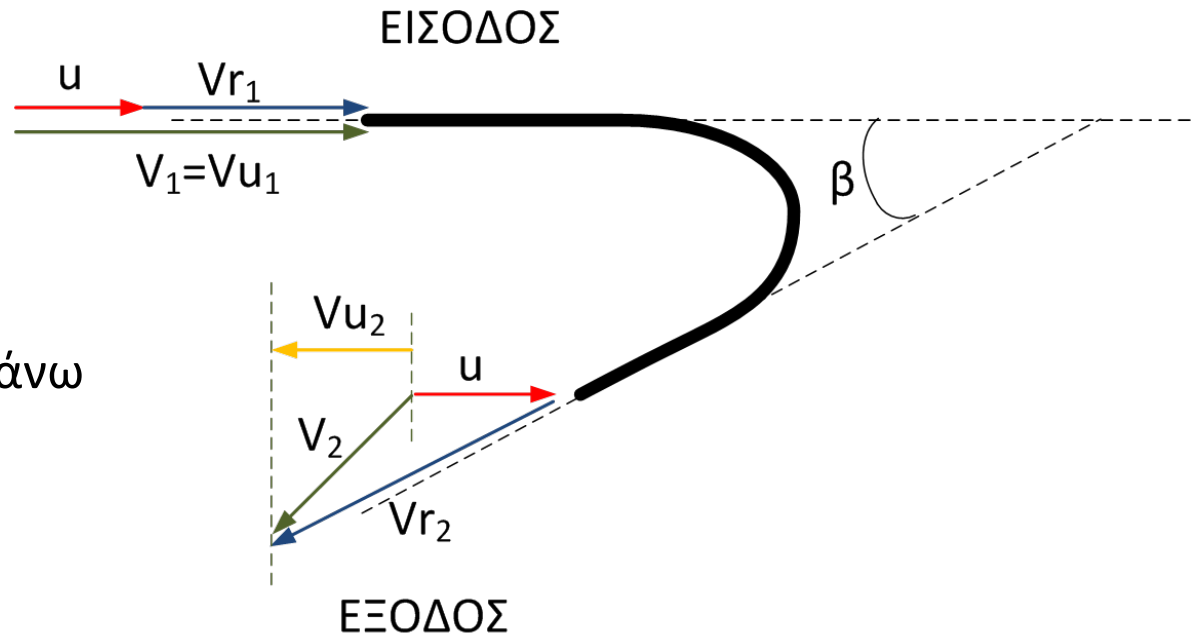
Περιγραφή λειτουργίας υδροστροβίλων με Τρίγωνα ταχυτήτων

Θεωρούμε σταθερές συνθήκες (δηλαδή δεν έχουμε μεταβολή παροχής, περιστροφικής ταχύτητας με το χρόνο).



Τρίγωνα ταχυτήτων (1)

