

Εξετάσεις Κβαντική Φυσική 2

Σεπτέμβριος 2017

Διάρκεια εξέτασης: 3 ώρες

Όνοματεπώνυμο:

Εξάμηνο:

Αριθμός μητρώου:

Μέρος Α

Απαντήστε στα παρακάτω ερωτήματα πολλαπλής επιλογής. Κάθε ορθή απάντηση είναι +0,4 μονάδες, μέχρι δύο λάθος απαντήσεις δεν αφαιρείται βαθμός, για κάθε λανθασμένη πάνω από δύο αφαιρούνται 0,15 μονάδες, δεν προσθαφαιρείται βαθμός για μη απάντηση.

1. $\delta(x^2 - 1) =$

(α') $\frac{1}{2}\delta(x - 1)$

(β') $\sqrt{\delta(x - 1)\delta(x + 1)}$

(γ') $\delta(x - 1)\delta(x + 1)$

(δ') $\frac{1}{2}\delta(x - 1) + \frac{1}{2}\delta(x + 1)$

(ε') $\frac{1}{4}\delta(x - 1)\delta(x + 1)$

2. Ποια από τις παρακάτω κυματοσυναρτήσεις είναι τετραγωνικά ολοκληρώσιμη στο \mathbf{R} ;

(α') $\psi(x) = e^{-x}$

(β') $\psi(x) = x^{-4}$

(γ') $\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$

(δ') $\psi(x) = \frac{1}{|x|+1}$

(ε') $\psi(x) = \coth x$

3. Από τις παρακάτω προτάσεις σχετικά με τελεστές σημειώστε τη μοναδική που αληθεύει.

(α') Ένας τελεστής σε χώρο Χίλμπερτ μεγάλης αλλά πεπερασμένης διάστασης μπορεί να έχει συνεχές φάσμα.

(β') Ένας προβολικός τελεστής έχει ιδιοτιμές 0, 1, 2, 3,...

(γ') Το άθροισμα δύο προβολικών τελεστών είναι πάντα προβολικός τελεστής.

(δ') Το γινόμενο δύο αυτοσυζυγών τελεστών είναι πάντα αυτοσυζυγής τελεστής.

(ε') Ένας τελεστής με συνεχές φάσμα δεν μπορεί να έχει πεπερασμένο ίχνος.

4. Το διάνυσμα Μπλοχ που αντιστοιχεί στην κατάσταση $|\psi\rangle = \frac{1}{5}(3|0\rangle + 4i|1\rangle)$ είναι

(α') $\frac{1}{25}(24, 0, 7)$

(β') $\frac{1}{25}(-24, 0, 7)$

(γ') $\frac{1}{25}(0, 24, 7)$

(δ') $\frac{1}{25}(0, -24, 7)$

(ε') $\frac{1}{25}(24, 7, 0)$

5. Κιούμπι προετοιμάζεται σε κατάσταση $|0\rangle$. Γίνεται πρώτα μέτρηση της ποσότητας $\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{\sigma}_1 + \hat{\sigma}_2)$ και μετά της ποσότητας $\hat{\sigma}_3$. Ποια η πιθανότητα να δώσουν και οι δύο μετρήσεις τιμή +1;

(α') $\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\begin{aligned}
(\beta') & \frac{1}{2} \\
(\gamma') & \frac{1}{2\sqrt{2}} \\
(\delta') & \frac{1}{4} \\
(\epsilon') & \frac{1}{8}
\end{aligned}$$

6. Αν ένα σύνθετο σύστημα είναι σε καθαρή κατάσταση, η ανηγμένη μήτρα πυκνότητας των συστατικών του

- (α') είναι πάντα καθαρή.
- (β') είναι πάντα μικτή.
- (γ') δεν ορίζεται.
- (δ') είναι καθαρή μόνο αν το συνολικό σύστημα είναι εναγκαλισμένο.
- (ε') είναι μικτή μόνο αν το συνολικό σύστημα είναι εναγκαλισμένο.

