ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΦΥΣΙΚΗΣ Ι

ΘΕΩΡΙΑ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ

Ενότητα 2 : Στρογγυλοποίηση- Σημαντικά Ψηφία πειραματικής τιμής, αποτελέσματος πράξεων και σφάλματος

Στρογγυλοποίηση

Ας υποθέσουμε πως σε μια σειρά μετρήσεων, μετά από πράξεις, οι οποίες έγιναν π.χ. με το κομπιουτεράκι, για τον υπολογισμό της μέσης τιμής και της τυπικής της απόκλισης προέκυψαν τα ακόλουθα αποτελέσματα:

$$\overline{x} = 7.268666666... \qquad \delta\overline{x} = 0.046333333...$$

ΠΩΣ ΘΑ ΓΡΑΨΟΥΜΕ ΤΟ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ;

→

ΠΡΟΦΑΝΩΣ ΔΕΝ ΘΑ ΚΡΑΤΗΣΟΥΜΕ ΤΟΣΑ ΨΗΦΙΑ, ΟΣΑ ΔΕΙΧΝΕΙ ΤΟ ΚΟΜΠΙΟΥΤΕΡΑΚΙ!!!

- ***Για να κρατήσουμε το απαραίτητο πλήθος ψηφίων, ακολουθούμε τους*** **κανόνες στρογγυλοποίησης**

Στρογγυλοποίηση

ΚΑΝΟΝΕΣ ΣΤΡΟΓΓΥΛΟΠΟΙΗΣΗΣ

1) **Αν ο(οι) αριθμός(οί) που πρόκειται να κοπούν είναι μικρότεροι από 5, 50, 500,… τότε αφήνω το τελευταίο ψηφίο όπως είναι**

Π.χ. 3,421344~3,42134~3,4213~3,421~3,42~3,4

ή 3,421344~3,4 (αφού 21344<50000)

Στρογγυλοποίηση

ΚΑΝΟΝΕΣ ΣΤΡΟΓΓΥΛΟΠΟΙΗΣΗΣ (συνέχεια)

2) **Αν ο(οι) αριθμός(οί) που πρόκειται να κοπούν είναι μεγαλύτεροι από 5, 50, 500,… τότε αυξάνω το τελευταίο ψηφίο κατά 1.**

Π.χ. 3,481674~3,48167~3,4817~3,482~3,48~3,5

ή 3,481674~3,5 (αφού 81674>50000)

Στρογγυλοποίηση

ΚΑΝΟΝΕΣ ΣΤΡΟΓΓΥΛΟΠΟΙΗΣΗΣ (συνέχεια)

3) **Αν ο(οι) αριθμός(οί) που πρόκειται να κοπούν είναι ίσοι με 5, 50, 500,… τότε:**

- **αν το τελευταίο ψηφίο είναι άρτιο (ζυγό) τότε το αφήνω όπως είναι.**

  Π.χ: 2.65 → 2.6, 17,25 →17.2

- **αν το τελευταίο ψηφίο είναι περιττό (μονό) τότε το αυξάνω κατά 1.**

  Π.χ: 2.35 → 2.4, 6,215 →6.22, 0,15 →0.2,

  0.095 →0.10

Σημαντικά Ψηφία

- Έκφραση ενός μήκους σε διαφορετικές μονάδες:

0,000315 km	3,15 x 10^{-4} km
0,315 m	3,15 x 10^{-1} m
31,5 cm	3,15 x 10^{1} cm
315 mm	3,15 x 10^{2} mm
315.000 μm	3,15 x 10^{5} μm

??????????

ΣΗΜΑΝΤΙΚΑ ΨΗΦΙΑ

Σημαντικά Ψηφία

- Το σφάλμα που βαρύνει την τιμή ενός φυσικού μεγέθους, θέτει όριο στο πλήθος των ψηφίων με τα οποία γράφουμε την τιμή.

