

# Εξετάσεις Κβαντική Φυσική 2, Ιούνιος 2023

Όνοματεπώνυμο:

Εξάμηνο:

ΑΜ:

Εργασίες:

## Μέρος Α

Απαντήστε στα παρακάτω ερωτήματα πολλαπλής επιλογής. Κάθε ορθή απάντηση είναι +0,5 μονάδες, για κάθε λανθασμένη αφαιρούνται 0,1 μονάδες. Δεν προσθαφαιρείται βαθμός για μη απάντηση.

1. Κιούμπιτ προετοιμάζεται σε κατάσταση  $|\psi_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{13}}(2|0\rangle + 3|1\rangle)$ . Αρχικά του γίνεται μέτρηση του τελεστή  $\hat{\sigma}_1$  και μετά μέτρηση του  $\hat{\sigma}_3$ . Ποια είναι η μέση τιμή του  $\hat{\sigma}_3$  στη δεύτερη μέτρηση, αν στην πρώτη βρέθηκε αποτέλεσμα +1;

(α)  $-\frac{3}{13}$     (β)  $-\frac{1}{13}$     (γ) 0 ✓    (δ)  $\frac{1}{13}$     (ε)  $\frac{3}{13}$

Αφού η πρώτη μέτρηση έδωσε +1, το κιούμπιτ μετά τη μέτρηση βρίσκεται στην αντίστοιχη ιδιοκατάσταση του  $\hat{\sigma}_1$ ,  $|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ . Αμέσως βρίσκουμε ότι  $\langle +|\hat{\sigma}_3|+\rangle = 0$ .

2. Σωματίο κινείται στην ημιευθεία κάτω από δυναμικό  $V(x) = V_0 \tanh x$ , όπου  $V_0 > 0$ . Το φάσμα του είναι

(α) μόνο διακριτό με εκφυλισμό 1  
(β) διακριτό με εκφυλισμό 1, συνεχές με εκφυλισμό 1 ✓  
(γ) διακριτό με εκφυλισμό 1, συνεχές με εκφυλισμό 2  
(δ) μόνο συνεχές με εκφυλισμό 1  
(ε) μόνο συνεχές με εκφυλισμό 2

3. Κβαντικό σύστημα προετοιμάζεται σε μία κατάσταση επαλληλίας ιδιοκαταστάσεων της ενέργειας  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|\epsilon\rangle + |3\epsilon\rangle)$ . Αν μετρήσουμε την ενέργεια, θα πάρουμε

(α) αποτέλεσμα  $2\epsilon$   
(β) αποτέλεσμα  $\epsilon$  με πιθανότητα  $\frac{1}{2}$  ή αποτέλεσμα  $3\epsilon$  με πιθανότητα  $\frac{1}{2}$  ✓  
(γ) αποτέλεσμα  $\epsilon$  με πιθανότητα  $\frac{1}{4}$  ή αποτέλεσμα  $3\epsilon$  με πιθανότητα  $\frac{3}{4}$   
(δ) οποιοδήποτε αποτέλεσμα στο διάστημα  $[\epsilon, 3\epsilon]$  ισοπίθανα  
(ε) κανένα αποτέλεσμα γιατί δεν μπορούν να υπάρξουν επαλληλίες ιδιοκαταστάσεων της ενέργειας

4. Οι ιδιοτιμές της ενέργειας για σωματίο σε κεντρικό πηγάδι δυναμικού είναι της μορφής  $E_{n,\ell} = n^2 - 2\ell$ , όπου  $n$  ο κύριος κβαντικός αριθμός και  $\ell$  ο κβαντικός αριθμός της στροφορμής. Έστω ότι στο πηγάδι βρίσκονται 20 πρωτόνια. Πόση είναι η ενέργεια της θεμελιώδους κατάστασης;

(α) 72 ✓    (β) 79    (γ) 95    (δ) 107    (ε) 123

5. Θεωρείστε το παραπάνω πρόβλημα στην περίπτωση που μέσα στο πηγάδι βρίσκονται 20 πυρήνες ηλίου ( $Z = 2, A = 4$ ). Πόση είναι η ενέργεια της θεμελιώδους;

(α) η ίδια έκφραση με πριν    (β) 10    (γ) 20 ✓    (δ) 30    (ε) 50

6. Ποια από τις παρακάτω κυματοσυναρτήσεις δεν είναι τετραγωνικά ολοκληρώσιμη στο  $\mathbf{R}$ ;

(α)  $\psi(x) = \frac{e^{-|x|}}{1+|x|}$     (β)  $\psi(x) = \frac{1}{1+x^2}$     (γ)  $\psi(x) = \frac{\cos x}{x}$  ✓    (δ)  $\psi(x) = e^{-x^2+2x}$     (ε)  $\psi(x) = \frac{\sin x}{x}$

7.  $\int_0^\infty dx \delta'(x^2 - 1) \frac{1}{x^2+1} =$

(α)  $-\frac{1}{2}$     (β)  $-\frac{1}{4}$     (γ) 0    (δ)  $\frac{1}{4}$  ✓    (ε)  $\frac{1}{2}$