7. Σύστημα δύο κιούμπιτ προετοιμάζεται σε κατάσταση $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{5}} (|0, 1\rangle + 2i|1, 0\rangle)$. Η ποσότητα $\langle\psi|\hat{\sigma}_1 \otimes \hat{\sigma}_2|\psi\rangle$ είναι

$$\begin{aligned}
(\alpha') & 0 \\
(\beta') & \frac{1}{5} \\
(\gamma') & -\frac{1}{5} \\
(\delta') & \frac{4}{5} \\
(\epsilon') & -\frac{4}{5}
\end{aligned}$$

8. Σύνθετο σύστημα αποτελείται από σωματία με σπιν $j_1 = \frac{1}{2}$, $j_2 = 1$ και $j_3 = \frac{3}{2}$. Ποιες οι δυνατές τιμές της ολικής στροφορμής J ;

$$\begin{aligned}
(\alpha') & -3, -2, -1, 1, 2, 3 \\
(\beta') & -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \\
(\gamma') & 0, 1, 2, 3, \\
(\delta') & 1, 2, 3 \\
(\epsilon') & \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3
\end{aligned}$$

9. Έστω \hat{T} ο τελεστής αντιστροφής χρόνου και $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1, 0\rangle + i|3, 1\rangle)$ όπου $|\ell, m_\ell\rangle$ ιδιοδιανύσματα της τροχιακής στροφορμής. Ισχύει ότι $\hat{T}|\psi\rangle =$

$$\begin{aligned}
(\alpha') & -\frac{1}{\sqrt{2}} (|1, 0\rangle + i|3, 1\rangle) \\
(\beta') & \frac{1}{\sqrt{2}} (|1, 0\rangle + i|3, 1\rangle) \\
(\gamma') & -\frac{1}{\sqrt{2}} (|1, 0\rangle + i|3, -1\rangle) \\
(\delta') & \frac{1}{\sqrt{2}} (|1, 0\rangle - i|3, -1\rangle) \\
(\epsilon') & -\frac{1}{\sqrt{2}} (|1, 0\rangle - i|3, -1\rangle)
\end{aligned}$$

10. Θεωρήστε σύστημα 5 μονοδιάστατων αρμονικών ταλαντωτών συχνότητας ω και σπιν $\frac{1}{2}$. Υπολογίστε την ενέργεια E_0 της θεμελιώδους κατάστασης και την ενέργεια Φέρμι ϵ_F του συστήματος.

$$\begin{aligned}
(\alpha') & E_0 = 4\omega, \epsilon_F = 2\omega \\
(\beta') & E_0 = 5\omega, \epsilon_F = 3\omega. \\
(\gamma') & E_0 = 6\omega, \epsilon_F = 2\omega \\
(\delta') & E_0 = 9\omega, \epsilon_F = 3\omega \\
(\epsilon') & E_0 = 10\omega, \epsilon_F = 5\omega.
\end{aligned}$$

Θεωρούμε ότι η ενέργεια ενός αρμονικού ταλαντωτή είναι $\epsilon_n = n\omega$, όπου $n = 0, 1, 2, \dots$

11. Στην προσέγγιση κεντρικού πεδίου για το άτομο του ραδονίου ($Rn, Z = 86$), η ενέργεια Φέρμι αντιστοιχεί σε ποια ενεργειακή στάθμη $E_{n,\ell}$;

(α') $E_{6,0}$

(β') $E_{6,1}$

(γ') $E_{6,2}$

(δ') $E_{7,0}$

(ε') $E_{7,1}$

Το άτομο δεν αποτελεί εξαίρεση του κανόνα δόμησης.

12. Δύο σωμάτια αλληλεπιδρούν μέσω των στροφορμών τους \hat{J}_1 και \hat{J}_2 σύμφωνα με μία Χαμιλτονιανή $\hat{H} = g\hat{J}_1 \cdot \hat{J}_2$, όπου g θετική σταθερά. Αν οι κβαντικοί αριθμοί της στροφορμής τους είναι $j_1 = j_2 = 1$, τότε οι ιδιοτιμές της \hat{H} είναι

(α') $-2g, -g, g$

(β') $-3g, -g, 0$

(γ') $-2g, 2g$

(δ') $-g, 0, g, 2g$

(ε') $0, g, 2g, 3g$

13. Προσδιορίστε τη μοναδική ορθή από τις παρακάτω προτάσεις.