  Σημαντικό ονομάζεται εκείνο το ψηφίο, το οποίο δίνει αξιόπιστη πληροφορία σχετικά με την τιμή ενός φυσικού μεγέθους. Συγκεκριμένα:

- ***Τα σημαντικά ψηφία σε μία μέτρηση "δείχνουν" εκείνα τα ψηφία που είναι βέβαιον ότι είναι αξιόπιστα, συν ένα κατ΄εκτίμηση ψηφίο - όχι με την έννοια ότι είναι αξιόπιστο αλλά με το ότι εξασφαλίζει την αξιοπιστία των προηγούμενων ψηφίων.***

Σημαντικά Ψηφία

- ***Παράδειγμα 1ο:***

➢ Αν η τιμή μιας αντίστασης αναφέρεται ότι είναι ίση με 23,5Ω, αυτό σημαίνει ότι η αντίσταση μετρήθηκε με ακρίβεια ενός ή μερικών ***δεκάτων*** του *Ohm*. Δηλαδή τα δυο πρώτα ψηφία (2,3) είναι βέβαιο ότι είναι σωστά ενώ το τελευταίο (5) είναι κατ΄εκτίμηση και η επιλογή του καθορίζει την ακρίβεια της μέτρησης! ***Η μέτρηση έχει 3 σημαντικά ψηφία!!!***

➢ Αν η τιμή αυτή αναφέρεται ότι είναι ίση με 23,50Ω, αυτό σημαίνει ότι η αντίσταση μετρήθηκε με ακρίβεια ενός ή μερικών ***εκατοστών*** του *Ohm*. Δηλαδή τα τρία πρώτα ψηφία (2,3,5) είναι βέβαιο ότι είναι σωστά ενώ το τελευταίο (0) είναι κατ΄εκτίμηση και η επιλογή του καθορίζει την ακρίβεια της μέτρησης! ***Η μέτρηση έχει 4 σημαντικά ψηφία!!***

- Το πλήθος των σημαντικών ψηφίων καθορίζεται από την ακρίβεια προσδιορισμού της τιμής ενός φυσικού μεγέθους.

Σημαντικά Ψηφία

- ***Παράδειγμα 2ο:***
- Το γεγονός ότι ένα σώμα έχει βάρος π.χ.3200 N, δεν δηλώνει αναμφισβήτητα και την ακρίβεια της μέτρησης ούτε κατ επέκταση και τον αριθμό των σημαντικών ψηφίων. Τα δύο τελευταία ψηφία μπορεί να έχουν τοποθετηθεί για να δηλώσουν απλά την τάξη μεγέθους του βάρους:
- Αν το σώμα έχει μετρηθεί με ακρίβεια εκατοντάδας του N, τότε το βάρος του πρέπει να γραφεί μόνο με ***2 σημαντικά ψηφία*** και για το λόγο αυτό γράφεται υπό μορφή δυνάμεως του δέκα, δηλαδή : 32×10^2 N ή $3{,}2 \times 10^3$ N.
- Αν το σώμα έχει μετρηθεί με ακρίβεια δεκάδας του N, τότε το βάρος του πρέπει να γραφεί με ***3 σημαντικά ψηφία*** και για το λόγο αυτό γράφεται υπό μορφή δυνάμεως του δέκα, δηλαδή : 320×10^1 N ή $32{,}0 \times 10^2$ N ή $3{,}20 \times 10^3$ N.
- Αν το σώμα έχει μετρηθεί με ακρίβεια μονάδας του N τότε το βάρος του πρέπει να γραφεί με ***4 σημαντικά ψηφία*** και για το λόγο αυτό γράφεται υπό τη μορφή: 3200N ή $3{,}200 \times 10^3$ N.

Σημαντικά Ψηφία

- Το πλήθος των σημαντικών ψηφίων καθορίζεται από την ακρίβεια προσδιορισμού της τιμής ενός φυσικού μεγέθους και όχι από τις μονάδες που μετρείται. Δηλαδή:

➢ ***Πρέπει πάντα να γράφουμε το αποτέλεσμα μιας μέτρησης με τόσα σημαντικά ψηφία, με όσα μας επιτρέπει η ακρίβεια του οργάνου που χρησιμοποιήσαμε!***

- Το πλήθος των σημαντικών ψηφίων μεγέθους που προκύπτει μετά από αριθμητικές πράξεις προσδιορίζεται με βάση τους κατάλληλους κανόνες, όπως αυτοί αναφέρονται παρακάτω!