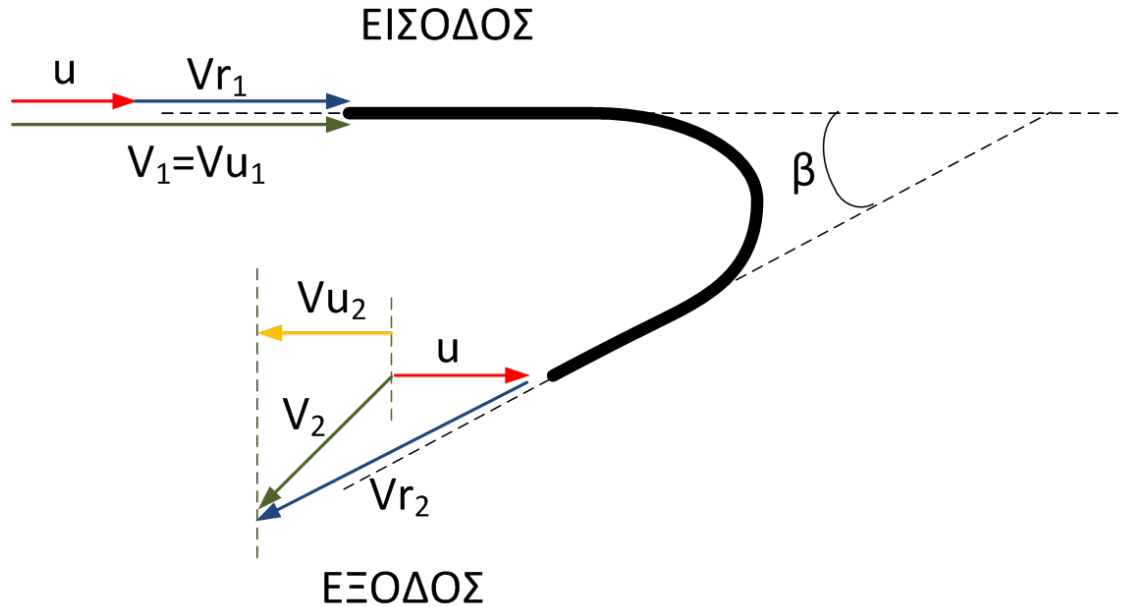
- 1) u : εφαπτομενική ταχύτητα στροβίλου
- 2) V : ταχύτητα του H_2O σε ακίνητο σύστημα αναφοράς (σύστημα αναφοράς εργοστασίου)
- 3) Vu : εφαπτομενική συνιστώσα της V
- 4) Vr : σχετική ταχύτητα στο σύστημα αναφοράς περιστρεφόμενου στροβίλου $\vec{V}r = \vec{V} - \vec{u}$



Είσοδος στροβίλου:

Vu_1 : προβολής της V_1 πάνω στην ευθεία (ϵ)

Τρίγωνα ταχυτήτων(2)



Έξοδος στροβίλου

$$Vu_1 = V_1 \cos a$$

$$V_{r_1}^2 = V_1^2 + u_1^2 - 2u_1V_1 \cos a \xrightarrow{Vu_1 = V_1 \cos a} V_{r_1}^2 = V_1^2 + u_1^2 - 2u_1Vu_1 \Rightarrow Vu_1 \cdot u_1 = \frac{V_1^2 + u_1^2 - V_{r_1}^2}{2}$$

Τρίγωνα ταχυτήτων (3)

Ορμή ανά μονάδα χρόνου:

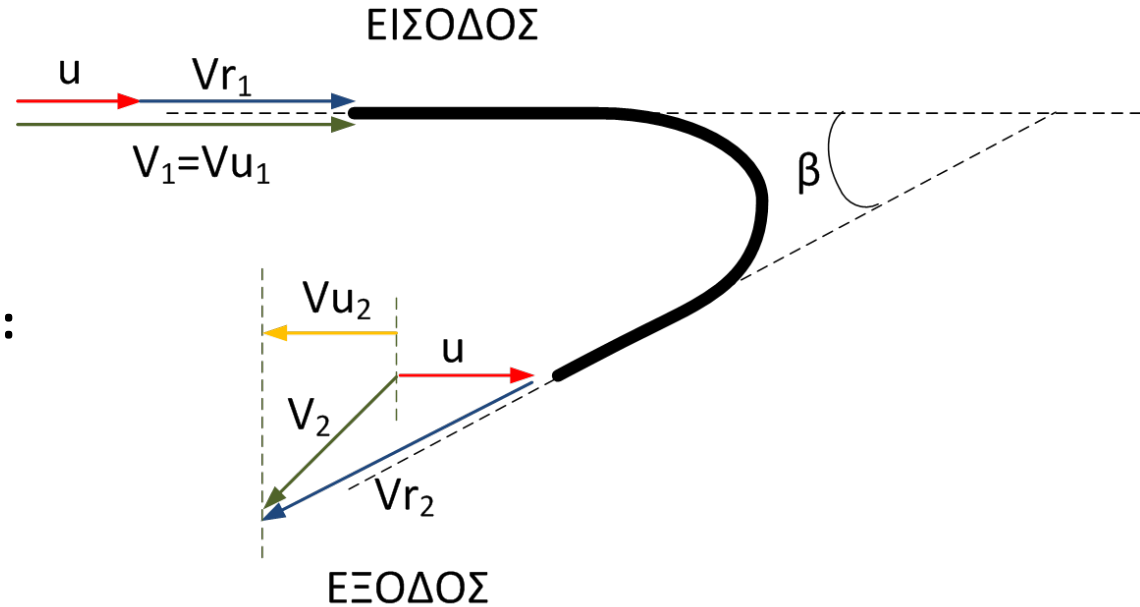
$$\dot{m}Vu = \rho QVu$$

Στροφορμή ανά μονάδα χρόνου:

$$\rho QVur$$

$$\xrightarrow{\text{είσοδο}} \rho QVu_1r_1$$

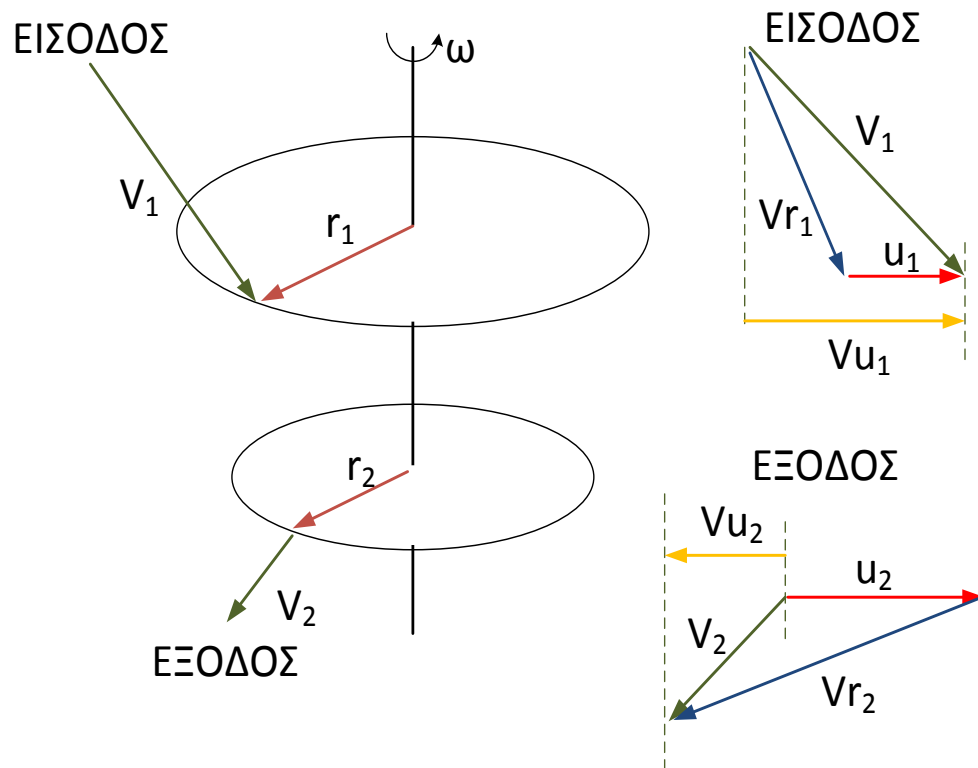
$$\xrightarrow{\text{έξοδο}} \rho QVu_2r_2$$



Ροπή που ασκείται στο στρόβιλο: $M = \rho Q (Vu_1r_1 \pm Vu_2r_2)$

Ροπή που ασκείται στο ρευστό: $M = \rho Q (Vu_2r_2 \pm Vu_1r_1)$

Εξίσωση Euler (1)

