

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

Κατηγορίες ρευστών

Νευτώνεια-Μη Νευτώνεια-Ιδανικά

Νευτώνεια: Ρευστά τα οποία ικανοποιούν τον πειραματικό νόμο του Newton καλούνται Νευτώνεια ρευστά. Στην περίπτωση αυτή η διατμητική τάση τ είναι ανάλογη της ταχύτητας μεταβολής της γωνιακής παραμορφώσεως $\frac{d\varphi}{dt} \left(= \frac{du}{dy} \right)$, (όπου $\frac{du}{dy}$ ο ρυθμός διάτμησης). Δηλαδή $\tau = \mu \frac{du}{dy}$.

Μη Νευτώνεια: Ρευστά τα οποία δεν ικανοποιούν τον πειραματικό νόμο του Newton καλούνται Μη Νευτώνεια ρευστά. Στην περίπτωση αυτή ο συσχετισμός της διατμητικής τάσεως τ και της ταχύτητας μεταβολής της γωνιακής παραμορφώσεως είναι διαφορετικός.

Ιδανικά: Ιδανικά (ή ιδεατά ή ανιζωδικά) καλούνται τα ρευστά εκείνα τα οποία έχουν μηδενική συνεκτικότητα.

Ομογενές και μη ομογενές ρευστό.

Ομογενές ρευστό είναι εκείνο το οποίο είναι ενός καθορισμένου είδους σε όλη την εξεταζόμενη περιοχή, χωρίς προσμίξεις, όπως διαλύματα ή αιωρούμενα σωματίδια, και χωρίς μεταβολή φάσης. (Με αυστηρή έννοια είναι χημικά μοναδική ουσία. Παρ' όλα αυτά πολλά ρευστά μίγματα (π.χ. αέρας, νερό, θάλασσα) θεωρούνται απλοποιητικά ως ομογενή, σε μακροσκοπική κλίμακα [γένος=είδος]). Η πυκνότητα, η ταχύτητα, η πίεση ή άλλη ιδιότητα, μπορεί να μεταβάλλονται από σημείο σε σημείο και στον χρόνο αλλά πάντα το ρευστό είναι του ίδιου είδους. Ειδική περίπτωση ομογενών ρευστών είναι εκείνα που έχουν σταθερή πυκνότητα, αμετάβλητη στον χώρο και στον χρόνο. Τέτοια είναι γενικά τα ομογενή υγρά σταθερής θερμοκρασίας – αφού τα υγρά θεωρούνται ασυμπίεστα ρευστά.

Μη ομογενές ρευστό σύστημα είναι εκείνο που περιέχει δύο ή περισσότερα καθορισμένα είδη ρευστών, με ή χωρίς προσμίξεις. Η αναλογία του κάθε συστατικού (συγκέντρωση αυτού του συστατικού) μπορεί να μεταβάλλεται από σημείου σε σημείο και στον χρόνο, όπως μπορεί επίσης το σύστημα να είναι μιας ή περισσότερων φάσεων. Στο **μη ομογενές σύστημα μιας φάσης** (π.χ. υγρό-υγρό), όλα τα συστατικά βρίσκονται στην ίδια φάση, π.χ. μια φλέβα καθαρού νερού εκτοξευόμενη μέσα σε αλατούχο υδαρές διάλυμα. Σε ένα **μη ομογενές σύστημα πολλών φάσεων** (π.χ. υγρό-αέριο, υγρό-στερεό), τα συστατικά ανήκουν σε διαφορετικές φάσεις, π.χ. ροή μίγματος νερού και φυσαλίδων αέρα, ή νερό με πάγο.

Διφασική ροή

Με το όρο ρευστοδυναμική μεταφορά χαρακτηρίζεται η δυνατότητα μεταφοράς στερεών υλών με την βοήθεια της ροής των ρευστών. Το ρευστό που μεταφέρει την κατάλληλη τεμαχισμένη στερεά ύλη λέγεται **φορέας**. Ανάλογα αν ο φορέας είναι υγρό ή αέριο γίνεται η διάκριση ανάμεσα στην **υδραυλική** ή **πνευματική** μεταφορά αντίστοιχα.

