



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Αιολική Ενέργεια & Ενέργεια του Νερού

Ενότητα 5: Σχεδίαση Πτερυγίων 1

Γεώργιος Λευθεριώτης, Επίκουρος Καθηγητής

Σχολή Θετικών Επιστημών

Τμήμα Φυσικής



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

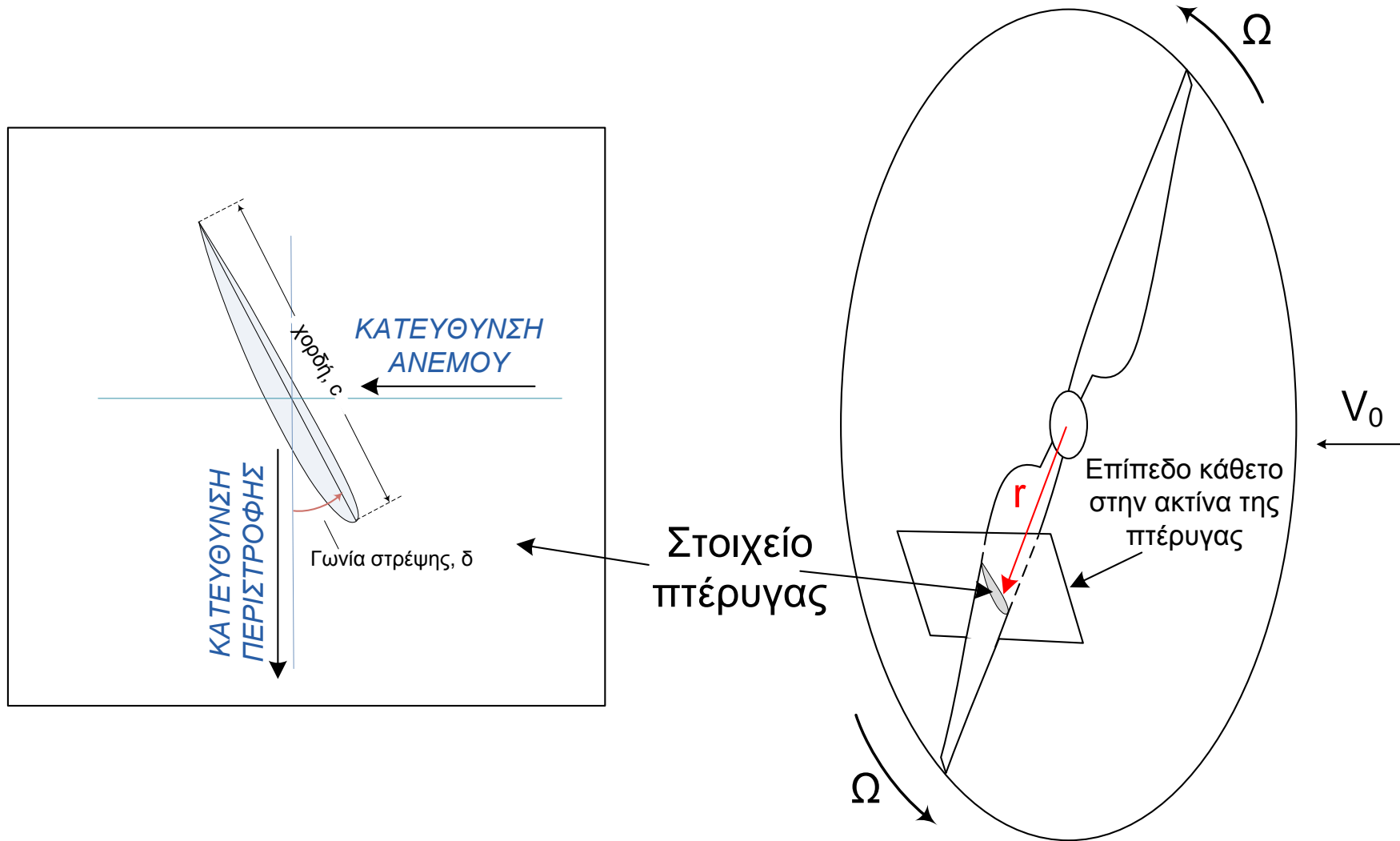
Σκοποί ενότητας

- Στοιχείο πτέρυγας – ανάλυση ασκούμενων δυνάμεων
- Διαδικασία σχεδίασης αιολικής μηχανής
- Βέλτιστο προφίλ πτερυγίου κατά Betz
- Διόρθωση οπισθέλκουσας
- Άλλες απώλειες και μέθοδοι υπολογισμού τους
- Διόρθωση περιστροφής απορρεύματος για πτέρυγα αιολικής μηχανής
- Συντελεστής F απωλειών ακροπτερυγίου
- Διόρθωση περιστροφής απορρεύματος και απώλειες ακροπτερυγίου
- Επίδραση του αριθμού των πτερυγίων στο C_p, \max
- Επίδραση του CL/CD στο C_p, \max
- Περιορισμοί της θεωρίας ορμής
- Θεωρία στροβίλων Vortex theory - Lifting Line Theory (LLT)

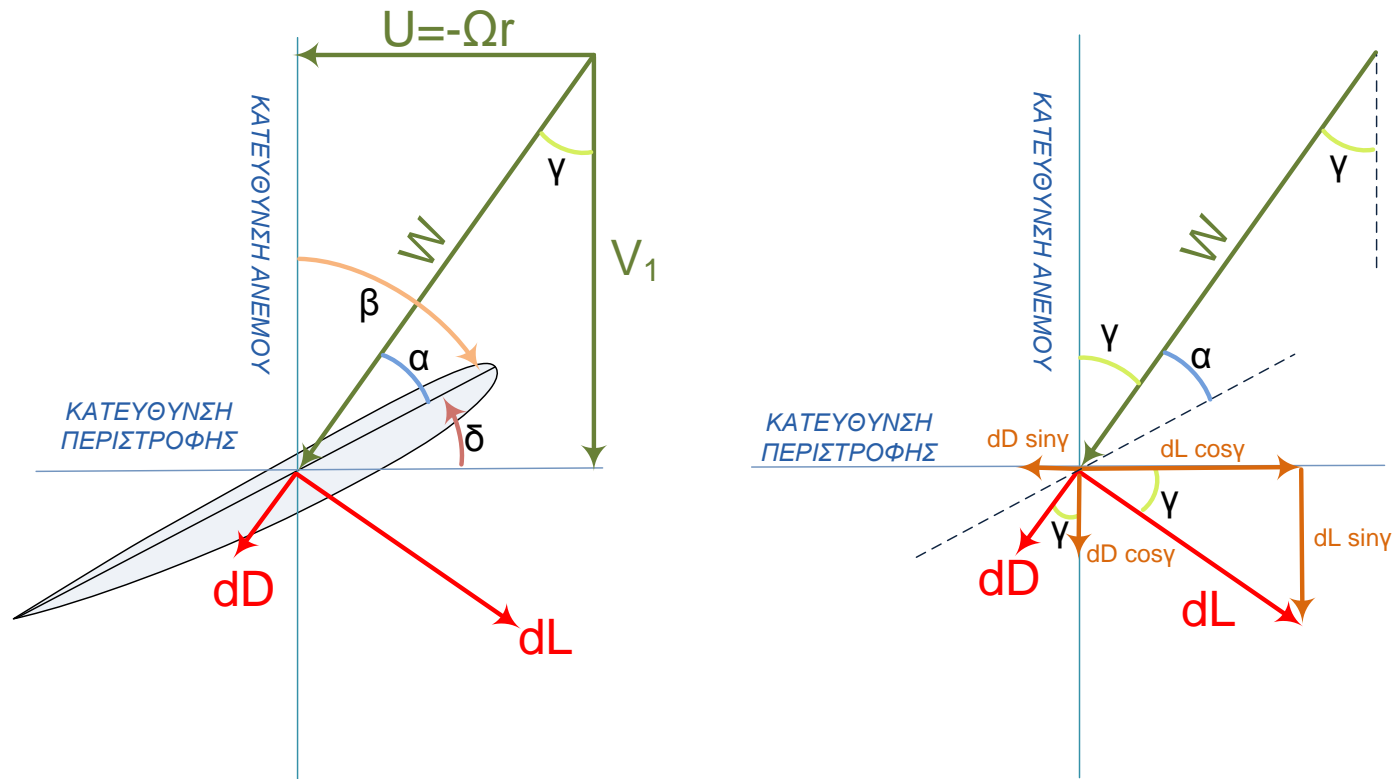
Περιεχόμενα

- Στοιχείο πτέρυγας – ανάλυση ασκούμενων δυνάμεων
- Διαδικασία σχεδίασης αιολικής μηχανής
- Βέλτιστο προφίλ πτερυγίου κατά Betz
- Διόρθωση οπισθέλκουσας
- Άλλες απώλειες και μέθοδοι υπολογισμού τους
- Διόρθωση περιστροφής απορρεύματος για πτέρυγα αιολικής μηχανής
- Συντελεστής F απωλειών ακροπτερυγίου
- Διόρθωση περιστροφής απορρεύματος και απώλειες ακροπτερυγίου
- Επίδραση του αριθμού των πτερυγίων στο C_p, \max
- Επίδραση του CL/CD στο C_p, \max
- Περιορισμοί της θεωρίας ορμής
- Θεωρία στροβίλων Vortex theory - Lifting Line Theory (LLT)