(α') Φερμιόνια ή μποζόνια μπορούν να είναι μόνο τα στοιχειώδη σωμάτια.

(β') Φερμιόνια ή μποζόνια μπορούν να είναι όλα τα σωμάτια, στοιχειώδη ή σύνθετα.

(γ') Αν διεγείρουμε τους εσωτερικούς βαθμούς ελευθερίας ενός σύνθετου σωματιδίου μπορούμε να μετατρέψουμε φερμιόνιο σε μποζόνιο και αντίστροφα.

(δ') Αν διεγείρουμε τους εσωτερικούς βαθμούς ελευθερίας ενός σύνθετου σωματιδίου, μπορούμε να μετατρέψουμε φερμιόνιο σε μποζόνιο αλλά όχι αντίστροφα.

(ε') Ένα μποζόνιο δεν μπορεί να αποτελείται μόνο από φερμιόνια.

14. Ένα σωματίο με σπιν $s = \frac{1}{2}$ που κινείται σε δύο διαστάσεις έχει ιδιοτιμές της ενέργειας $\epsilon_{n_1, n_2} = a(n_1^2 + n_2^2)^{3/2}$, όπου $a > 0$ και $n_{1,2} = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Η συνάρτηση αριθμού καταστάσεων $\Omega(\epsilon)$ στο όριο του συνεχούς είναι

(α') $\pi(\epsilon/a)^{2/3}$

(β') $2\pi(\epsilon/a)^{2/3}$

(γ') $\pi(\epsilon/a)^{3/2}$

(δ') $2\pi(\epsilon/a)^{3/2}$

(ε') $4\pi(\epsilon/a)^{5/3}$

15. Έστω ότι έχουμε ένα σύστημα από $N \gg 1$ φερμιόνια όπως αυτό που περιγράφεται στο παραπάνω ερώτημα. Η ενέργεια E_0 της θεμελιώδους κατάστασης του συστήματος είναι ανάλογη του

(α') N

(β') $N^{3/2}$

(γ') N^2

(δ') $N^{5/2}$

(ε') N^3

Μέρος Β'

1. Αποδείξτε την ταυτότητα,

$$\hat{\mathbf{l}}^2 = \hat{\mathbf{r}}^2 \hat{\mathbf{p}}^2 - (\hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{p}})^2 + i(\hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{p}}).$$

όπου $\hat{\ell}_i = \sum_{jk} \epsilon_{ijk} \hat{x}_j \hat{p}_k$ είναι ο τελεστής της τροχιακής στροφορμής.

(1)

2. Ηλεκτρόνιο είναι σε κατάσταση με $\ell = 11$, $m_\ell = 11$ και $m_s = -\frac{1}{2}$. Ποια είναι τα δυνατά αποτελέσματα της μέτρησης της ολικής στροφορμής και ποιες οι αντίστοιχες πιθανότητες; (1)

3. Θεωρείστε ένα ελεύθερο σωματίο μάζας m σε μία διάσταση, όπου η Χαμιλτονιανή $\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m}$.

(α') Δείξτε ότι ο διαδότης $G_t(x, x') = \langle x | e^{-i\hat{H}t} | x' \rangle$ ισούται με

$$G_t(x, x') = \sqrt{\frac{m}{2\pi i t}} e^{i \frac{m(x-x')^2}{2t}}.$$

(0,8)

(β') Θεωρήστε αρχική κατάσταση

$$\psi_0(x) = (2\pi\sigma^2)^{-1/4} \exp\left[-\frac{x^2}{4\sigma^2} + ipx\right],$$

όπου $\sigma > 0$ και p σταθερές. Βρείτε την κατάσταση $\psi_t(x)$ τη χρονική στιγμή t . (0,6)