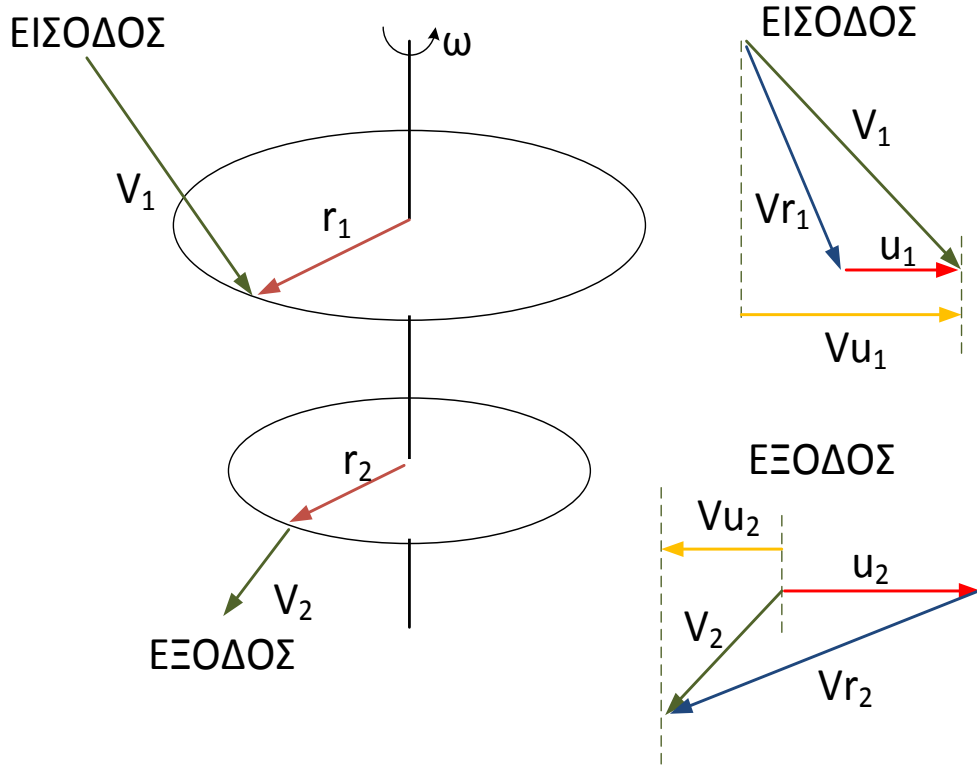


$$P = M\omega = \rho Q (Vu_1 r_1 \omega \pm Vu_2 r_2 \omega) \Rightarrow$$

$$P = \rho Q (Vu_1 \dot{u}_1 \pm Vu_2 \dot{u}_2) \Rightarrow \text{Εξίσωση}$$

$$P = \rho Q \left[\frac{V_1^2 - V_2^2}{2} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} \frac{Vr_2^2 - Vr_1^2}{2} \right]$$

Εξίσωση Euler (2)



Δυναμική Συνιστώσα: Συνολική μεταβολή της ταχύτητας στην είσοδο σε σχέση με την έξοδο (PELTON, TURGO)

$$\frac{V_1^2 - V_2^2}{2}$$

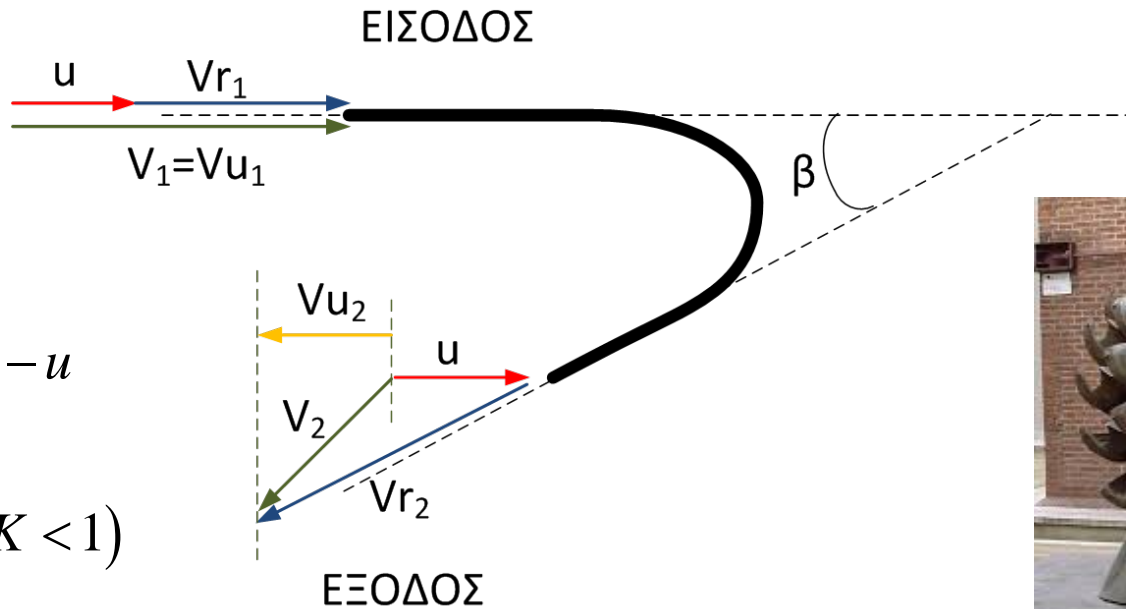
Φυγοκεντρική συνιστώσα: συνεισφορά στην ισχύ από τη μεταβολή της ακτίνας (Francis)