Στοιχείο πτέρυγας



Στοιχείο πτέρυγας – Απειροστές δυνάμεις



Το στοιχείο έχει πάχος (ή εκτέτασμα) dr *απειροστό*, ασκούνται απειροστές δυνάμεις από τον άνεμο:

$$dL = \frac{1}{2} \rho W^2 C_L(\alpha) c dr$$

$$dD = \frac{1}{2} \rho W^2 C_D(\alpha) c dr$$

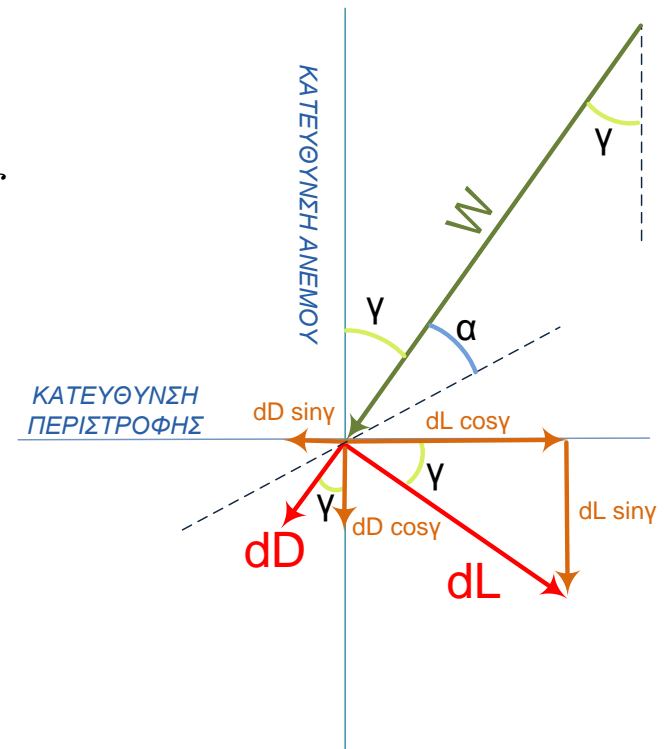
Στοιχείο πτέρυγας – Κινητήρια δύναμη

Από την ανάλυση των συνιστωσών των δυνάμεων, όπως φαίνεται και στο σχήμα, προκύπτει για τη **δύναμη** $dF_{κιν}$ που κινεί το πτερύγιο:

$$dF_{κιν} = dL \cos \gamma - dD \sin \gamma = \frac{1}{2} \rho W^2 [C_L \cos \gamma - C_D \sin \gamma] c dr$$

Αντίστοιχα, η **δύναμη Thrust** στην κατεύθυνση του προσπίπτοντος ανέμου που ωθεί το πτερύγιο dT είναι:

$$dT = dL \sin \gamma + dD \cos \gamma = \frac{1}{2} \rho W^2 [C_L \sin \gamma + C_D \cos \gamma] c dr$$



Διαδικασία σχεδίασης αιολικής μηχανής

Προσδιορισμός για κάθε απόσταση r (από 0 έως R) της βέλτιστης χορδής και γωνίας στρέψης του πτερυγίου.

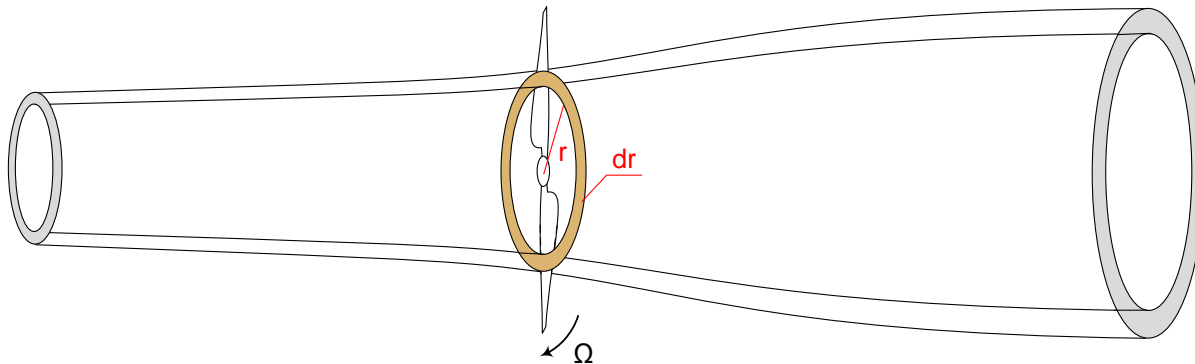
- Εκλογή μιας κατάλληλης αεροτομής (με όσο το δυνατό μεγαλύτερο C_L και μικρότερο C_D).
- Επιλογή του λόγου ταχύτητας ακροπτερυγίου «**σχεδίασης**» της μηχανής λ_D . Η τιμή που θέλουμε να λάβει το λ_D επιλέγεται αυθαίρετα.
- Τέλος τίθεται η **συνθήκη βελτιστοποίησης** της γωνίας προσβολής $\alpha = \alpha_{opt}$ η οποία πρέπει να ισχύει σε όλο το μήκος της πτέρυγας.
- Με τα δεδομένα αυτά, χρησιμοποιείται κατάλληλο **μαθηματικό μοντέλο** που δίνει το βέλτιστο προφίλ των πτερυγίων.

Βέλτιστο προφίλ πτερυγίου κατά Betz (1)

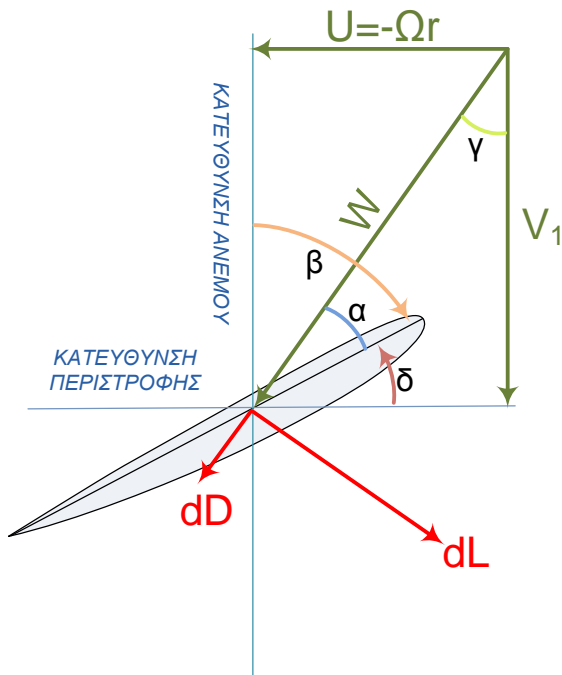
Ο απλούστερος τρόπος για τη λύση του προβλήματος της σχεδίασης είναι ο συνδυασμός της θεωρίας Betz με την ανάλυση στοιχείου πτέρυγας.

Για το λόγο αυτό, θεωρούμε ότι ο **ενεργοποιητής δίσκος αντικαθίσταται από μία πραγματική ανεμογεννήτρια** και ότι ο νοητός σωλήνας ροής του σχήματος αντικαθίσταται από δακτυλιοειδείς σωλήνες που ο καθένας, στο επίπεδο του ρότορα, **έχει ακτίνα r και απειροστό πάχος dr** .

Με την παραδοχή ότι **οι γειτονικοί δακτύλιοι δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους**, εφαρμόζουμε τα αποτελέσματα της θεωρίας Betz σε κάθε στοιχείο πτέρυγας ξεχωριστά.



Βέλτιστο προφίλ πτερυγίου κατά Betz (2)



Η θεωρία Betz δίδει: $V_1 = \frac{2}{3} V_0$ οπότε:

$$W = \sqrt{V_1^2 + ((\Omega r))^2} \xrightarrow{V_1 = \frac{2}{3} V_0} W = \sqrt{\frac{4}{9} V_0^2 + ((\Omega r))^2} \quad (1)$$

Επίσης, για τη γωνία γ ισχύει στο όριο Betz:

$$\tan \gamma = \frac{\Omega r}{V_1} = \frac{3}{2} \frac{\Omega R}{V_0} \frac{r}{R} \xrightarrow{\lambda = \frac{\Omega R}{V_0}}$$

$$\tan \gamma = \frac{3}{2} \lambda \frac{r}{R}$$

Η στοιχειώδης επιφάνεια του κάθε δακτυλίου είναι: $2\pi r dr$

Βέλτιστο προφίλ πτερυγίου κατά Betz (3)

Ο συντελεστής ισχύος της αιολικής μηχανής μεγιστοποιείται αν ισχύει το όριο Betz σε **ΚΑΘΕ** στοιχείο πτέρυγας.