Σκοπός της μελέτης των διφασικών ροών, που λαμβάνουν χώρα στη ρευστοδυναμική μεταφορά, είναι η ανεύρεση των συνθηκών εκείνων, για τις οποίες πραγματοποιείται βέλτιστα, από οικονομική άποψη, η ρευστομεταφορά.

Γενική θεώρηση διφασικής ροής

Φάση είναι απλά μια από τις καταστάσεις της ύλης και μπορεί να είναι αέρια, υγρή και στερεή. **Πολυφασική ροή** είναι η ταυτόχρονη ροή διαφόρων φάσεων. **Διφασική ροή** είναι η απλούστερη περίπτωση της πολυφασικής ροής.

Η διφασική ροή εμφανίζεται τόσο στο φυσικό κόσμο (π.χ. ομίχλη, καπνός, βροχή, σύννεφα, ανεμοθύελλες, αίμα, κ.λπ.), όσο και στο χώρο της τεχνικής (π.χ. εξάτμιση και συμπύκνωση στις ψυκτικές εγκαταστάσεις, στους σταθμούς παραγωγής ισχύος και σε διάφορες βιομηχανίες όπου γίνεται μεταφορά των διαφόρων υλών με τη βοήθεια ρευστών κ.λπ.).

Η διφασική ροή υπακούει σε όλους τους βασικούς νόμους της μηχανικής των ρευστών, με τη διαφορά ότι οι εξισώσεις είναι περισσότερο πολύπλοκες από αυτές της μονοφασικής ροής. Για τη διερεύνηση της διφασικής ροής έχουν αναπτυχθεί διάφορα μοντέλα, τα οποία ενώ δεν υπεισέρχονται στις λεπτομέρειες της ροής, δίνουν επιτυχή αποτελέσματα.

Για παράδειγμα στο **μοντέλο της ομογενούς ροής** οι δύο φάσεις θεωρούνται σαν ένα υποθετικό ρευστό, του οποίου οι ιδιότητες αποτελούν κατά ένα τρόπο το μέσο όρο των ιδιοτήτων των δύο φάσεων. Στο **μοντέλο της διαχωρισμένης ροής** οι δύο φάσεις θεωρούνται ότι ρέουν παράλληλα. Ξεχωριστές εξισώσεις γράφονται για την κάθε φάση ενώ λαμβάνεται υπόψη και η αλληλεπίδραση μεταξύ των δύο φάσεων.

Στην περίπτωση της ροής αίματος εντός πάρα πολύ μικρών τριχοειδών αγγείων η μοντελοποίηση λαμβάνει τα ερυθρά αιμοσφαίρια ως ανεξάρτητα σώματα μέσα στο πλάσμα με συγκεκριμένες ιδιότητες.

Ισότροπο και μη ισότροπο ρευστό.

Ισότροπο είναι ένα ρευστό που σε κάθε σημείο αυτού οι μακροσκοπικές εκδηλώσεις (=τρόποι) των ιδιοτήτων του, και πολλές φορές η μηχανική του συμπεριφορά, δηλ. οι τάσεις και παραμορφώσεις πάνω σε αυτό, δεν εξαρτώνται από την διεύθυνση, δηλ. δεν παρουσιάζουν ορισμένες προτιμώμενες ή προνομιούχες κατευθύνσεις. Με άλλα λόγια η συμπεριφορά αυτή είναι ανεξάρτητη του προσανατολισμού του στοιχείου ή της μορφής των αξόνων. Γενικά στη Ρευστομηχανική τα ρευστά θεωρούνται όχι μόνο συνεχή μέσα αλλά και με ισότροπες ιδιότητες.

Είδη ροής

1. Σταθερή και μη σταθερή ροή.

Μια ροή καλείται **μόνιμη ή σταθερή** όταν για όλες τις ιδιότητες αυτής A , σε κάθε σημείο του πεδίου ροής, είναι $\frac{\partial A}{\partial t} = 0$.