$$\frac{u_1^2 - u_2^2}{2} \rightarrow \frac{\omega^2 (r_1^2 - r_2^2)}{2}$$

Συνιστώσα επιτάχυνσης: Διαφορά τετραγώνων σχετικής ταχύτητας του ρευστού και έξοδο σε σχέση με την είσοδο (Francis, Kaplan).

$$\frac{Vr_2^2 - Vr_1^2}{2}$$

Απόδοση στροβίλου Pelton (1)



Ισχύουν:

$$Vr_1 = V_1 - u_1 = V_1 - u$$

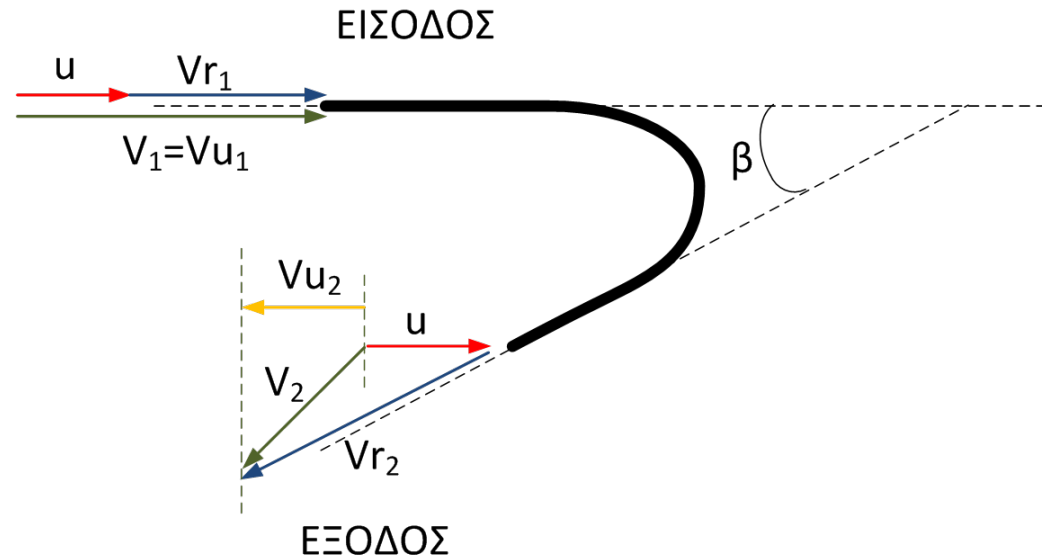
$$u_1 = u_2$$

$$Vr_2 = KVr_1 \quad (0 < K < 1)$$

Συντελεστής υδραυλικής απόδοσης Στροβίλου:

$$n = \frac{P_{\sigma\tau\rho}}{P_{\text{διαθέσιμη}}} = \frac{\rho Q (Vu_1 U_1 - Vu_2 U_2)}{\frac{1}{2} \rho Q V_1^2} \Rightarrow n = \frac{\rho \phi (Vu_1 - Vu_2) U}{\frac{1}{2} \rho \phi V_1^2} \Rightarrow n = \frac{2(Vu_1 - Vu_2) U}{V_1^2} \quad (1)$$