Για τον υπολογισμό της ισχύος του στοιχείου πτέρυγας χρησιμοποιείται η σχέση

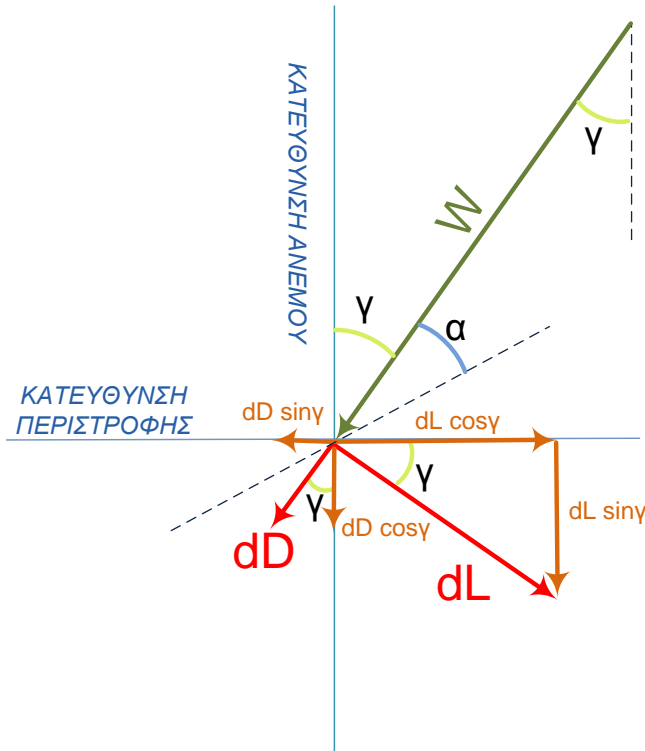
$$dP = d\vec{F}_{κλν} \cdot \vec{U} = dF_{κλν} \Omega r$$

$$dP_{BETZ} = NdP_{\text{στοιχ. πτερ.}} \xrightarrow{P_{BETZ} = \frac{161}{27} \frac{1}{2} \rho V_o^3 A}$$

$$\frac{16}{27} \frac{1}{2} \rho V_o^3 (2\pi r dr) = N dF_{κλν} \Omega r$$

$$N dF_{κλν} \Omega r \xrightarrow{L, D = \frac{1}{2} \rho C_{L, D} A W^2}$$

$$N \Omega r \frac{1}{2} \rho W^2 ((C_L \cos \gamma - C_D \sin \gamma)) c dr$$



ΠΡΟΣΟΧΗ!! Στο dP_{BETZ} χρησιμοποιείται η V_o ενώ στο $dF_{κλν}$ η W

Βέλτιστο προφίλ πτερυγίου κατά Betz (4)

Αγνοώντας την επίδραση της οπισθέλκουσας, (θεωρώντας δηλαδή ότι $C_D=0$) παίρνουμε:

$$dP_{BETZ} = \frac{16}{27} \frac{1}{2} \rho V_o^3 (2\pi r dr) = N \Omega r \frac{1}{2} \rho W^2 C_L \cos \gamma c dr$$

Μετά από πράξεις έχουμε:

$$c = \frac{16}{27} \frac{2\pi V_o^3}{C_L N W^2 \cos \gamma \Omega}$$

Η σχέση αυτή μπορεί να απλοποιηθεί με χρήση των παρακάτω:

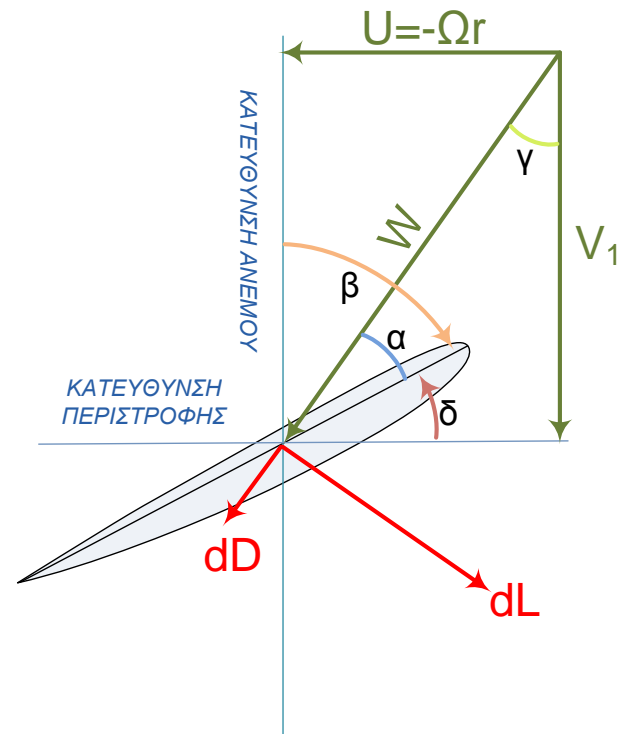
- $\lambda_D = \frac{\Omega R}{V_o}$

- $W \cos \gamma = V_1 = \frac{2}{3} V_o$

- $W = \sqrt{V_1^2 + ((\Omega r))^2} \xrightarrow{V_1 = \frac{2}{3} V_o} W = \sqrt{\frac{4}{9} V_o^2 + ((\Omega r))^2} \rightarrow \boxed{\frac{W}{V_o} = \sqrt{\frac{4}{9} + \lambda_D^2 \left(\left(\frac{r}{R}\right)\right)^2}}$

Βέλτιστο προφίλ πτερυγίου κατά Betz (5)

- Λόγος ταχύτητας ακροπτερυγίου -



λ_D ο λόγος ταχύτητας ακροπτερυγίου «σχεδίασης» της μηχανής.

$$c\left(\left(\frac{r}{R}\right)\right) = \frac{8}{9} \frac{2\pi R}{C_L N \lambda_D} \frac{1}{\sqrt{\frac{4}{9} + \lambda_D^2 \left(\left(\frac{r}{R}\right)\right)^2}}$$

Για $\lambda_D \gg 3$ και $r > 0,2 R$ ισχύει:

$$\lambda_D^2 \left(\left(\frac{r}{R}\right)\right)^2 \gg \frac{4}{9},$$

το κλάσμα $4/9$ απαλείφεται από τη ρίζα και παίρνουμε:

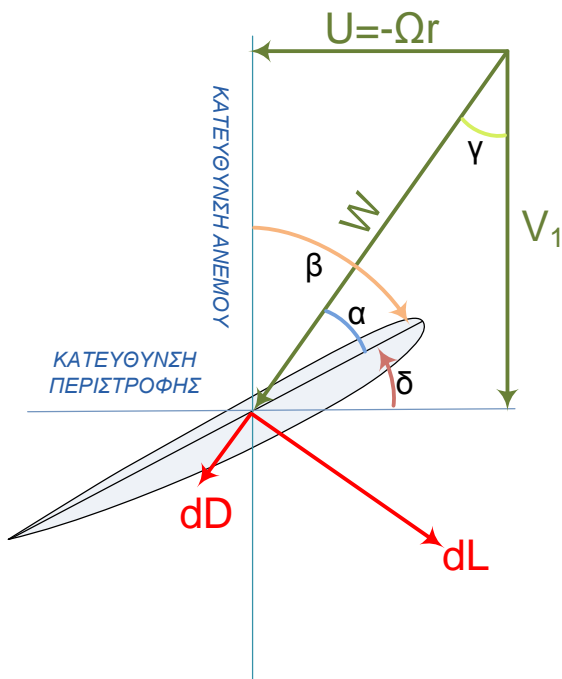
$$c\left(\left(\frac{r}{R}\right)\right) = \frac{16}{9} \frac{\pi}{C_L N \lambda_D^2 r}$$

Βέλτιστο προφίλ πτερυγίου κατά Betz (6)

Η βέλτιστη χορδή είναι:

- **Αντιστρόφως ανάλογη του αριθμού πτερυγίων N** , δηλαδή αυξάνοντας τον αριθμό των πτερυγίων τα κάνουμε λεπτότερα.
- **Αντιστρόφως ανάλογη του C_L** , δηλαδή όσο μεγαλύτερη άντωση παράγεται από την πτέρυγα, τόσο λεπτότερη γίνεται αυτή.
- **Αντιστρόφως ανάλογη του τετραγώνου του λ_D** , δηλαδή οι πολύστροφες μηχανές έχουν λεπτά πτερύγια.
- **Αντιστρόφως ανάλογη του r** , δηλαδή, το πτερύγιο γίνεται λεπτότερο πλησιάζοντας στο ακροπτερύγιο.

Βέλτιστο προφίλ πτερυγίου κατά Betz (7)



Το βέλτιστο πτερύγιο πρέπει να έχει τέτοιο σχήμα που σε όλο το μήκος του η γωνία προσβολής να λαμβάνει τη βέλτιστη τιμή της, $\alpha = \alpha_{opt}$.

$$\beta(r) = \gamma(r) + \alpha_{opt}$$

Επίσης, για τη γωνία γ ισχύει στο όριο Betz:

$$\tan \gamma = \frac{\Omega r}{V_1} = \frac{3}{2} \frac{\Omega R}{V_0} \frac{r}{R} \xrightarrow{\lambda = \frac{\Omega R}{V_0}} \tan \gamma = \frac{3}{2} \lambda \frac{r}{R}$$

