

Εξετάσεις Κβαντική Φυσική 2, Φεβρουάριος 2023

Όνοματεπώνυμο:

Εξάμηνο:

ΑΜ:

Μέρος Α

Απαντήστε στα παρακάτω ερωτήματα πολλαπλής επιλογής. Κάθε ορθή απάντηση είναι +0,5 μονάδες, για κάθε λανθασμένη αφαιρούνται 0,1 μονάδες. Δεν προσθαφαιρείται βαθμός για μη απάντηση.

- Κιούμπιτ προετοιμάζεται σε κατάσταση $|\psi_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{13}}(2|0\rangle + 3|1\rangle)$. Αρχικά του γίνεται μέτρηση του τελεστή $\hat{\sigma}_1$ και μετά μέτρηση του $\hat{\sigma}_3$. Ποια είναι η πιθανότητα να δώσουν και οι δύο τιμή -1 ;
(α) $\frac{1}{52}$ (β) $\frac{3}{52}$ (γ) $\frac{10}{52}$ (δ) $\frac{13}{52}$ (ε) $\frac{25}{52}$
- Σωματίο κινείται στην ημιευθεία κάτω από δυναμικό $V(x) = -e^x$. Το φάσμα του είναι
(α) μόνο διακριτό με εκφυλισμό 1
(β) διακριτό με εκφυλισμό 1, συνεχές με εκφυλισμό 1
(γ) διακριτό με εκφυλισμό 1, συνεχές με εκφυλισμό 2
(δ) μόνο συνεχές με εκφυλισμό 1
(ε) μόνο συνεχές με εκφυλισμό 2
- Σωματίο εντός δυναμικού περιγράφεται από συνάρτηση αριθμού καταστάσεων $\Omega(\epsilon) = \ln(\epsilon/a)$, όπου $a > 0$. Έστω ότι έχουμε $N \gg 1$ φερμιόνια σε τέτοιο δυναμικό. Η ενέργεια της θεμελιώδους είναι ανάλογη του
(α) N (β) $\ln N$ (γ) e^N (δ) N^N (ε) $N \ln N$
- Οι ιδιοτιμές της ενέργειας για σωματίο σε τρισδιάστατο πηγάδι δυναμικού είναι της μορφής $E_{n_1, n_2, n_3} = b(n_1^2 + n_2^2 + n_3^2)$, όπου $b > 0$ και $n_1, n_2, n_3 = 1, 2, 3, \dots$. Έστω ότι στο πηγάδι βρίσκονται 14 πρωτόνια. Πόση είναι η ενέργεια της θεμελιώδους κατάστασης;
(α) $106b$ (β) $128b$ (γ) $150b$ (δ) $172b$ (ε) $184b$
- Θεωρείστε το παραπάνω πρόβλημα στην περίπτωση που μέσα στο πηγάδι βρίσκονται 14 πυρήνες δευτερίου. (Αλλάζει μόνο η τιμή του b .) Πόση είναι η ενέργεια της θεμελιώδους;
(α) η ίδια έκφραση με πριν (β) $42b$ (γ) $44b$ (δ) $78b$ (ε) $156b$
- Ποια από τις παρακάτω κυματοσυναρτήσεις δεν είναι τετραγωνικά ολοκληρώσιμη στο \mathbf{R} ;
(α) $\psi(x) = \frac{e^{-|x|}}{1+|x|} \tanh x$ (β) $\psi(x) = \frac{1}{1+x^2}$ (γ) $\psi(x) = \frac{1}{\sinh x}$ (δ) $\psi(x) = e^{-x^2+x}$ (ε) $\psi(x) = \frac{\sin x}{x}$
- Σύστημα προετοιμάζεται σε ιδιοδιάνυσμα της στροφορμής $|j, m\rangle = |\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$. Το περιστρέφουμε κατά π ως προς τον άξονα 3, και μετά δρούμε τον τελεστή αντιστροφής του χρόνου. Το τελικό καταστατικό διάνυσμα είναι
(α) $|\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$ (β) $|\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\rangle$ (γ) $i|\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\rangle$ (δ) $-i|\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\rangle$ (ε) $-|\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\rangle$
- Αν $|j, m\rangle$ η συνήθης βάση της στροφορμής, $\langle j, m | \hat{J}_1 \hat{J}_2 | j, m \rangle =$
(α) $\frac{1}{2}j(j+1)$ (β) $\frac{1}{2}(j^2 + m^2)$ (γ) m^2 (δ) $\frac{i}{2}m$ (ε) $\frac{1}{2}(j+im)$
- Σύστημα δύο κιούμπιτ προετοιμάζεται στην κατάσταση $\frac{1}{\sqrt{5}}(|0, 1\rangle + 2|1, 1\rangle)$. Στο πρώτο κιούμπιτ μετράμε $\hat{\sigma}_1$ και στο δεύτερο $\hat{\sigma}_3$. Η πιθανότητα να δώσουν και οι δύο μετρήσεις τιμή $+1$ είναι
(α) 0 (β) $\frac{1}{10}$ (γ) $\frac{5}{10}$ (δ) $\frac{6}{10}$ (ε) $\frac{9}{10}$
- Σύστημα δύο κιούμπιτ προετοιμάζεται στην κατάσταση $|\psi\rangle = \frac{1}{5}(3|0, 0\rangle - 4|1, 1\rangle)$. Το διάνυσμα Μπλοχ της ανηγμένης μήτρας πυκνότητας $\hat{\rho}_1$ είναι
(α) $(0, 0, 0)$ (β) $(0, 0, -\frac{7}{25})$ (γ) $(0, 0, -\frac{1}{2})$ (δ) $(0, 0, \frac{1}{2})$ (ε) $(0, 0, +\frac{7}{25})$

