

Εξετάσεις Κβαντική Φυσική 2, Ιούνιος 2021

Διάρκεια εξέτασης: 2 ώρες

Όνοματεπώνυμο:

Εξάμηνο:

Αριθμός μητρώου:

Τμήμα και αριθμός θέσης:

Μέρος Α

Απαντήστε στα παρακάτω ερωτήματα πολλαπλής επιλογής. Κάθε ορθή απάντηση είναι +0,5 μονάδες, μέχρι μία λάθος απάντηση δεν αφαιρείται βαθμός, για κάθε λανθασμένη μετά την πρώτη αφαιρούνται 0,2 μονάδες. Δεν προσθαφαιρείται βαθμός για μη απάντηση.

- Κιούμπι προετοιμάζεται σε κατάσταση $|\psi_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{5}}(|0\rangle + 2|1\rangle)$. Αρχικά του γίνεται μέτρηση του τελεστή $\hat{A} = \hat{\sigma}_2$ και μετά μέτρηση του $\hat{\sigma}_1$. Ποια είναι η πιθανότητα να δώσουν και οι δύο τιμή +1;
(α) $\frac{1}{20}$ (β) $\frac{3}{20}$ (γ) $\frac{5}{20}$ (δ) $\frac{9}{20}$ (ε) $\frac{11}{20}$
- Σύστημα δύο κιούμπι προετοιμάζεται στην κατάσταση $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0, 1\rangle + |1, 0\rangle)$. Η αναμενόμενη τιμή του τελεστή $\hat{\sigma}_2 \otimes \hat{\sigma}_2$ είναι
(α) 1 (β) -1 (γ) 0 (δ) $\frac{1}{2}$ (ε) $-\frac{1}{2}$
- Οι ιδιοτιμές της ενέργειας ενός σφαιρικά συμμετρικού δυναμικού σε αδιάστατες μονάδες είναι $E_{n,\ell} = -\frac{1}{n+\ell}$, όπου n, ℓ οι συνήθεις κβαντικοί αριθμοί για σφαιρικά συμμετρικά δυναμικά ($n \geq 1, 0 \leq \ell < n$). Έστω ότι έχουμε 16 ηλεκτρόνια σε ένα τέτοιο δυναμικό. Πόση είναι η ενέργεια της θεμελιώδους κατάστασης;
(α) $-\frac{14}{3}$ (β) $-\frac{17}{3}$ (γ) $-\frac{20}{3}$ (δ) $-\frac{23}{3}$ (ε) $-\frac{26}{3}$
- Σωματίο κινείται στην ημιευθεία κάτω από δυναμικό $V(x) = a \sinh x$, όπου $a > 0$. Το φάσμα του είναι
(α) μόνο διακριτό με εκφυλισμό 1
(β) διακριτό με εκφυλισμό 1, συνεχές με εκφυλισμό 1
(γ) διακριτό με εκφυλισμό 1, συνεχές με εκφυλισμό 2
(δ) μόνο συνεχές με εκφυλισμό 1
(ε) μόνο συνεχές με εκφυλισμό 2
- Σωματίο σε μια διάσταση χαρακτηρίζεται από ενεργειακά επίπεδα $E_n = (n_1^2 + n_2^2)^{1/2}$, σε αδιάστατες μονάδες, όπου $n_1, n_2 = 0, 1, 2, \dots$. Η συνάρτηση κατανομής καταστάσεων $g(\epsilon)$ στο όριο του συνεχούς είναι ανάλογη του
(α) $\epsilon^{1/2}$ (β) ϵ (γ) $\epsilon^{3/2}$ (δ) ϵ^2 (ε) ϵ^3
- Θεωρείστε σύστημα N μη αλληλεπιδρώντων φερμιονίων με τα ενεργειακά επίπεδα του καθενός όπως στο παραπάνω ερώτημα. Στο όριο των μεγάλων N , η ενέργεια της θεμελιώδους κατάστασης είναι ανάλογη του
(α) $N^{6/5}$ (β) $N^{5/4}$ (γ) $N^{4/3}$ (δ) $N^{3/2}$ (ε) $N^{5/3}$
- Σύστημα δύο κιούμπι προετοιμάζεται στην κατάσταση $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|0, 0\rangle + \sqrt{2}|1, 1\rangle)$. Η καθαρότητα $\gamma = \text{Tr} \hat{\rho}_1^2$ της ανηγμένης μήτρας πυκνότητας $\hat{\rho}_1$ είναι
(α) $\frac{1}{3}$ (β) $\frac{2}{3}$ (γ) $\frac{4}{9}$ (δ) $\frac{5}{9}$ (ε) $\frac{7}{9}$