(γ') Υπολογίστε την πυκνότητα πιθανότητας ως προς τη θέση για τη χρονική στιγμή t . Βρείτε την αντίστοιχη τυπική απόκλιση $\Delta x(t)$. (0,6)

Εξετάσεις Κβαντική Φυσική 2

Ιούνιος 2017

Διάρκεια εξέτασης: 3 ώρες

Όνοματεπώνυμο:

Εξάμηνο:

Αριθμός μητρώου:

Μέρος Α

Απαντήστε στα παρακάτω ερωτήματα πολλαπλής επιλογής. Κάθε ορθή απάντηση είναι +0,4 μονάδες, μέχρι δύο λάθος απαντήσεις δεν αφαιρείται βαθμός, για κάθε λανθασμένη πάνω από δύο αφαιρούνται 0,15 μονάδες, δεν προσθαφαιρείται βαθμός για μη απάντηση.

1. Ποια από τις παρακάτω κυματοσυναρτήσεις είναι τετραγωνικά ολοκληρώσιμη στο \mathbf{R} ;

(α') $\psi(x) = e^{-x} \cos x$

(β') $\psi(x) = (1+x)^{-3}$

(γ') $\psi(x) = \frac{\sinh x}{x}$

(δ') $\psi(x) = \frac{x}{\sinh x}$

(ε') $\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$

2. $\delta(x^6 - 1) =$

(α') $\frac{1}{6}\delta(x-1)$

(β') $\sqrt[6]{\delta(x+1)\delta(x-1)}$

(γ') $\delta(x-1)\delta(x+1)$

(δ') $\frac{1}{6}\delta(x-1) + \frac{1}{6}\delta(x+1)$

(ε') $\frac{1}{36}\delta(x-1)\delta(x+1)$

3. Κιούμπιτ προετοιμάζεται σε κατάσταση $|0\rangle$. Γίνεται πρώτα μέτρηση της ποσότητας $\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{\sigma}_1 - \hat{\sigma}_2)$ και μετά της ποσότητας $\hat{\sigma}_3$. Ποια η πιθανότητα να δώσουν και οι δύο μετρήσεις τιμή +1;

(α') $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(β') $\frac{1}{2}$

(γ') $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

(δ') $\frac{1}{4}$

(ε') $\frac{1}{8}$

4. Το διάνυσμα Μπλοχ που αντιστοιχεί στην κατάσταση $|\psi\rangle = \frac{1}{5}(3|0\rangle + 4|1\rangle)$ είναι

(α') $\frac{1}{25}(24, 0, 7)$

(β') $\frac{1}{25}(-24, 0, 7)$

(γ') $\frac{1}{25}(0, 24, 7)$

(δ') $\frac{1}{25}(0, -24, 7)$

(ε') $\frac{1}{25}(24, 7, 0)$

5. Από τις παρακάτω προτάσεις σχετικά με τελεστές σημειώστε τη μοναδική που αληθεύει.

(α') Ένας τελεστής με συνεχές φάσμα δεν μπορεί να έχει πεπερασμένο ίχνος.

