$\boxed{1}$ α) Σ, η εξίσωση $\sinh x = 0$, έχει μόνη λύση $x=0 \longrightarrow \delta(\sinh x) = \frac{\delta(x)}{\cosh 0} = \delta(x)$.

β) Σ. Αν $\hat{U}_1, \hat{U}_2$ μοναδιαίοι τότε $(\hat{U}_1\hat{U}_2)^\dagger(\hat{U}_1\hat{U}_2) = \hat{U}_2^\dagger\hat{U}_1^\dagger\hat{U}_1\hat{U}_2 = \hat{U}_2^\dagger\hat{U}_2 = \hat{1}$, $\rightarrow \hat{U}_1\hat{U}_2$ μοναδιαίος.

γ.) Λ, αποτελείται από $2^6 = 64$ διανύσματα.

δ) Λ, τα 9 φερμιόνια του ${}^6Li$ δεν είναι ~~τα ίδια~~. ταυτόσημα.

ε) Σ, αν η χωρική είναι αντισυμ, τότε η σπιν κατάσταση είναι συμμ. (για να είναι η συνολική αντισυμ), άρα $s=1$.

στ.) Λ. αν το e είχε $s=1$, θα ήταν μποζόνιο, όλα τα e θα ήταν στη κατάσταση ελάχιστης ενέργειας άρα θα ήταν μικρότερα.

$\boxed{2}$ α) $\sigma_1\sigma_2\sigma_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = i\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = i\hat{1}$, άρα

$$(\hat{\sigma}_1\hat{\sigma}_2\hat{\sigma}_3)^{2016} = i^{2016}\cdot\hat{1} = \hat{1}$$

β) $\hat{H} = \frac{1}{2I_1}(\vec{l}_1^2 + \vec{l}_2^2) + \frac{1}{2I_3}l_3^2 = \frac{1}{2I_1}(\vec{l}^2 - l_3^2) + \frac{1}{2I_3}l_3^2 = \frac{1}{2I_1}\vec{l}^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_3}\right)l_3^2$

οι τελεστές $\vec{l}^2$ και l_3 έχουν κοινά ιδιοδιανύσματα $|l,m\rangle$, ~~άρα~~ με ιδιοτιμές $l(l+1)$ και m.
Άρα οι ιδιοτιμές του $\hat{H}$ είναι $\frac{1}{2I_1}l(l+1) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_3}\right)m^2$, όπου $|m| \leq l$

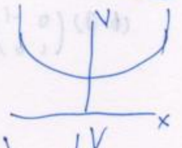
γ.) για τα δύο πρώτα σωμάτια η ολική στροφορμή j_{12} ικανοποιεί $\frac{1}{2} \leq j_{12} \leq \frac{3}{2}$, άρα $j_{12} = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$.

Για $j_{12} = \frac{1}{2}$, έχουμε $3 \leq j_{ολ} \leq 4 \rightarrow j_{ολ} = 3,4$
Για $j_{12} = \frac{3}{2}$, $\quad 2 \leq j_{ολ} \leq 5 \rightarrow j_{ολ} = 2,3,4,5$
$\Big\}\ j_{ολ} = 2,3,4,5$

δ) $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6 5s^2 4d^{10} 5p^3$

~~$\boxed{3}$ α) Για α>0, β>0~~  ~~→ μόνο διακριτό φάσμα V(x)~~

$\boxed{3}$ α) Για $\alpha>0$, $\beta>0$

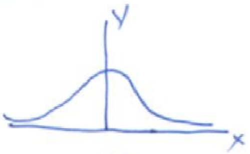


μόνο διακριτό φάσμα, $V(x) \rightarrow \infty$, $|x| \rightarrow \infty$

Για $\alpha<0$, $\beta>0$

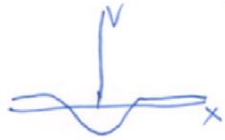
ομοίως

Για $\alpha>0, \beta=0$



μόνο συνεχές, $V \geq 0$ και $V(x) \to 0$, για $|x| \to \infty$

Για $\alpha>0$, $\beta<0$



συνεχές και διακριτό, εφόσον υπάρχουν τιμές $V \leq 0$ και $V(x) \to 0$ για $|x| \to \infty$

(β) $r_1 = T_r(\hat{\rho}\hat{\sigma}_1) = \frac{1}{7} T_r \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & i \\ -i & 5 \end{pmatrix} = \frac{1}{7} T_r \begin{pmatrix} -i & 5 \\ 2 & i \end{pmatrix} = 0$

$r_2 = T_r(\hat{\rho}\hat{\sigma}_2) = \frac{1}{7} T_r \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & i \\ -i & 5 \end{pmatrix} = \frac{1}{7} T_r \begin{pmatrix} -1 & -5i \\ 2i & -1 \end{pmatrix} = -\frac{2}{7}$

$r_3 = T_r(\hat{\rho}\hat{\sigma}_3) = \frac{1}{7} T_r \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & i \\ -i & 5 \end{pmatrix} = \frac{1}{7} T_r \begin{pmatrix} 2 & i \\ i & -5 \end{pmatrix} = -\frac{3}{7}$

άρα $\vec{r} = \left(0, -\frac{2}{7}, -\frac{3}{7}\right)$

γ) $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}|0\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}}\, i\,|1\rangle = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}}\, i \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}$,

για πρώτη μέτρηση $P_+ = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, για δεύτερη μέτρηση $Q_+ = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, άρα

$P_{rob}(+,+) = \frac{1}{4}\left(-\sqrt{\frac{2}{3}}\, i \quad \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}}\, i \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} =$

$= \frac{1}{4}\left(-\sqrt{\frac{2}{3}}\, i \quad \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}}\, i \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\left(-\sqrt{\frac{2}{3}}\, i \quad \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}}\, i \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}$

$= \frac{1}{4}\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{4}$

δ) άσκηση 15.3

ε) άσκηση 15.4.1

$\boxed{4}$ α) απόδειξη στο κεφ. 8.2.3, 1η παράγραφο μετά την Εξ. 8.18

β) $\langle\psi|\sigma_1 \otimes \sigma_2|\psi\rangle = \frac{1}{2}\Big(\langle 0,1|\sigma_1 \otimes \sigma_2|0,1\rangle + \langle 1,0|\hat{\sigma}_1 \otimes \hat{\sigma}_2|1,0\rangle + i\langle 0,1|\hat{\sigma}_1 \otimes \sigma_2|1,0\rangle$
$- i\langle 1,0|\sigma_1 \otimes \sigma_2|0,1\rangle\Big) =$

$= \frac{1}{2}\Big(\langle 0|\sigma_1|0\rangle\langle 1|\sigma_2|1\rangle + \langle 1|\sigma_1|1\rangle\langle 0|\sigma_2|0\rangle + i\langle 0|\sigma_1|1\rangle\langle 1|\sigma_2|0\rangle - i\langle 1|\sigma_1|0\rangle\langle 0|\sigma_2|1\rangle\Big)$

$= \frac{1}{2}\left(0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + i \cdot 1 \cdot (-i) - i \cdot 1 \cdot i\right) = 1$

γ) Άσκηση 15.5 (για $S = \frac{1}{2}$)

δ) Άσκηση 16.6. (ή άσκηση 6, θέματα Σεπ. 15)