Αντίθετα, αν έστω κι ένα από τα μεγέθη A είναι συνάρτηση του χρόνου, τότε η ροή καλείται **μη μόνιμη ή μη σταθερή**.

2. Ομοιόμορφη και ανομοιόμορφη ροή.

Αν κατά μήκος μιας γραμμής ροής είναι $(\bar{v} \cdot \nabla)\bar{v} = 0$,

Τότε η ροή ονομάζεται **ομοιόμορφη**, ενώ σε αντίθετη περίπτωση ονομάζεται **ανομοιόμορφη ή μεταβαλλόμενη**. Η ομοιομορφία (ή μη) μιας ροής αφορά χωρικές μεταβολές (κατά την έννοια των γραμμών ροής) κι όχι μεταβολές με το χρόνο, δηλ. σε περίπτωση ομοιόμορφης ροής είναι κατά μήκος μιας γραμμής ροής

$$\bar{v} = \bar{v}(t) = \text{σταθ.}$$

Στην ομοιόμορφη ροή η ταχύτητα παραμένει σταθερή κατά μέγεθος-διεύθυνση κατά μήκος μιας γραμμής ροής, αν δε όλο το πεδίο ροής είναι ομοιόμορφο, τότε όλες οι γραμμές ροής είναι ευθείες παράλληλες. Ωστόσο σε γειτονικές γραμμές ροής οι

ταχύτητες θα έχουν το ίδιο μέγεθος, ακριβώς δε αυτό συνιστά το βασικό χαρακτηριστικό της ροής.

3. Συμπιεστή και ασυμπιεστή ροή.

Όταν η πυκνότητα του ρευστού μπορεί να θεωρηθεί σταθερή σε ολόκληρη την περιοχή του πεδίου ροής, τότε η ροή καλείται **ασυμπιεστή**. Στην αντίθετη περίπτωση καλείται συμπιεστή.

4. Υποηχητική και υπερηχητική ροή.

Όταν η ταχύτητα V ενός ρευστού (π.χ. η ταχύτητα του ατμοσφαιρικού αέρα γύρω από την άτρακτο και τις πτέρυγες ενός αεροσκάφους) είναι μικρότερη από την ταχύτητα του ήχου σε αυτό το ρευστό η ροή χαρακτηρίζεται ως **υποηχητική**. Όταν όμως $V > c$, τότε χαρακτηρίζεται ως **υπερηχητική**.

Κριτήριο για τον χαρακτηρισμό της ροής ως υποηχητικής ή υπερηχητικής αποτελεί ο αριθμός Mach, ο οποίος ορίζεται ως

$$M = V/c$$

Όπου V είναι η ταχύτητα του ρευστού και c η τοπική ταχύτητα του ήχου (εντός του ρευστού).

Όταν $M < 1$ η ροή χαρακτηρίζεται ως υποηχητική.

Όταν $M > 1$ η ροή χαρακτηρίζεται ως υπερηχητική.

Όταν $M = 1$ η ροή χαρακτηρίζεται ως μεταβατική.

(Όταν $M < 0,3$, τότε το ρευστό μπορεί να θεωρηθεί ως ασυμπιεστό).

5. Στροβιλή και αστρόβιλη (ή δυναμική) ροή.

Ορίζουμε ως στροβιλισμό Ω του διανυσματικού πεδίου ταχύτητας $\mathbf{q} = \mathbf{q}(\mathbf{r}, t)$ και συμβολίζουμε αυτόν ως $\text{curl} \mathbf{q}$ ή $\text{rot} \mathbf{q}$ ή $\nabla \times \mathbf{q}$ την ποσότητα

$$\Omega = \nabla \times \mathbf{q} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ u & v & w \end{vmatrix}.$$

Ο στροβιλισμός ενός διανυσματικού πεδίου δείχνει την ύπαρξη περιστροφικών ιδιοτήτων του πεδίου, και είναι μηδενικός όταν δεν υπάρχουν περιστροφές. Μία ροή χαρακτηρίζεται ως **αστρόβιλη** όταν κανένα ρευστό σωματίδιο δεν περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του, δηλαδή η γωνιακή ταχύτητα του στοιχείου είναι μηδέν.