Μέρος Β

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις. Δώστε μόνο τελική απάντηση, δεν απαιτείται τεκμηρίωση. (0, 6 + 0, 6 + 0, 8 + 0, 8 + 0, 8 + 0, 6)

1. Από τις παρακάτω συναρτήσεις, σημειώστε αυτές που είναι τετραγωνικά ολοκληρώσιμες στο \mathbf{R} .

$$e^{-|x|} \quad \frac{x}{\sin x} \quad \frac{1}{(x^2+1)^{1/3}} \quad \frac{1}{x^3} \quad \frac{\sin x}{x} \quad \frac{1}{|x|+1} .$$

2. Γράψτε το αποτέλεσμα της ολοκλήρωσης $\int_{-\infty}^{\infty} dx \sin(ax)\delta'(x^2 - 1) = \dots\dots\dots$

3. Για σύνθεση στροφορμών $\underline{2} \otimes \underline{2} \otimes \underline{2} \otimes \underline{4} =$

4. Αν $|j, m\rangle$ είναι η σύνηθης βάση της στροφορμής, υπολογίστε τα εξής στοιχεία πίνακα.

- $\langle \frac{3}{2}, \frac{1}{2} | \hat{J}_1 | \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \rangle =$
- $\langle \frac{3}{2}, \frac{1}{2} | \hat{J}_3 | \frac{5}{2}, \frac{1}{2} \rangle =$
- $\langle \frac{5}{2}, \frac{1}{2} | \hat{J}_2 | \frac{5}{2}, -\frac{3}{2} \rangle =$
- $\langle \frac{3}{2}, \frac{1}{2} | \hat{J}_1^2 | \frac{3}{2}, \frac{1}{2} \rangle =$

5. Ο μοναδιαίος πίνακας $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ δρα σε σωματίο με σπιν $\frac{1}{2}$.

Αντιστοιχεί σε περιστροφή γύρω από τον άξονα $\mathbf{n} = \dots\dots\dots$ κατά γωνία $\theta = \dots\dots\dots$

6. Σωματίο βρίσκεται στην ημιευθεία κάτω από δυναμικό $V(x) = ax^6$, όπου $a > 0$. Γράψτε μία συνεπή δοκιμαστική κυματοσυνάρτηση για τον υπολογισμό της ενέργειας της θεμελιώδους κατάστασης σύμφωνα με τη θεωρία μεταβολών.

$\psi_b(x) = .$

Μέρος Γ

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις.

1. Δείξτε ότι το γινόμενο δύο αντιμοναδιαίων τελεστών είναι μοναδιαίος τελεστής. (0,6)
2. Γιατί η συνεισφορά του πυρήνα στη μαγνητική διπολική ροπή των ατόμων είναι πολύ μικρότερη από αυτήν των ηλεκτρονίων; (0,5)
3. Δείξτε ότι αν ένας τελεστής μετατίθεται με δύο συνιστώσες της στροφορμής \hat{J}_i , τότε μετατίθεται και με την τρίτη. (0,6)
4. Δείξτε ότι για οποιαδήποτε ιδιοκατάσταση $|\psi\rangle$ του τελεστή Σρέντινγκερ στις τρεις διαστάσεις, $\langle \psi | \hat{p} | \psi \rangle = 0$. (0,6)