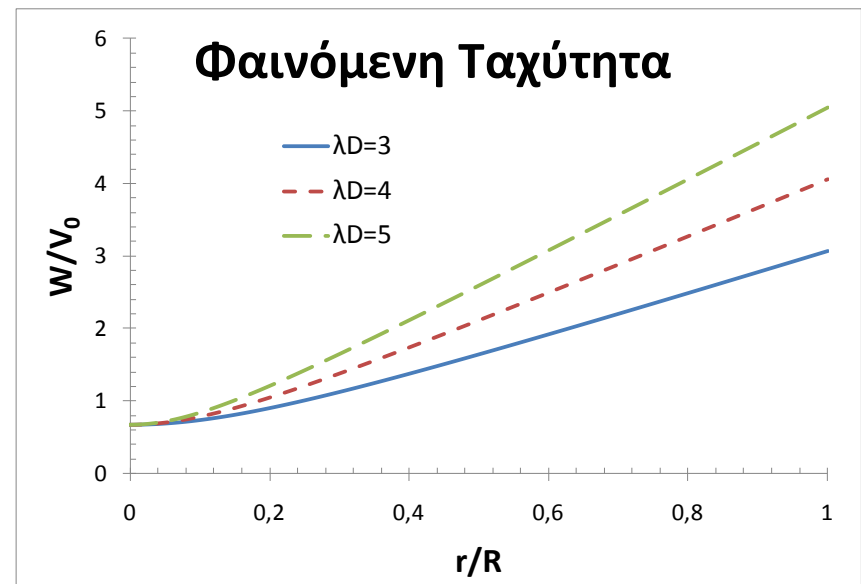
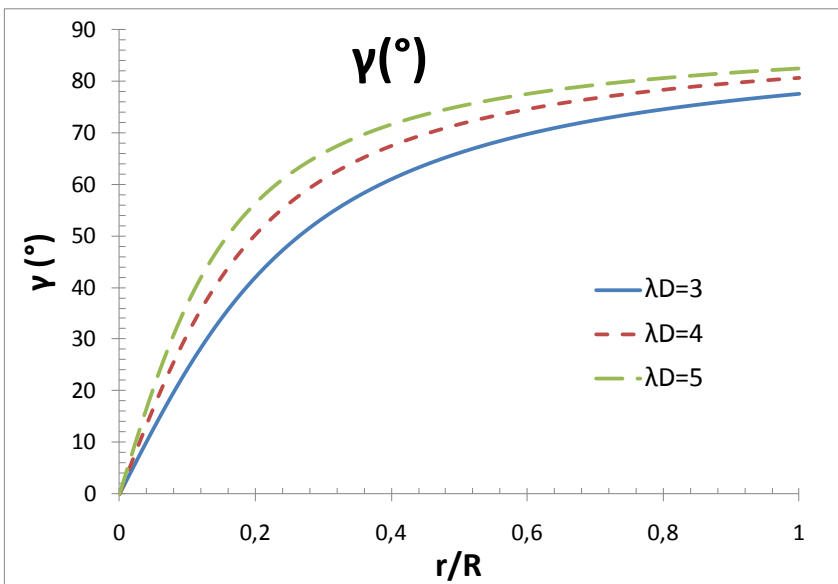
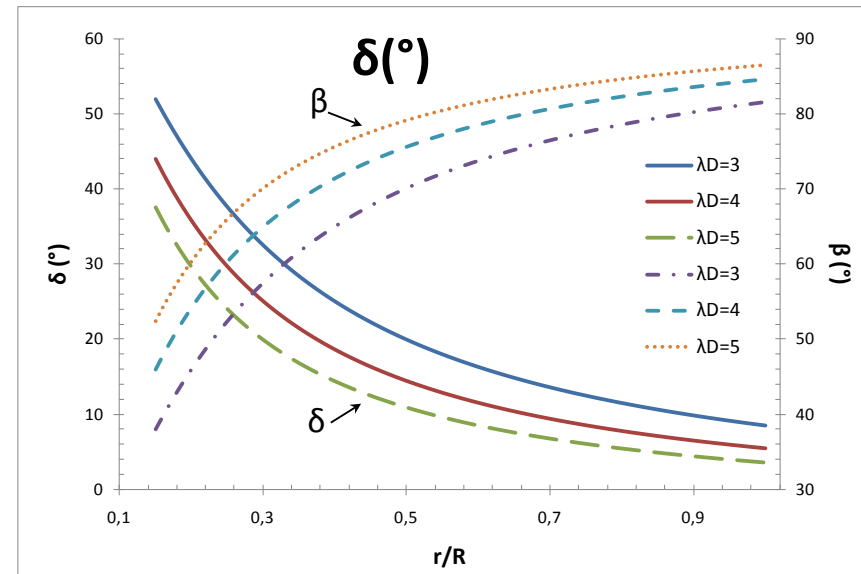
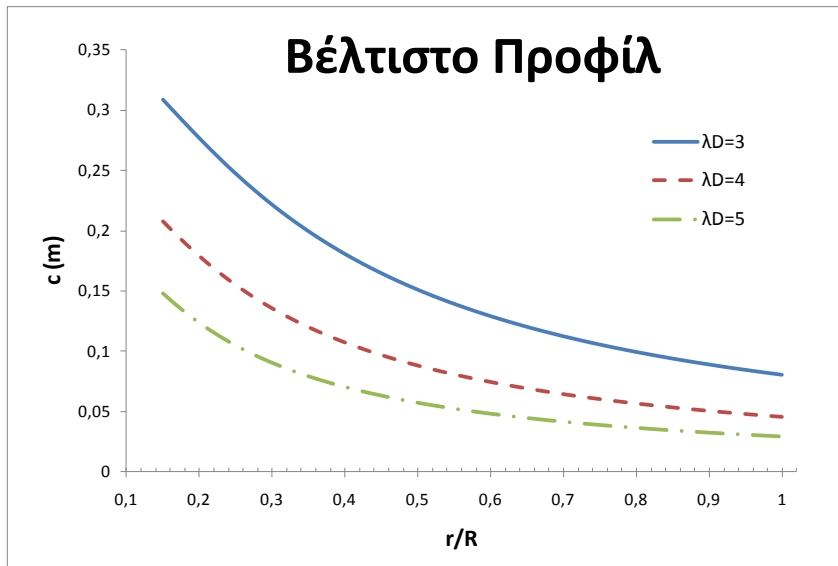
$$\beta(r) = \arctan \left(\frac{3}{2} \lambda_D \frac{r}{R} \right) + \alpha_{opt}$$

Είναι πιο πρακτικό να μετράμε τη γωνία στρέψης δ από το επίπεδο του ρότορα:

$$\delta(r) = \frac{\pi}{2} - \beta(r) = \frac{\pi}{2} - \arctan \left(\frac{3}{2} \lambda_D \frac{r}{R} \right) - \alpha_{opt}$$

Βέλτιστο προφίλ πτερυγίου κατά Betz (8)

- πτέρυγα αιολικής μηχανής με $N=3$, $R=40m$, $\alpha_{opt}=4^\circ$ για διάφορες τιμές του λ_D . -



Διόρθωση οπισθέλκουσας (1)

Πρώτα βρίσκουμε τη διόρθωση για τη χορδή.

$$\frac{16}{27} \frac{1}{2} \rho V_o^3 (2\pi r dr) = N \Omega r \frac{1}{2} \rho W^2 ((C_L \cos \gamma - C_D \sin \gamma)) c' dr$$

Εδώ χρησιμοποιούμε το c' για να δείξουμε ότι η χορδή θα διαφέρει από το c που υπολογίσαμε για $C_D=0$.

Πολλαπλασιάζοντας και διαιρώντας το δεξί μέλος με $C_L \cos \gamma$ έχουμε:

$$\frac{16}{27} \frac{1}{2} \rho V_o^3 (2\pi r dr) = N \Omega r \frac{1}{2} \rho W^2 C_L \cos \gamma \left(1 - \frac{C_D}{C_L} \tan \gamma\right) c' dr$$

Λύνοντας ως προς c' :

$$c' = \frac{16}{27} \frac{2\pi V_o^3}{C_L N W^2 \cos \gamma \Omega} \frac{1}{1 - \frac{C_D}{C_L} \tan \gamma}$$

\downarrow \downarrow

c $\frac{3}{2} \lambda_D \frac{r}{R}$

Διόρθωση οπισθέλκουσας (2)

Έτσι:

$$c' = c \frac{1}{1 - \frac{3}{2} \frac{C_D}{C_L} \lambda_D \frac{r}{R}}$$

- Λαμβάνοντας υπόψη την οπισθέλκουσα καταλήγουμε σε **μεγαλύτερη χορδή**.
- Η c' **εξαρτάται**, όπως ήταν αναμενόμενο, από το λόγο C_L/C_D .
- Η οπισθέλκουσα **δεν έχει επίδραση** στη γωνία στρέψης β .

Η οπισθέλκουσα **επιδρά όμως στην παραγόμενη ισχύ**, η οποία δεν μπορεί παρά να είναι **μικρότερη** από εκείνη της «ιδανικής» κατάστασης (δηλαδή στο όριο Betz).

$$dP' = N dF_{κιν} \Omega r = N \Omega r \frac{1}{2} \rho W^2 \left((C_L \cos \gamma - C_D \sin \gamma) \right) c dr$$

Και εδώ η dP' συμβολίζει τη **διόρθωση στην ισχύ**.

Διόρθωση οπισθέλκουσας (3)

Πολλαπλασιάζοντας και διαιρώντας το δεξί μέλος της (48) με $C_L \cos \gamma$ και με χρήση της

$$\tan \gamma = \frac{3}{2} \lambda \frac{r}{R} \text{ παίρνουμε:}$$

$$dP' = N \Omega r \frac{1}{2} \rho W^2 C_L \cos \gamma c dr \left(1 - \frac{3}{2} \frac{C_D}{C_L} \lambda_D \frac{r}{R} \right)$$

↓

$$dP_{BETZ} \quad (\mu\epsilon \quad C_D = 0)$$

$$dP' = dP_{BETZ} \left(1 - \frac{3}{2} \frac{C_D}{C_L} \lambda_D \frac{r}{R} \right)$$

- οι απώλειες γίνονται σημαντικότερες στο **ακροπτερύγιο** ($r \rightarrow R$).
- οι απώλειες αυξάνονται για **μεγάλα** λ_D .
- Για να τις περιορίσουμε χρειάζεται να **μεγιστοποιηθεί** ο λόγος C_L/C_D . Αυτό σημαίνει **χρήση αποδοτικής αεροτομής**, βέλτιστη γωνία προσβολής ($\alpha = \alpha_{opt}$) και **μεγάλοι αριθμοί Re**.