Απόδοση στροβίλου Pelton (2)



Για την Α περίπτωση:

$$\left. \begin{array}{l} Vu_2 = Vr_2 \cos \beta - u \\ Vr_2 = KVr_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} Vu_2 = KVr_1 \cos \beta - u \\ Vr_1 = V_1 - u \end{array} \right\} \Rightarrow Vu_2 = K(V_1 - u) \cos \beta - u \Rightarrow$$

$$Vu_2 = (V_1 - u) K \cos \beta - u \quad (2)$$

$$(1) \xrightarrow{(2)} n = \frac{2[V_1 - (V_1 - u) K \cos \beta + u]}{V_1^2} = \frac{2[V_1 - VK_1 \cos \beta + uK_1 \cos \beta + u]}{V_1^2} =$$

$$\frac{2(V_1 - uK \cos \beta + uK \cos \beta + u)}{V_1^2} \Rightarrow n = \frac{2(1 + K \cos \beta u)(V_1 - u)u}{V_1^2}$$

Απόδοση στροβίλου Pelton (3)

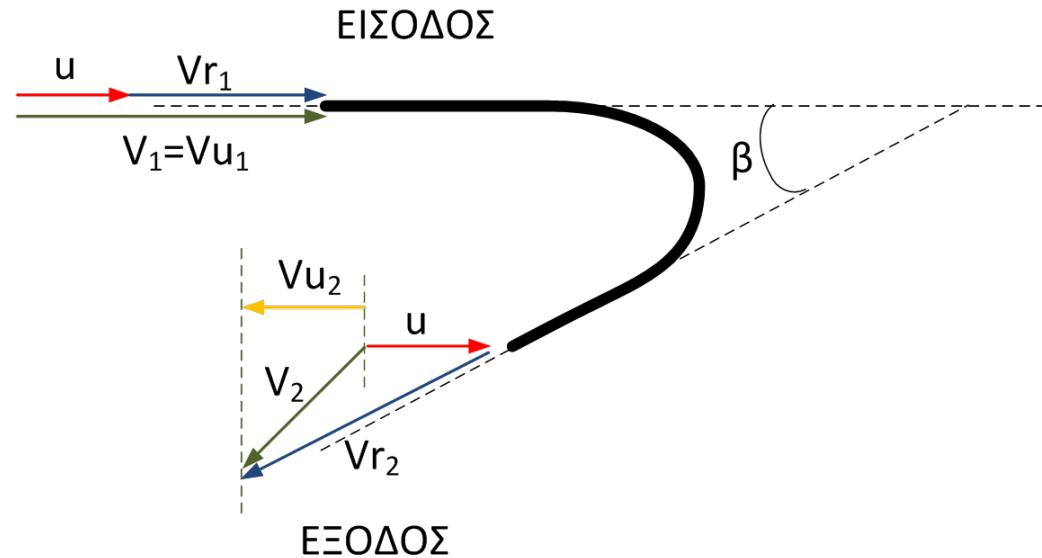
Το K σχετίζεται με το πόσο λεία είναι τα τοιχώματα του στροβίλου

Λόγος ταχυτήτων (speed ratio ϕ ή λ)

$$\lambda = \frac{u}{V_1}$$

οπότε:

$$(3) \Rightarrow n = 2(1 + K \cos \beta) \left(\frac{V_1 u}{V_1^2} - \frac{u^2}{V_1^2} \right) \Rightarrow n = 2(1 + K \cos \beta) (\lambda - \lambda^2)$$



Μέγιστο της υδραυλικής απόδοσης έχουμε για:

$$\frac{dn}{d\lambda} = 0 \Rightarrow 1 - 2\lambda = 0 \Rightarrow 1 = 2\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{u}{V_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