8. Στη σχέση αβεβαιότητας Kennard-Robertson  $\Delta x \Delta p \geq \frac{1}{2}$ , οι ποσότητες  $\Delta x$  και  $\Delta p$  αναφέρονται  
 (α) σε λάθη μέτρησης σε ένα πείραμα (β) σε λάθη μέτρησης σε δυο διαφορετικά πειράματα  
 (γ) στην στατιστική των αποτελεσμάτων της μέτρησης σε ένα πείραμα (δ) στην στατιστική των αποτελεσμάτων της μέτρησης σε δύο διαφορετικά πειράματα ✓ (ε) το  $\Delta x$  σε λάθος της μέτρησης και το  $\Delta p$  στην αλλαγή της ορμής λόγω μέτρησης
9. Σύστημα προετοιμάζεται σε ιδιοδιάνυσμα της στροφορμής  $|j, m\rangle = |\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$ . Το περιστρέφουμε κατά  $\pi$  ως προς τον άξονα 3, και μετά δρούμε τον τελεστή αντιστροφής του χρόνου. Το τελικό καταστατικό διάνυσμα είναι  
 (α)  $|\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$  (β)  $|\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$  (γ)  $i|\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\rangle$  ✓ (δ)  $-i|\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\rangle$  (ε)  $-|\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\rangle$
10. Για κβαντικό αριθμό  $j = 1$  της στροφορμής,  $Tr \hat{J}_3^2 =$   
 (α) 0 (β) 1 (γ) 2 ✓ (δ) 3 (ε) 4
11. Σύστημα δύο κιούμπι προετοιμάζεται στην κατάσταση  $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{10}}(|0, 0\rangle + 3|1, 1\rangle)$ . Η αναμενόμενη τιμή της μέτρησης του  $\hat{\sigma}_1 \otimes \hat{\sigma}_2$  είναι  
 (α)  $-\frac{3}{5}$  (β)  $-\frac{1}{5}$  (γ) 0 ✓ (δ)  $\frac{1}{5}$  (ε)  $\frac{3}{5}$
12. Σύστημα δύο κιούμπι προετοιμάζεται στην κατάσταση  $|\psi\rangle = \frac{1}{2}(|0, 0\rangle + |0, 1\rangle - \sqrt{2}|1, 1\rangle)$ . Το διάνυσμα Μπλοχ της ανηγμένης μήτρας πυκνότητας  $\hat{\rho}_1$  είναι  
 (α) (0, 0, 0) (β)  $(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0)$  (γ)  $(-\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0)$  (δ)  $(0, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0)$  (ε)  $(0, -\frac{1}{\sqrt{2}}, 0)$
- Η ανηγμένη μήτρα πυκνότητας είναι  $\hat{\rho}_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{4} \\ -\frac{\sqrt{2}}{4} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ .

## Μέρος Β

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις. Δώστε μόνο τελική απάντηση, χωρίς τεκμηρίωση. (0, 6 + 0, 6)

- Για σύνθεση στροφορμών  $\underline{2} \otimes \underline{4} \otimes \underline{4} = \underline{2} \oplus \underline{2} \oplus \underline{4} \oplus \underline{4} \oplus \underline{6} \oplus \underline{6} \oplus \underline{8}$ .
- Σωμάτιο εντός δυναμικού περιγράφεται από συνάρτηση αριθμού καταστάσεων  $\Omega(\epsilon) = \exp(\epsilon)$ . Έστω ότι έχουμε  $N \gg 1$  φερμιόνια σε τέτοιο δυναμικό. Η ενέργεια της θεμελιώδους κατάστασης είναι

$$E_0 = N(\ln N - 1) + 1.$$

## Μέρος Γ

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις.

- (α) Υπολογίστε την τυπική απόκλιση  $\Delta x(t)$  ενός ελεύθερου σωματιδίου ως συνάρτηση του χρόνου  $t$ . Θεωρείστε ότι στην αρχική κατάσταση ο συσχετισμός  $C_{xp}$  μηδενίζεται. (1)
- (α) Μπορεί ένα ουδέτερο σωματίο να έχει γυρομαγνητικό λόγο διάφορο από το μηδέν; (β) Μπορεί ένα σωματίο με μηδενικό spin να έχει γυρομαγνητικό λόγο διάφορο από το μηδέν; (0,5)
- Η αδιατάρακτη Χαμιλτονιανή σε ένα σύστημα ικανοποιεί την εξίσωση ιδιοτιμών  $\hat{H}_0|n\rangle = n^2|n\rangle$ , όπου  $n = 1, 2, \dots$ . Η διαταραχή δρα ως  $\hat{V}|n\rangle = \frac{1}{2}V_0(|n-1\rangle + |n+1\rangle)$  αν  $n > 1$  και ως  $\hat{V}|1\rangle = V_0|2\rangle$ . (α) Δείξτε ότι οι διορθώσεις πρώτης τάξης στην ενέργεια μηδενίζονται. (β) Υπολογίστε τη διόρθωση δεύτερης τάξης στην ενέργεια για τη θεμελιώδη και για τη δεύτερη διεγερμένη κατάσταση. (1,3)