Διόρθωση οπισθέλκουσας (4)

Υπολογισμός του P'

Αν $C_L/C_D=ct$ για όλο το μήκος της πτέρυγας, με ολοκλήρωση της εξίσωσης και θέτοντας

$$dP_{BETZ} = \frac{16}{27} \frac{1}{2} \rho V_o^3 (2\pi r dr) \quad \text{προκύπτει:}$$

$$P' = \int_0^R dP_{BETZ} - \frac{16}{27} \frac{1}{2} \rho V_o^3 2\pi \frac{3}{2} \frac{C_D}{C_L} \frac{\lambda_D}{R} \int_0^R r^2 dr = P_{BETZ} - \frac{16}{27} \frac{1}{2} \rho V_o^3 \pi R^2 \frac{C_D}{C_L} \lambda_D$$

$\downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow$

$$P_{BETZ} \qquad \qquad \qquad \frac{R^3}{3} \qquad \qquad \qquad P_{BETZ}$$

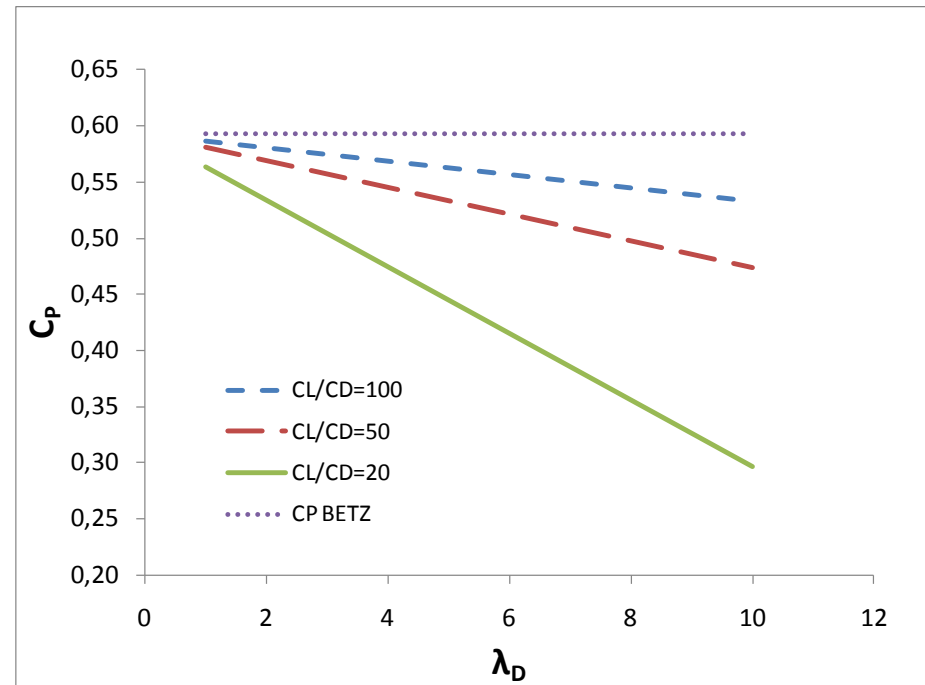
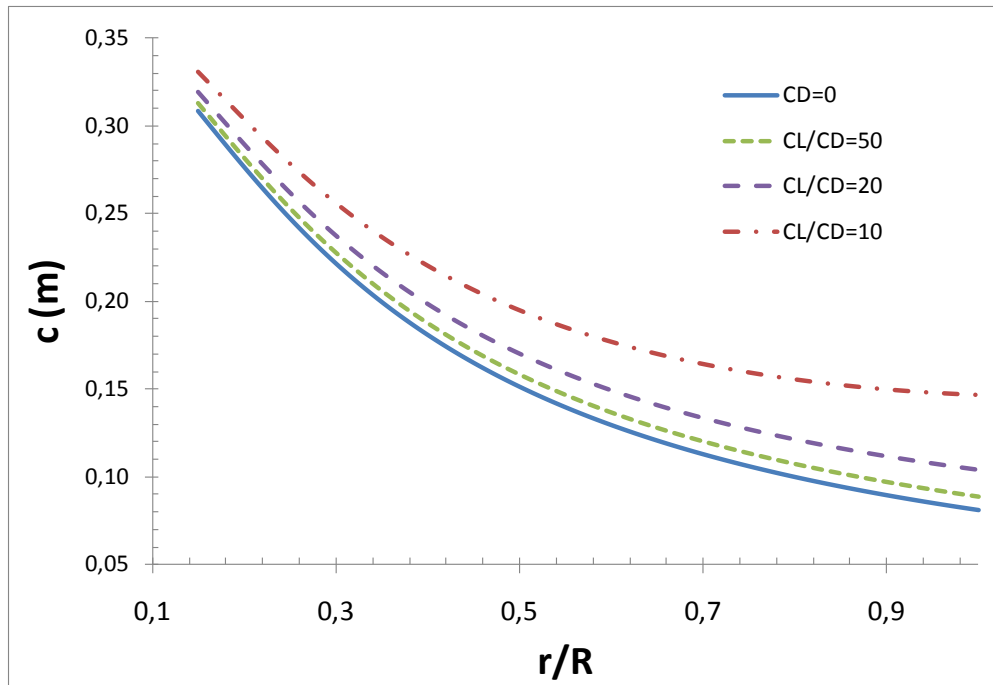
οπότε:

$$P' = P_{BETZ} \left[1 - \frac{C_D}{C_L} \lambda_D \right]$$

Και φυσικά:

$$C_P' = C_{P, BETZ} \left[1 - \frac{C_D}{C_L} \lambda_D \right]$$

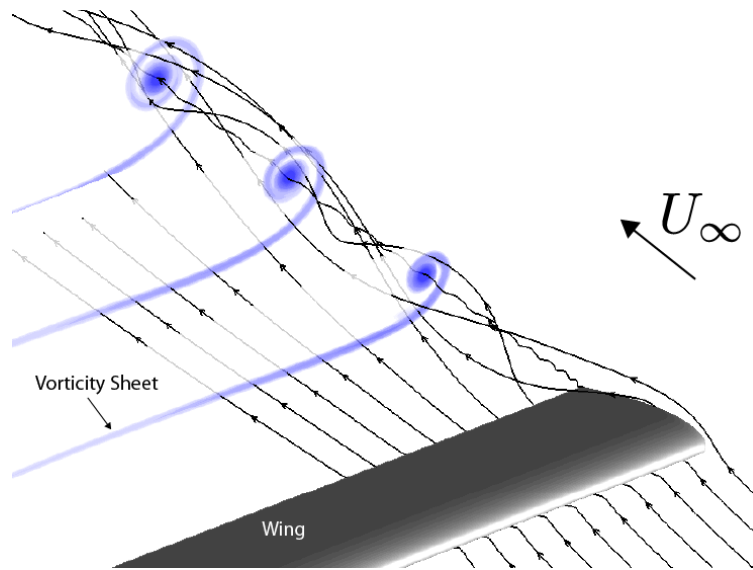
Διόρθωση οπισθέλκουσας (5)



Διόρθωση οπισθέλκουσας: χορδή Α/Γ με $N=3$, $R=40m$, $\alpha_{opt}=4^\circ$, $\lambda_D=3$ και C_p για διάφορα C_L/C_D και λ_D

Άλλες απώλειες και μέθοδοι υπολογισμού τους (1)

- **Περιστροφή απορρεύματος.** Το φαινόμενο αυτό προκαλεί αύξηση της φαινόμενης ταχύτητας στην κατεύθυνση περιστροφής και είναι πιο έντονο στην πλήμνη (hub), λόγω του ότι η Ωr είναι μικρή.
- **Απώλειες ακροπτερυγίου. (3D φαινόμενα).** Το φαινόμενο αυτό είναι πιο έντονο στο ακροπτερύγιο και έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση της φαινόμενης ταχύτητας στην κατεύθυνση του ανέμου.



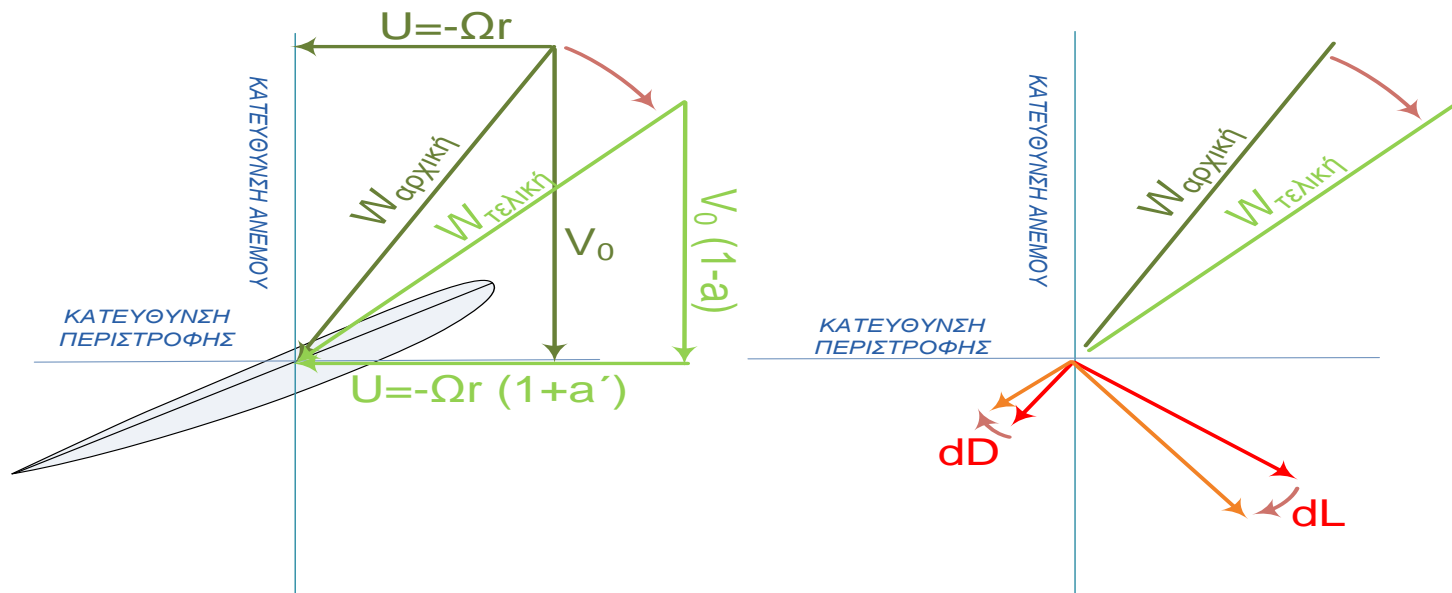
http://en.wikipedia.org/wiki/Wingtip_vortices