- (β') Ένας θετικός τελεστής έχει πάντα συνεχές φάσμα.
 (γ') Ένας μοναδιαίος τελεστής δεν έχει ποτέ ιδιοτιμές.
 (δ') Το γινόμενο δύο αντιμοναδιαίων τελεστών είναι πάντα αντιμοναδιαίος τελεστής.
 (ε') Αν ένας αυτοσυζυγής τελεστής έχει συνεχές φάσμα δεν είναι κανονικός.
6. Σύστημα δύο κιούμπιτ προετοιμάζεται σε κατάσταση $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{5}}(|0, 1\rangle - 2|1, 0\rangle)$. Η ποσότητα $\langle\psi|\hat{\sigma}_1 \otimes \hat{\sigma}_2|\psi\rangle$ είναι
- (α') 0
 (β') $\frac{1}{5}$
 (γ') $-\frac{1}{5}$
 (δ') $\frac{4}{5}$
 (ε') $-\frac{4}{5}$
7. Αν ένα σύνθετο σύστημα είναι σε καθαρή κατάσταση, η ανηγμένη μήτρα πυκνότητας των συστατικών του
- (α') δεν ορίζεται.
 (β') είναι πάντα καθαρή.
 (γ') είναι πάντα μικτή.
 (δ') είναι καθαρή μόνο αν το συνολικό σύστημα είναι εναγκαλισμένο.
 (ε') είναι μικτή μόνο αν το συνολικό σύστημα είναι εναγκαλισμένο.
8. Σύνθετο σύστημα αποτελείται από σωματία με σπιν $j_1 = 1$, $j_2 = 1$ και $j_3 = \frac{3}{2}$. Ποιες οι δυνατές τιμές της ολικής στροφορμής J ;
- (α') $-\frac{7}{2}, -\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}$
 (β') $-\frac{7}{2}, -\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}$
 (γ') $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}$
 (δ') $\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}$
 (ε') $\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}$
9. Έστω $\hat{\Pi}$ ο τελεστής αντιστροφής χρόνου και $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|1, 0\rangle + i|3, 2\rangle)$ όπου $|\ell, m_\ell\rangle$ ιδιοδιανύσματα της τροχιακής στροφορμής. Ισχύει ότι $\hat{\Pi}|\psi\rangle =$
- (α') $-\frac{1}{\sqrt{2}}(|1, 0\rangle + i|3, 2\rangle)$
 (β') $\frac{1}{\sqrt{2}}(|1, 0\rangle + i|3, 2\rangle)$
 (γ') $-\frac{1}{\sqrt{2}}(|1, 0\rangle + i|3, -2\rangle)$
 (δ') $\frac{1}{\sqrt{2}}(|1, 0\rangle - i|3, -2\rangle)$
 (ε') $-\frac{1}{\sqrt{2}}(|1, 0\rangle - i|3, -2\rangle)$
10. Δύο σωματία αλληλεπιδρούν μέσω των στροφορμών τους \hat{J}_1 και \hat{J}_2 σύμφωνα με μία Χαμιλτονιανή $\hat{H} = g\hat{J}_1 \cdot \hat{J}_2$, όπου g θετική σταθερά. Αν οι κβαντικοί αριθμοί της στροφορμής τους είναι $j_1 = \frac{1}{2}$ και $j_2 = 1$, τότε οι ιδιοτιμές της \hat{H} είναι
- (α') $-2g, -g, g$
 (β') $-2g, g$
 (γ') $-g, \frac{1}{2}g$
 (δ') $-\frac{1}{2}g, \frac{1}{2}g, g$
 (ε') $0, \frac{1}{2}g, g$

11. Θεωρείστε σύστημα 6 μονοδιάστατων αρμονικών ταλαντωτών συχνότητας ω και σπιν $\frac{1}{2}$. Υπολογίστε την ενέργεια E_0 της θεμελιώδους κατάστασης και την ενέργεια Φέρμι ϵ_F του συστήματος.

(α') $E_0 = 4\omega, \epsilon_F = 2\omega$

(β') $E_0 = 5\omega, \epsilon_F = 3\omega$.

(γ') $E_0 = 6\omega, \epsilon_F = 2\omega$

(δ') $E_0 = 9\omega, \epsilon_F = 3\omega$

(ε') $E_0 = 10\omega, \epsilon_F = 6\omega$.

Θεωρούμε ότι η ενέργεια ενός αρμονικού ταλαντωτή είναι $\epsilon_n = n\omega$, όπου $n = 0, 1, 2, \dots$

12. Προσδιορίστε τη μοναδική ορθή από τις παρακάτω προτάσεις.

(α') Φερμιόνια ή μποζόνια μπορούν να είναι μόνο τα στοιχειώδη σωματίδια.

(β') Αν διεγείρουμε τους εσωτερικούς βαθμούς ελευθερίας ενός σύνθετου σωματιδίου, δεν μπορούμε να αλλάξουμε τον μποζονικό ή φερμιονικό χαρακτήρα του.