Σημαντικά Ψηφία

- Στο πλήθος των σημαντικών ψηφίων προσμετρούνται όλα τα ψηφία του αριθμού, συμπεριλαμβανομένων και των 0 (μηδέν) στο τέλος του αριθμού!

- ΠΡΟΣΟΧΗ: Δεν γράφουμε μηδενικά στο τέλος του δεκαδικού μέρους χωρίς λόγο. Τα γράφουμε μόνο αν είναι σημαντικά.

- Δεν προσμετρώντια τα 0 που μπαίνουν στην αρχή του αριθμού για τον προσδιορισμό της θέσης της υποδιαστολής!

Σημαντικά Ψηφία - Παραδείγματα

- 275 έχει 3 σημαντικά ψηφία
- 275,3 έχει 4 σημαντικά ψηφία
- 275,0 έχει 4 σημαντικά ψηφία
- 275,30 έχει 5 σημαντικά ψηφία
- 0,0275 έχει 3 σημαντικά ψηφία
- 0,02750 έχει 4 σημαντικά ψηφία
- 27500 έχει 5 σημαντικά ψηφία
- 275×10^2 έχει 3 σημαντικά ψηφία
- 23×10^3 έχει 2 σημαντικά ψηφία
- 0,02030 έχει 4 σημαντικά ψηφία

Πλήθος Σημαντικών Ψηφίων στο αποτέλεσμα αριθμητικών πράξεων

1) **ΠΡΟΣΘΕΣΗ - ΑΦΑΙΡΕΣΗ**

   Κρατάμε τόσα ***ΔΕΚΑΔΙΚΑ*** ψηφία όσα έχει ο αριθμός με τα λιγότερα.

2,7345+35,25=37,9845 (λάθος)=37,98

0,0275+73,15=73,1775 (λάθος)=73,18

Πλήθος Σημαντικών Ψηφίων στο αποτέλεσμα αριθμητικών πράξεων

2) **ΠΟΛ/ΣΜΟΣ - ΔΙΑΙΡΕΣΗ** ***(Συνέχεια)***

Κρατάμε τόσα ***ΣΗΜΑΝΤΙΚΑ*** ψηφία, όσα έχει ο αριθμός με τη μεγαλύτερη *σχετική ανακρίβεια*.*

ΠΡΑΚΤΙΚΑ: Κρατάμε τόσα (ή το πολύ ένα παραπάνω) όσα έχει αυτός με τα λιγότερα σημαντικά.

*Με την υπόθεση ότι η ***ανακρίβεια*** ενός αριθμού εκφράζεται με μια μονάδα στο τελευταίο σημαντικό του ψηφίο, ως ***σχετική ανακρίβεια*** ορίζεται το πηλίκο της ανακρίβειας του αριθμού δια του αριθμού αυτού.

Π.χ.: Η ανακρίβεια του αριθμού 35.28 είναι ίση με 0.01, επομένως η σχετική του ανακρίβεια θα είναι ίση με:

$$\frac{0.01}{35.28} \times 100\% = 0.028\%$$

Πλήθος Σημαντικών Ψηφίων στο αποτέλεσμα αριθμητικών πράξεων

Παραδείγματα

Παράδειγμα 1ο

- 11.1X23.25=?

Υπολογίζω τη σχετική ανακρίβεια των δύο αριθμών:

0.1/11.1=0.009=0.9%

0.01/23.25=0.0004=0.04%

Άρα κρατώ 3 σημαντικά (ή το πολύ 4)- δηλ. τόσα όσα έχει ο 11.1, και

11.1X23.25=258.075 (λάθος) = 258 ή 258.1

Πλήθος Σημαντικών Ψηφίων στο αποτέλεσμα αριθμητικών πράξεων

Παραδείγματα

Παράδειγμα 2ο

- 10.77X3.55= ?