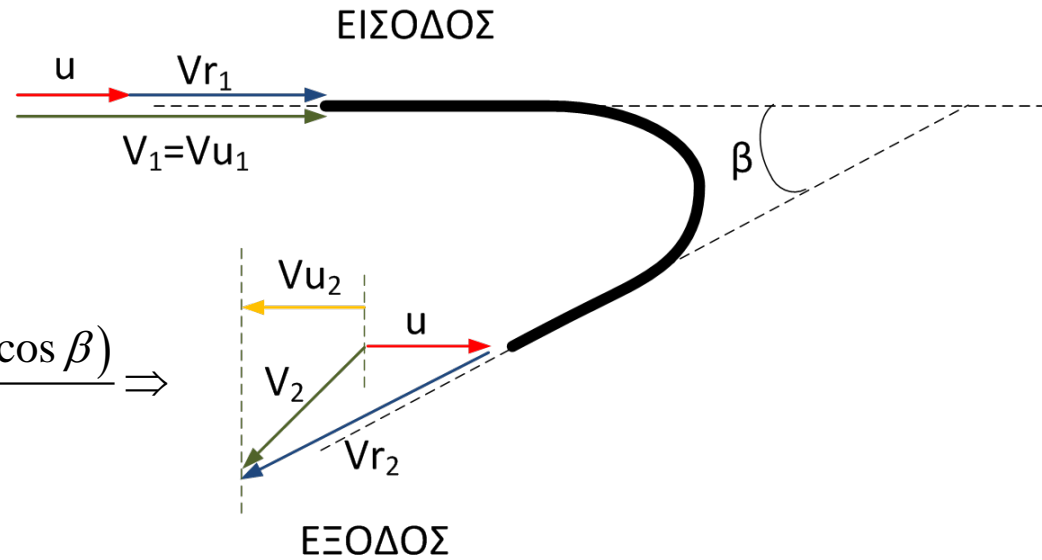
$$\frac{\omega R}{V_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_1 = 2\omega R \Rightarrow \omega = \frac{V_1}{2R}$$

Απόδοση στροβίλου Pelton (4)

$$\frac{d^2 n}{d\lambda^2} = -2 < 0 \text{ (μεγιστο)}$$

$$\begin{aligned} \text{Οπότε : } n_{\max} &= 2(1 + K \cos \beta) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) = \\ &= 2(1 + K \cos \beta) \left(\frac{2-1}{4} \right) = \frac{2(1 + K \cos \beta)}{4} \Rightarrow \end{aligned}$$

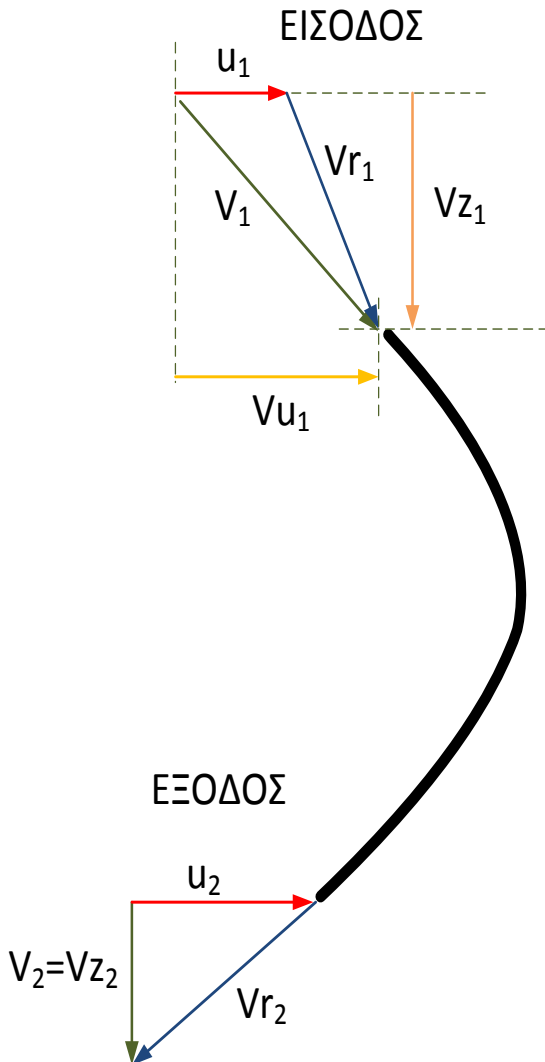
$$n_{\max} = \frac{1 + K \cos \beta}{2}$$