(γ') Αν διεγείρουμε τους εσωτερικούς βαθμούς ελευθερίας ενός σύνθετου σωματιδίου, μπορούμε να μετατρέψουμε φερμιόνιο σε μποζόνιο αλλά όχι αντίστροφα.

(δ') Ένα μποζόνιο δεν μπορεί να αποτελείται μόνο από φερμιόνια.

(ε') Ένα σωματίο που αποτελείται μόνο από φερμιόνια είναι φερμιόνιο.

13. Ένα σωματίο με σπιν $s = \frac{1}{2}$ που κινείται σε δύο διαστάσεις έχει ιδιοτιμές της ενέργειας $\epsilon_{n_1, n_2} = a(n_1^2 + n_2^2)^{1/2}$, όπου $a > 0$ και $n_{1,2} = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Η συνάρτηση αριθμού καταστάσεων $\Omega(\epsilon)$ στο όριο του συνεχούς είναι

(α') $\pi(\epsilon/a)^{1/2}$

(β') $2\pi(\epsilon/a)^{1/2}$

(γ') $\pi(\epsilon/a)^2$

(δ') $2\pi(\epsilon/a)^2$

(ε') $4\pi(\epsilon/a)^{3/2}$

14. Έστω ότι έχουμε ένα σύστημα από $N \gg 1$ φερμιόνια όπως αυτό που περιγράφεται στο παραπάνω ερώτημα. Η ενέργεια E_0 της θεμελιώδους κατάστασης του συστήματος είναι ανάλογη του

(α') N

(β') $N^{3/2}$

(γ') N^2

(δ') $N^{5/2}$

(ε') N^3

15. Στην προσέγγιση κεντρικού πεδίου για το άτομο του ραδίου (Ra, $Z = 88$), η ενέργεια Φέρμι αντιστοιχεί σε ποια ενεργειακή στάθμη $E_{n,\ell}$;

(α') $E_{6,0}$

(β') $E_{6,1}$

(γ') $E_{6,2}$

(δ') $E_{7,0}$

(ε') $E_{7,1}$

Το άτομο δεν αποτελεί εξαίρεση του κανόνα δόμησης.

Μέρος Β'

1. Αποδείξτε την ταυτότητα,

$$\hat{\mathbf{l}}^2 = \hat{\mathbf{r}}^2 \hat{\mathbf{p}}^2 - (\hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{p}})^2 + i(\hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{p}}).$$

όπου $\hat{\ell}_i = \sum_{jk} \epsilon_{ijk} \hat{x}_j \hat{p}_k$ είναι ο τελεστής της τροχιακής στροφορμής.

(1)

2. Ηλεκτρόνιο είναι σε κατάσταση με $\ell = 12$, $m_\ell = 12$ και $m_s = -\frac{1}{2}$. Ποια είναι τα δυνατά αποτελέσματα της μέτρησης της ολικής στροφορμής και ποιες οι αντίστοιχες πιθανότητες; (1)

3. Θεωρείστε ένα ελεύθερο σωματίο μάζας m σε μία διάσταση, όπου η Χαμιλτονιανή $\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m}$.

(α') Δείξτε ότι ο διαδότης $G_t(x, x') = \langle x | e^{-i\hat{H}t} | x' \rangle$ ισούται με

$$G_t(x, x') = \sqrt{\frac{m}{2\pi i t}} e^{i \frac{m(x-x')^2}{2t}}.$$

(0,8)

(β') Θεωρήστε αρχική κατάσταση

$$\psi_0(x) = (2\pi\sigma^2)^{-1/4} \exp\left[-\frac{x^2}{4\sigma^2} + ipx\right],$$

όπου $\sigma > 0$ και p σταθερές. Βρείτε την κατάσταση $\psi_t(x)$ τη χρονική στιγμή t . (0,6)

(γ') Υπολογίστε την πυκνότητα πιθανότητας ως προς τη θέση για τη χρονική στιγμή t . Βρείτε την αντίστοιχη τυπική απόκλιση $\Delta x(t)$. (0,6)