Υπολογίζω τη σχετική ανακρίβεια των δύο αριθμών:

0.01/10.77=0,0009=0,09%

0.01/3,55=0,0028=0,3%

Άρα 10.77X3.55=38,2335 (λάθος)=38,2 (ή 38,23)

Πλήθος Σημαντικών Ψηφίων στο αποτέλεσμα αριθμητικών πράξεων

Παραδείγματα

Παράδειγμα 3ο

- 8,25/13,258=?

  Σχετικές ανακρίβειες:

  0,01/8,25=0,001=0,1%

  0,001/13,258=0,00008=0,008%

  Άρα

  8,25/13,258=0,6222658 (λάθος)=0,622 (ή 0,6223)

Πλήθος Σημαντικών Ψηφίων στο αποτέλεσμα αριθμητικών πράξεων με σταθερές

- Οι σταθερές έχουν *“φαινόμενα”* και όχι πραγματικά σημαντικά ψηφία, τα οποία δε λαμβάνονται υπόψη στις πράξεις. Π.χ.

➢ Αν μετρήθηκε μια ακτίνα R=4,273cm,

τότε η διάμετρος D θα είναι ίση με:

D=2xR=2x4,273cm=8,546cm.

Προσέξτε ότι το «2» έχει ένα (1) “φαινόμενο” σημαντικό ψηφίο, το οποίο όμως ΔΕΝ λαμβάνεται υπόψη!

➢ Για τη μετατροπή των 31,5cm σε in, με δεδομένο ότι:

1 cm= 0,39370 in,

έχουμε:

31,5 cm =31,5x0,39370in= 12,40155 in = 12,4 in

Πλήθος Σημαντικών Ψηφίων στο αποτέλεσμα αριθμητικών πράξεων με σταθερές

- Οι σταθερές π.χ. το 2 είναι γνωστές με απόλυτη ακρίβεια. Θα μπορούσαμε να τους γράψουμε με όσα σημαντικά ψηφία θέλουμε. Π.χ. 2=2,0=2,00 …
- Σταθερές, οι οποίες είναι άρρητοι αριθμοί, όπως το *π*, ***στρογγυλοποιούνται*** με ***1-2 περισσότερα*** σημαντικά ψηφία (ή δεκαδικά) από τις μετρήσεις, για αποφυγή σφαλμάτων στρογγυλοποίησης.

Πλήθος Σημαντικών Ψηφίων στο αποτέλεσμα αριθμητικών πράξεων με σταθερές

- ***Παράδειγμα:***

➢ Η περίμετρος S κύκλου, ακτίνας r προσδιορίζεται από τη σχέση: S=2πr

❖ Αν **r=6,12cm**, τότε θέτουμε ***π=3,1416*** και

S=2x*3,1416x*6,12cm=38,4cm

❖ Αν **r=6,1217cm**, τότε θέτουμε ***π=3,141593*** και

S=2x*3,141593x*6,1217=38,464cm

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

3.1) να γραφούν οι παρακάτω αριθμοί με 2 και με 3 σημαντικά ψηφία:

2.34921 100000 7.2 155.5 81.650 0.0987

3.2) Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις κρατώντας κάθε φορά τον σωστό αριθμό σημαντικών ψηφίων:

$184 : 2.032$, $74.55 - 17.534$, $278 \cdot 0.04$, $136.91 + 4.678$

124.5^2 $\sqrt{63.7}$ $\ln 162.3$

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Οι παραδόσεις αυτές βασίζονται στις παραδόσεις της Καθηγήτριας κ. Γεωργά και του Καθηγητή κ. Κροντηρά.

Επίσης χρησιμοποιήθηκαν:

- [1] Καμαράτος Μ., Εισαγωγή στην Ανάλυση Πειραματικών Μετρήσεων, Κλειδάριθμος 2019.
- [2] Σάλτας Β., Εργαστηριακός Οδηγός Φυσικής, ΣΕΑΒ2015.
- [3] Taylor J., An Introduction to Error Analysis, University Science Books 1997.
- [4] Μαθιουλάκης Μ., Μέτρηση, Ποιότητα Μέτρησης και Αβεβαιότητα, Ελληνική Ένωση Εργαστηρίων 2004.