6. Στρωτή και τυρβώδη ροή.

Στρωτή ροή ονομάζεται η ροή, κατά την οποία τα σωματίδια του ρευστού κινούνται με σταθερή ταχύτητα κατά στρώματα. Αυτό σημαίνει ότι όλα τα σωματίδια του ρευστού που βρίσκονται στο ίδιο στρώμα, κινούνται με την ίδια ταχύτητα κατά την διεύθυνση της ροής και μόνο, ανεξάρτητα από τη θέση τους. Έτσι στη στρωτή ροή δεν έχουμε μακροσκοπική ανάμιξη των γειτονικών στρωμάτων του ρευστού. Η ανταλλαγή της ορμής μεταξύ των στρωμάτων γίνεται σε μοριακό επίπεδο με διάχυση. Κάθε τάση του ρευστού προς αστάθεια και δημιουργία στροβίλων, εξισορροπείται από ιξώδεις διατμητικές τάσεις.

Τυρβώδης είναι η ιξώδης ροή κατά την οποία τα σωματίδια του ρευστού, κινούνται ακανόνιστα και τυχαία προς όλες τις κατευθύνσεις. Έτσι έχουμε μια ακανόνιστη και τυχαία μεταφορά ορμής μεταξύ των σωματιδίων του ρευστού. Αποτέλεσμα αυτής της τυχαίας κίνησης είναι ότι οι ιδιότητες του ρευστού σε οποιοδήποτε σημείο μεταβάλλονται συνεχώς κατά τυχαίο τρόπο με τον χρόνο και τη θέση. Συνεπώς σε μία μόνιμη τυρβώδη ροή οι τιμές των μεγεθών που παραμένουν σταθερές με το χρόνο είναι οι μέσες τιμές.

Η μετάβαση της ροής από στρωτή σε τυρβώδη δεν γίνεται απότομα σε ένα σημείο, αλλά μεσολαβεί κάποιο ενδιάμεσο τμήμα ροής όπου η ροή ονομάζεται **μεταβατική ροή**.

Γενικοί ορισμοί για την ροή

Εξωτερική ή βυθισμένη ροή ονομάζεται η ροή ενός άπειρου ρευστού γύρω από ένα στερεό σώμα, π.χ. μια σφαίρα, ενώ **εσωτερική ροή** ονομάζεται η ροή που λαμβάνει χώρα μεταξύ στερεών ορίων.

Μονοδιάστατη ονομάζεται η ροή της οποίας όλες οι ιδιότητες (ταχύτητες, πιέσεις, κ.λπ.) εξαρτώνται από μια μεταβλητή του χώρου (και τον χρόνο).

Δισδιάστατη ή επίπεδη ονομάζεται η ροή στην οποία όλες οι ιδιότητες (ταχύτητες, πιέσεις, κ.λπ.) εξαρτώνται από δύο μεταβλητές του χώρου (και τον χρόνο). Αντιστοίχως ορίζεται και η τρισδιάστατη ροή.

Ροή μιας κατεύθυνσης ή παράλληλη ροή είναι εκείνη στην οποία υπάρχει μόνο μια συνιστώσα της ταχύτητας, π.χ. η u .

Στην **ροή δύο κατευθύνσεων** υπάρχουν δύο συνιστώσες της ταχύτητας, π.χ. (u, v).

Αξονοσυμμετρική είναι η ροή όταν υπάρχει άξονας συμμετρίας αυτής (π.χ. ροή γύρω από διαμήκη κύλινδρο).

Ακτινική είναι η επίπεδη ροή που εκπηγάει ή κατευθύνεται προς ένα σημείο του χώρου.

Αξονική είναι η κίνηση παράλληλα προς άξονα.

Αδιατάρακτη είναι η ροή μακριά από στερεά όρια.

Διαταραγμένη είναι η ροή κοντά και ιδίως πίσω από στερεά σώματα.