Μέρος Β

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις. Δώστε μόνο τελική απάντηση, χωρίς τεκμηρίωση. (0, 6 + 0, 6 + 0, 6 + 0, 6)

1. Γράψτε το αποτέλεσμα της ολοκλήρωσης $\int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{\delta'(x^3+1)}{x^2+1} = \dots\dots\dots$
2. Για σύνθεση στροφορμών $\underline{3} \otimes \underline{3} \otimes \underline{4} =$
3. Ο πίνακας $\begin{pmatrix} x & z \\ z^* & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$ είναι μήτρα πυκνότητας αν τα x, z ικανοποιούν $\dots\dots\dots$
Αντιστοιχεί σε καθαρή κατάσταση, για $\dots\dots\dots$
4. Ποιο είναι το φάσμα των ακόλουθων τελεστών;
(α') μοναδιαίοι: $\dots\dots\dots$
(β') προβολικοί: $\dots\dots\dots$
(γ') αντιστροφή χώρου: $\dots\dots\dots$

Μέρος Γ

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις.

1. (α) Δείξτε ότι για οποιαδήποτε ιδιοκατάσταση $|\psi\rangle$ του τελεστή Σρέντινγκερ ισχύει ότι $\langle\psi|\hat{p}|\psi\rangle = 0$. (β) Δείξτε ότι αν το δυναμικό είναι κεντρικό, $\langle\psi|\hat{r}|\psi\rangle = 0$. (1)
2. Δείξτε ότι σε ένα σύστημα δύο σωματιδίων με σπιν $s = 0$, η σχετική τους στροφορμή μπορεί να πάρει μόνο άρτιες τιμές του ℓ . (0,6)
3. Χρησιμοποιείτε τη θεωρία μεταβολών για να εκτιμήσετε την ενέργεια της θεμελιώδους κατάστασης ενός σωματιδίου στην ημιευθεία $x > 0$ κάτω από δυναμικό $V(x) = ax^3$, όπου $a > 0$. (1)