Επαναλαμβάνω για Β περίπτωση

$$n = \frac{P_{\sigma\tau\rho}}{P_{\delta\iota\alpha\theta}} = \frac{\rho Q (Vu_1 U_1 - Vu_2 U_2)}{\frac{1}{2} \rho Q V_1^2} = \frac{\cancel{\rho} \cancel{Q} (Vu_1 - Vu_2) U}{\frac{1}{2} \cancel{\rho} \cancel{Q} V_1^2} = \frac{2(Vu_1 - Vu_2) U}{V_1^2}$$

Απόδοση στροβίλου Francis (1)



Ο συντελεστής υδραυλικής απόδοσης του στροβίλου είναι:

$$n = \frac{P_{\sigma\tau\rho}}{P_{\delta\iota\alpha\theta}} = \frac{\rho Q (Vu_1 U_1 - Vu_2 U_2)}{\frac{1}{2} \rho Q V_1^2} = \frac{2(Vu_1 - Vu_2)U}{V_1^2}$$

Συνθήκη βελτιστοποίησης του n είναι $Vu_2 = 0$ άρα

$$\left. \begin{aligned} n &= \frac{2Vu_1 U_1}{V_1^2} \\ V_1^2 &= 2gH \end{aligned} \right\} n = \frac{\cancel{2}Vu_1 U_1}{\cancel{2}gH} \Rightarrow n = \frac{Vu_1 U_1}{gH}$$

$$\text{Όμως : } W = gH - \frac{V_2^2}{2}$$

$$\text{Άρα : } n = 1 - \frac{V_2^2}{2gH}$$



http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Francis_turbine_for_Sakuma_power_station.jpg

Απόδοση στροβίλου Francis (2)

Εξήγηση του γιατί είναι απαραίτητος ο κώνος με $\alpha \approx 4^\circ$ στον στρόβιλο Francis

Από την εξίσωση Bernoulli προκύπτει:

$$\left. \begin{aligned} P_2 + \rho g z + \frac{1}{2} \rho V_2^2 &= P_{atm} + \frac{1}{2} \rho V_0^2 \\ \text{Εξίσωση συνέχειας: } V_2 S_2 &= V_0 S_0 \Rightarrow V_0 = \frac{V_2 S_2}{S_0} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$P_2 + \rho g z + \frac{1}{2} \rho V_2^2 = P_{atm} + \frac{1}{2} \rho \frac{S_2^2}{S_0^2} V_2^2 \Rightarrow$$

$$P_2 = P_{atm} - \rho g z - \frac{1}{2} \rho V_2^2 + \frac{1}{2} \rho \frac{S_2^2}{S_0^2} V_2^2 \Rightarrow$$

$$P_2 = P_{atm} - \rho g z - \frac{1}{2} \rho V_2^2 \left(1 - \frac{S_2^2}{S_0^2} \right) \text{ δηλαδή } \eta_2 \text{ μεινεται}$$

$$\Delta P = \rho g H_P - P_2 \left(\text{Αφο } \downarrow \Delta P \uparrow \right)$$

Τέλος Ενότητας



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση **1.0**.



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, **Λευθεριώτης Γεώργιος, 2015**. «**Αιολική Ενέργεια & Ενέργεια του Νερού, Ενότητα: Βασικοί τύποι υδροστροβίλων**»
Έκδοση: **1.0**. Πάτρα **2015**. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:
<https://eclass.upatras.gr/modules/units/?course=PHY1954&id=4374>



Σημείωμα Αδειοδότησης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων

Οι πηγές των εικόνων είναι:

**Όλοι οι διαδικτυακοί ιστότοποι που αναφέρονται ως πηγές εικόνων είναι ενεργοί στις 28/2/2015*