Κυκλική είναι η ροή όταν οι γραμμές ροής είναι συγκεντρικοί κύκλοι, ενώ **σπειροειδής, ημιτονοειδής, κ.λπ.** είναι οι ροές που οι γραμμές ροής έχουν αντίστοιχο σχήμα.

Ανάλυση της κινήσεως του ρευστού

Για ένα στοιχείο ρευστού σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου:

Η όλη μετακίνηση του ρευστού μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελείται από τα εξής «είδη» μετακινήσεως:

1. Απλή μετάθεση του στοιχείου [$u dt, v dt, w dt$], χωρίς μεταβολή της μορφής ούτε του προσανατολισμού. Ταχύτητες απλής μεταθέσεως u, v, w .

2. Απλή περιστροφή [$\frac{1}{2}(\eta dz - \zeta dy) dt, \frac{1}{2}(\zeta dx - \xi dz) dt, \frac{1}{2}(\xi dy - \eta dx) dt$], δηλαδή αλλαγή προσανατολισμού χωρίς μεταβολή μορφής. Ταχύτητες απλής περιστροφής $\frac{1}{2}(\eta dz - \zeta dy)$,

$\frac{1}{2}(\zeta dx - \xi dz)$, $\frac{1}{2}(\xi dy - \eta dx)$, με ξ , η , ζ τις συνιστώσες του διπλασίου της μέσης γωνιακής ταχύτητας περιστροφής του σωματίου.

3. Απλή γραμμική παραμόρφωση [$\varepsilon_{xx} dx dt$, $\varepsilon_{yy} dy dt$, $\varepsilon_{zz} dz dt$] που οφείλεται σε μεταβολή του μήκους των πλευρών του στοιχείου. Ταχύτητες γραμμικής παραμορφώσεως ανά μονάδα μήκους ε_{xx} , ε_{yy} , ε_{zz} .

4. Καθαρή γωνιακή παραμόρφωση [$\frac{1}{2}(V_{xy} dy + V_{zx} dz) dt$, $\frac{1}{2}(V_{xy} dx + V_{yz} dy) dt$, $\frac{1}{2}(V_{zx} dx + V_{yz} dy) dt$] που οφείλεται στην μεταβολή των τριέδρων γωνιών του στοιχείου. Ταχύτητες γωνιακής παραμορφώσεως V_{xy} , V_{yz} , V_{zx} .

όπου:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z},$$

$$V_{xy} = \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad V_{yz} = \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right), \quad V_{zx} = \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right),$$

$$\xi = \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right), \quad \eta = \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right), \quad \zeta = \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right).$$

Πραγματικά ρευστά – Κινηματικές εξισώσεις αυτών

Οι γενικές εξισώσεις κινήσεως που ισχύουν για οποιοδήποτε πραγματικό ρευστό, σε πεδίο καθολικών δυνάμεων, **χωρίς κανένα περιορισμό** και για ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων είναι οι:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \rho F_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \rho F_y + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z}$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \rho F_z + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z}$$

Η εκάστοτε μορφή αυτών, όσο αφορά το δεύτερο μέλος, εξαρτάται από τον αντίστοιχο συσχετισμό των τάσεων και της ταχύτητας παραμορφώσεως αυτού.

(Η μαθηματική σχέση που συνδέει τις τάσεις τ_{ij} ενός ρευστού με τις παραμορφώσεις e_{ij}

λέγεται **καταστατική εξίσωση**).

Για Νευτώνεια ρευστά και θεωρώντας επιπλέον ότι είναι ασυμπίεστα και ομογενή (επομένως ότι ισχύει η υπόθεση Stokes) παίρνουμε τις **εξισώσεις Navier-Stokes**

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)$$

όπου $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ είναι ο συντελεστής του κινηματικού ιξώδους.

Η αντίστοιχη διανυσματική μορφή είναι

$$\rho \frac{D\bar{q}}{Dt} = \rho \bar{F} - \bar{\nabla} P + \mu \bar{\nabla}^2 \bar{q}.$$