http://en.wikipedia.org/wiki/File:Airplane_vortex_edit.jpg

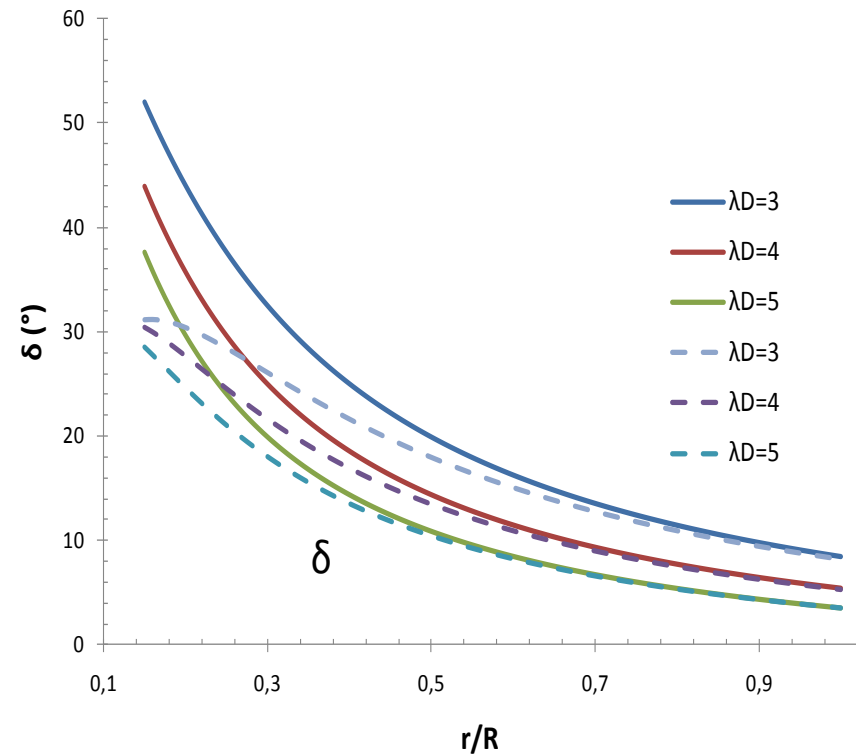
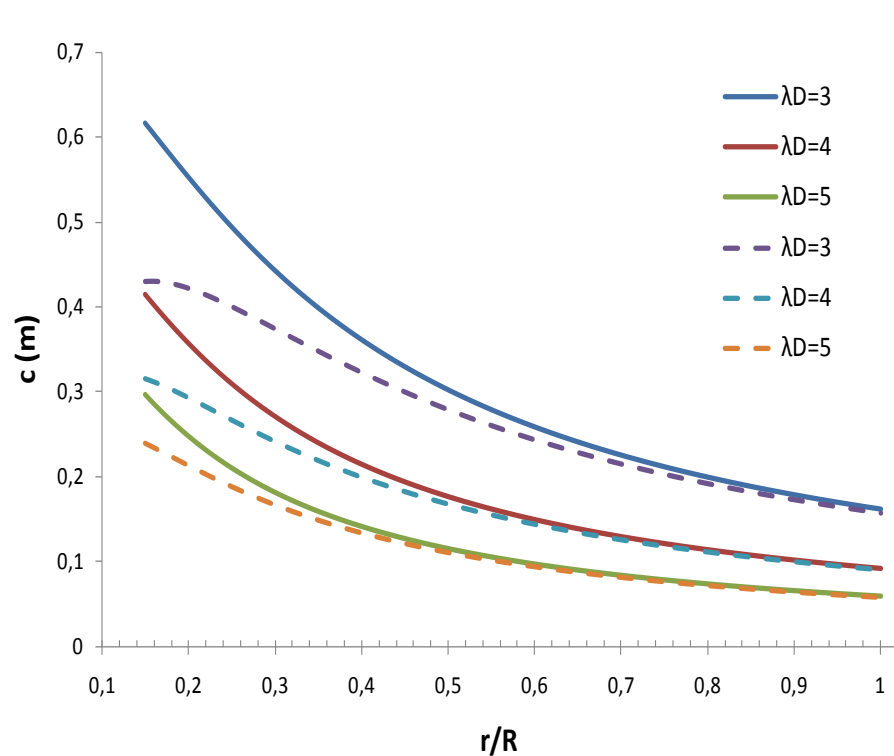
Άλλες απώλειες και μέθοδοι υπολογισμού τους (2)

Για τον **υπολογισμό** της επίδρασης του κάθε μηχανισμού χρησιμοποιούνται δύο **αδιάστατοι συντελεστές a και a'** για τις απώλειες ακροπτερυγίου και περιστροφής του απορρεύματος αντίστοιχα. Οι συντελεστές αυτοί επιδρούν στην **φαινόμενη ταχύτητα W** μέσω των συνιστωσών της, ως εξής:

$$W = \sqrt{[V_0 (1 - a)]^2 + [\Omega r (1 + a')]^2}$$

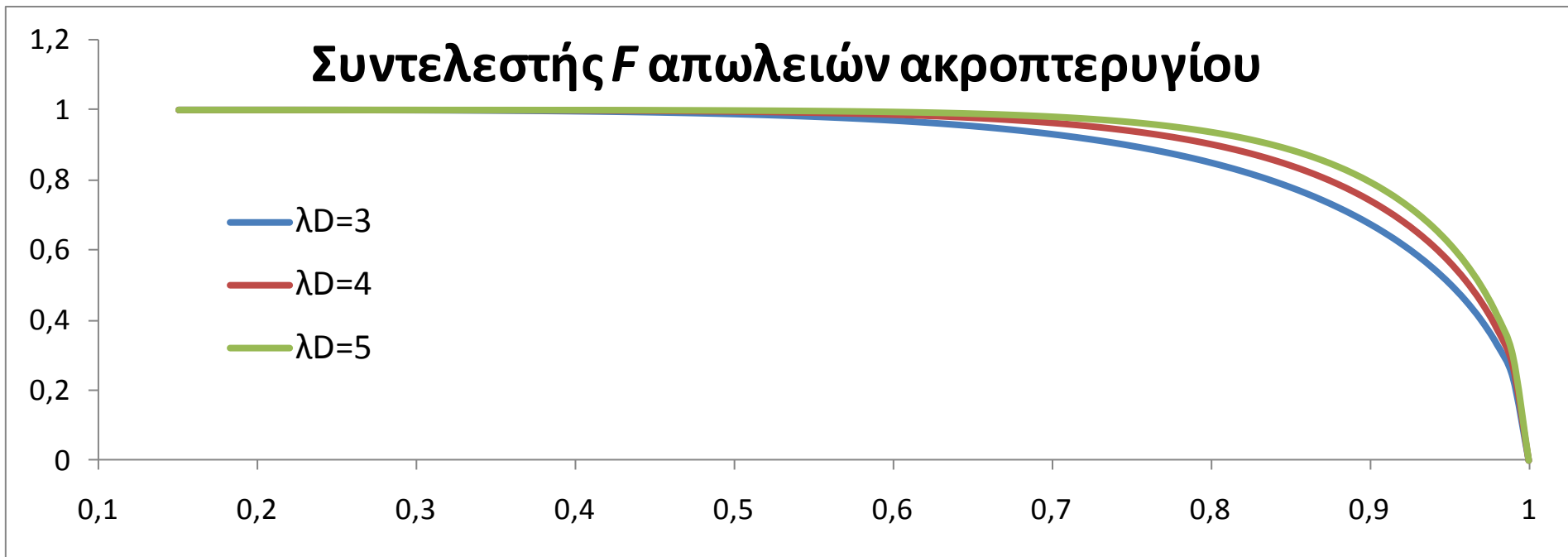


Διόρθωση περιστροφής απορρεύματος για πτέρυγα αιολικής μηχανής

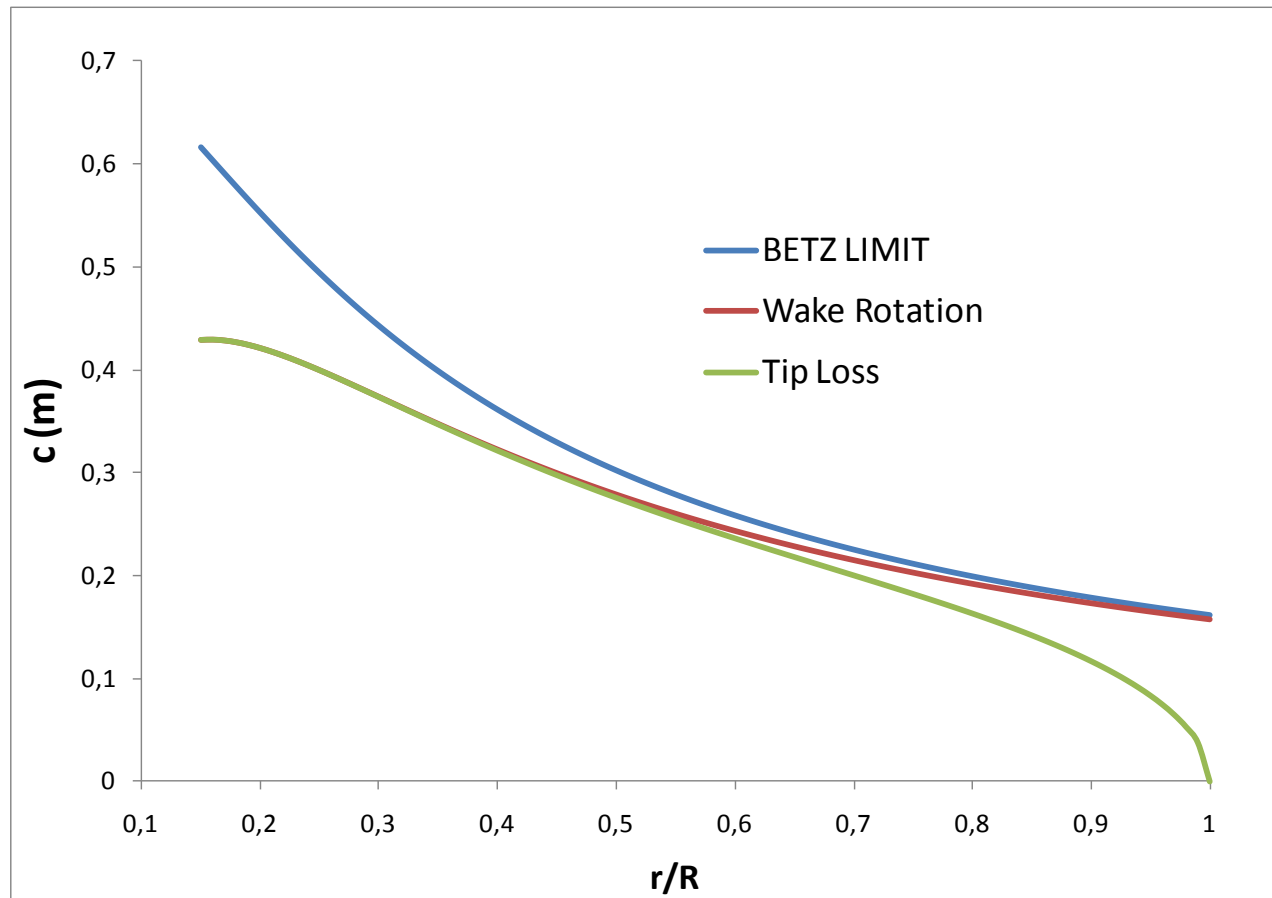


$N=3, R=40m, \alpha_{opt}=4^\circ$ για διάφορες τιμές του λ_D .

Συντελεστής F απωλειών ακροπτερυγίου

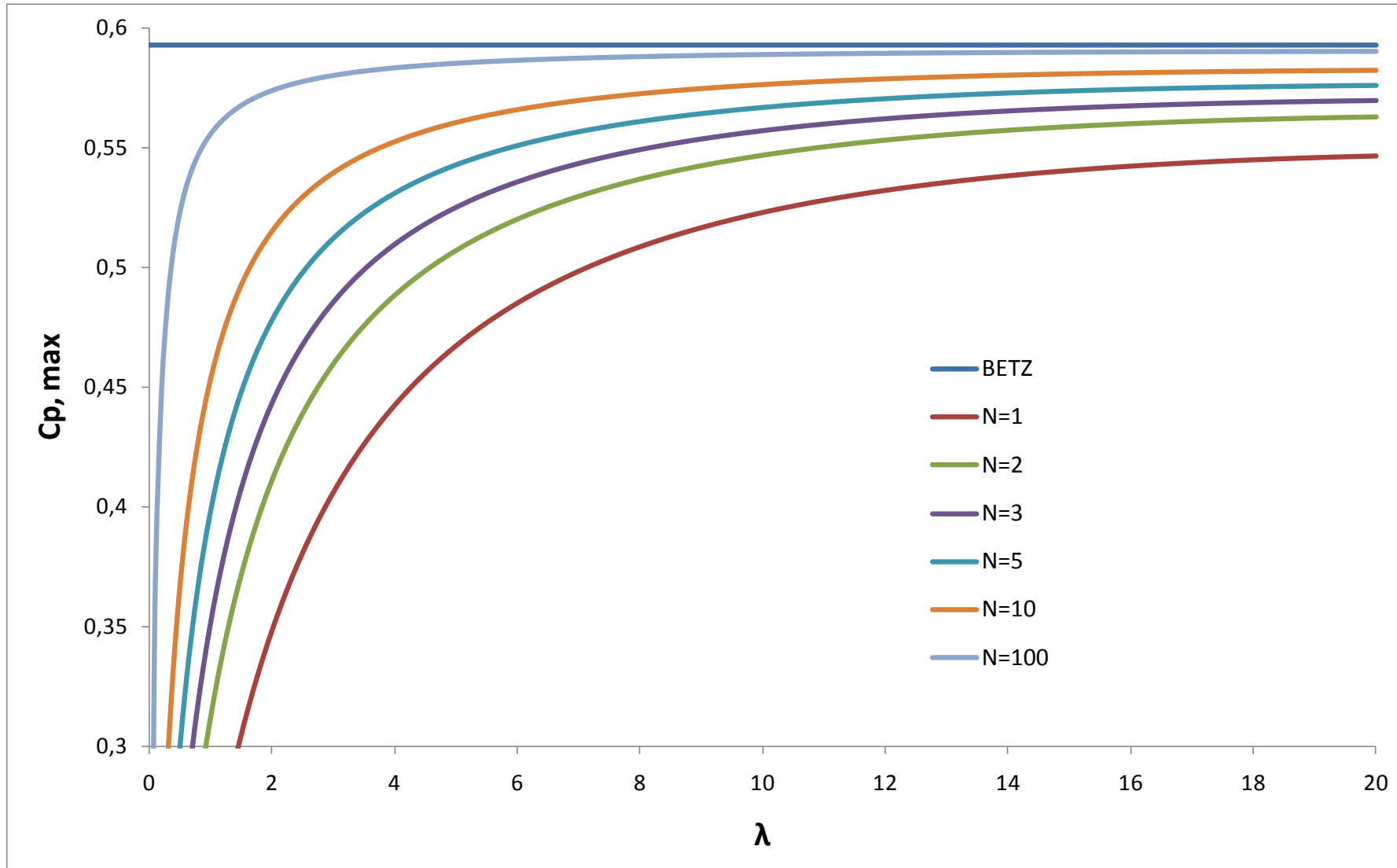


Διόρθωση περιστροφής απορρεύματος και απώλειες ακροπτερυγίου

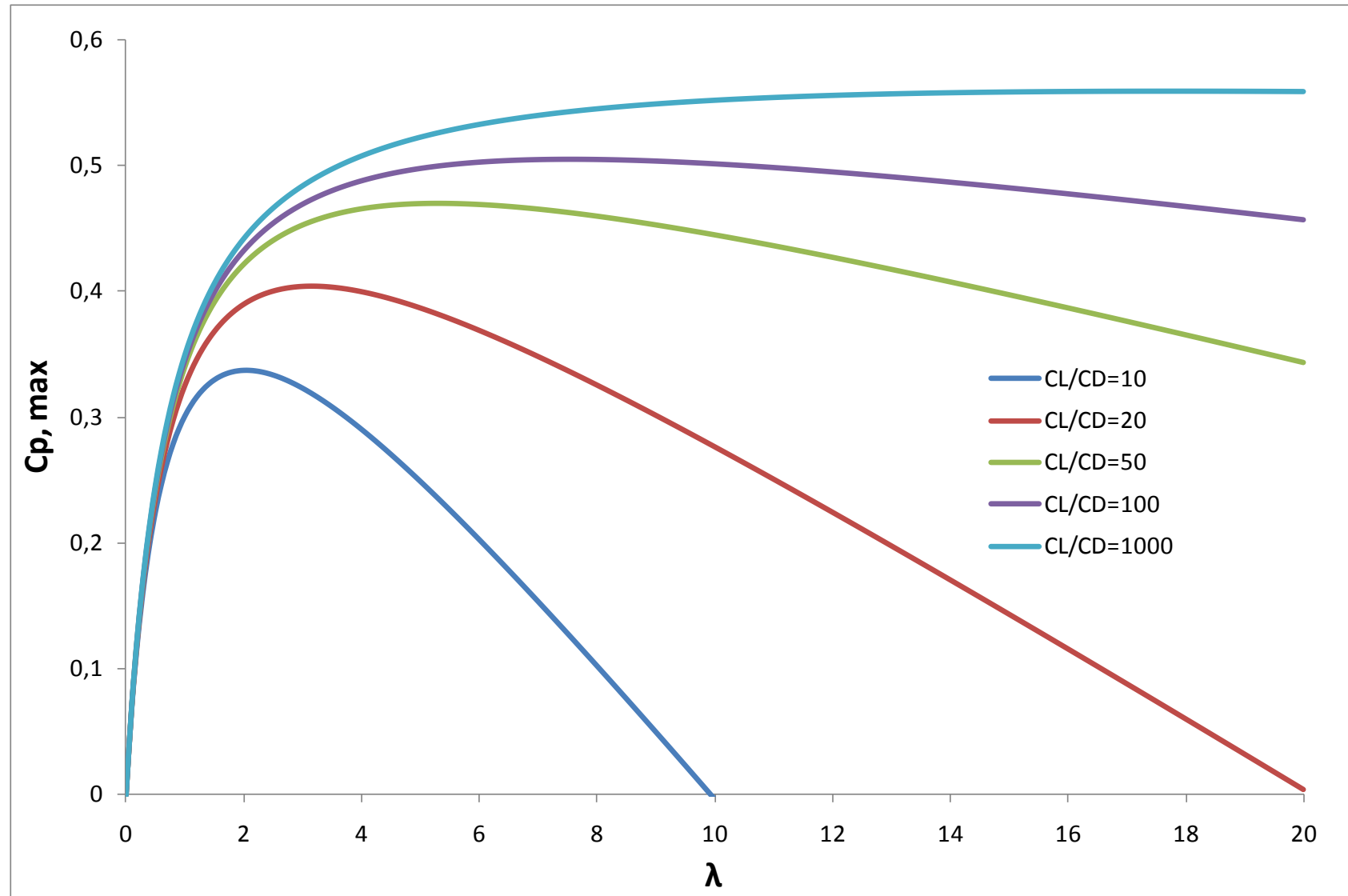


Διόρθωση περιστροφής απορρεύματος και απώλειες ακροπτερυγίου για πτέρυγα αιολικής μηχανής με $N=3$, $R=40m$, $\alpha_{opt}=4^\circ$ και $\lambda_D=3$.

Επίδραση του αριθμού των πτερυγίων στο $C_{p,max}$

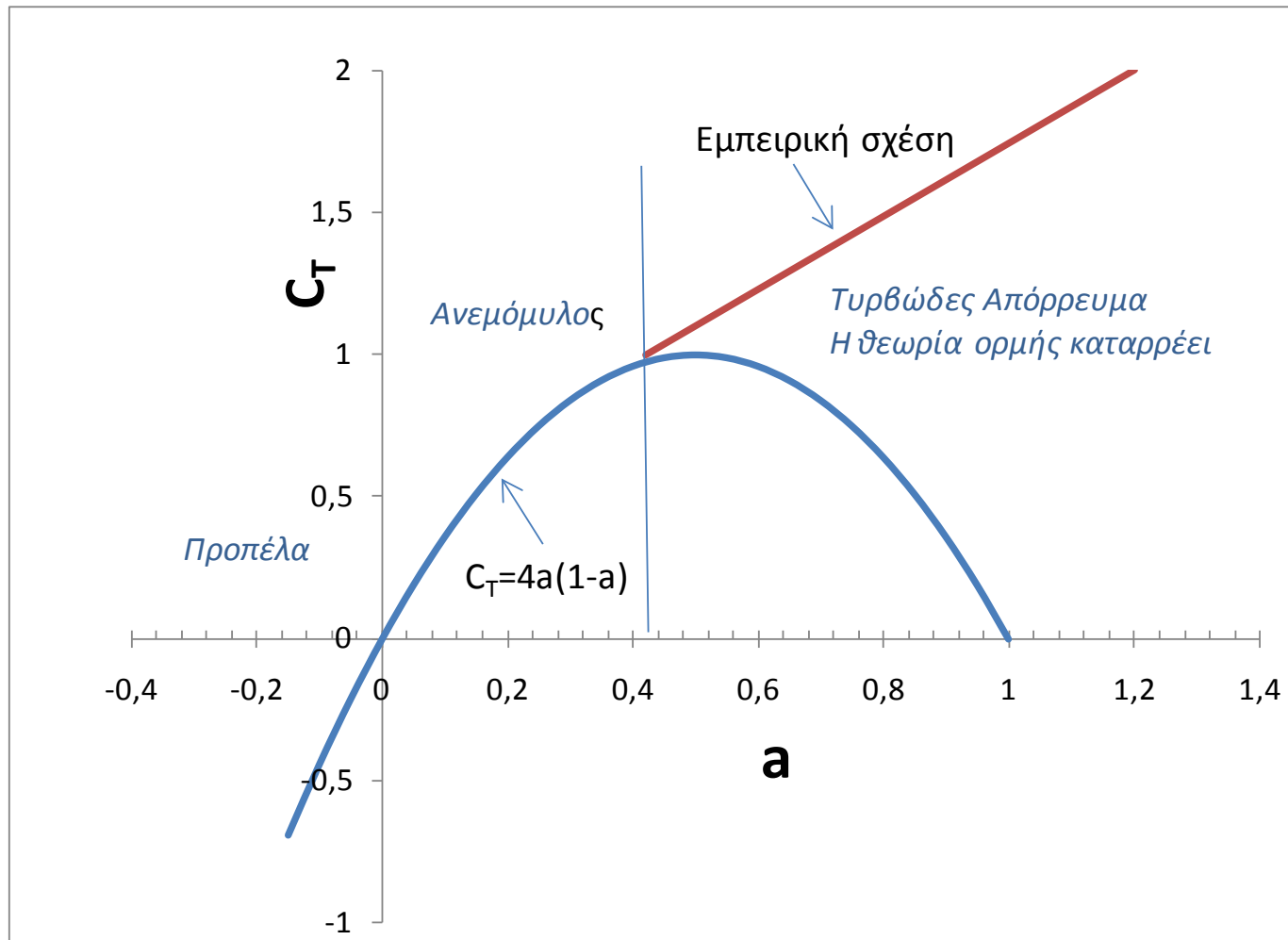


Επίδραση του C_L/C_D στο $C_{p,max}$



Περιορισμοί της θεωρίας ορμής

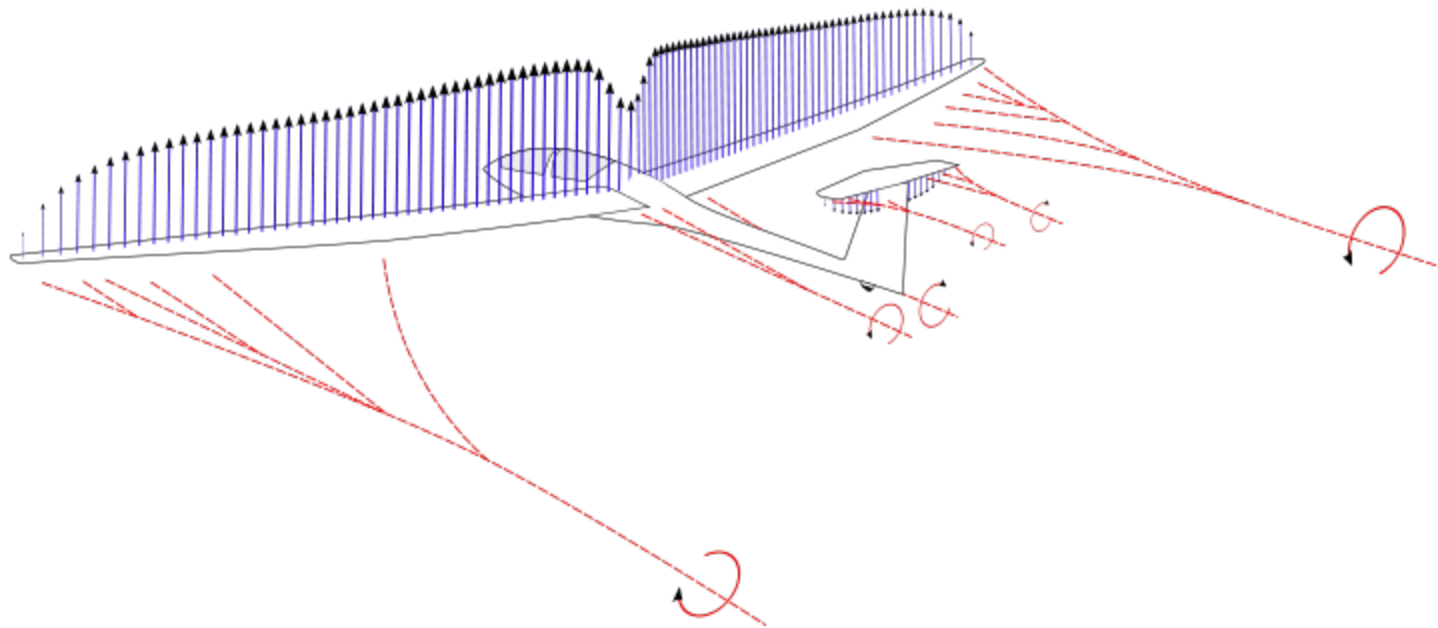
- Η μέθοδος δεν έχει εφαρμογή για $a > 0,4$ (μεγάλα λ)
- Στην περιοχή απώλειας στήριξης παρουσιάζονται πολλαπλές λύσεις (δύο γωνίες προσβολής δίνουν το ίδιο C_L .)



Θεωρία στροβίλων Vortex theory

- Lifting Line Theory (LLT) -

- Και πάλι το πτερύγιο αντικαθίσταται από σύστημα δέσμιων και ελεύθερων στροβίλων.
- Η περιστροφή του πτερυγίου δημιουργεί ελικοειδές φύλλο στροβίλων που περιστρέφεται αντίθετα από το ρότορα.



Τέλος Ενότητας



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση **1.0**.

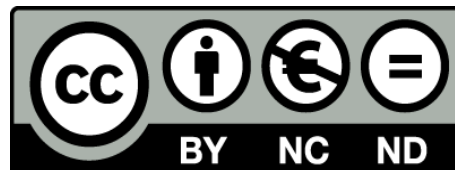
Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, **Λευθεριώτης Γεώργιος, 2015.** «**Αιολική Ενέργεια & Ενέργεια του Νερού, Ενότητα: Σχεδίαση Πτερυγίων 1**» Έκδοση: **1.0.** Πάτρα **2015.** Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:

<https://eclass.upatras.gr/modules/units/?course=PHY1954&id=4290>

Σημείωμα Αδειοδότησης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους

Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων