

# Εξετάσεις Κβαντική Φυσική 2

11 Ιουνίου 2014

Διάρκεια εξέτασης: 3 ώρες

1. Οι παρακάτω προτάσεις είναι σωστές ή λάθος; Απαντήστε δίνοντας και μία όσο το δυνατόν συνοπτικότερη τεκμηρίωση. ( $9 \times 0,3$ )

(α') Το άθροισμα δύο προβολικών τελεστών είναι πάντα προβολικός τελεστής.

(β') Το γινόμενο δύο αυτοσυζυγών τελεστών είναι πάντα αυτοσυζυγής τελεστής.

(γ') Ένας προβολικός τελεστής έχει μόνο τις ιδιοτιμές  $-1, 0, 1$ .

(δ') Αν  $\psi(x, t)$  λύση της χρονοεξαρτημένης εξίσωσης του Σρέντινγκερ για σωματίο σε μία διάσταση, τότε η ποσότητα  $|\psi(x, t)|^2$  μας δίνει την πυκνότητα πιθανότητας ως προς το χρόνο  $t$  για μέτρηση στη θέση  $x$ .

(ε') Ένας μοναδιαίος τελεστής δεν μπορεί να έχει ιδιοτιμή ίση με  $i\frac{\pi}{2}$ .

(στ') Το συνολικό καταστατικό διάνυσμα του ατόμου του υδρογόνου είναι αντισυμμετρικό ως προς την εναλλαγή των δυο φερμιονίων που συνθέτουν το άτομο.

(ζ') Μία ορθοκανονική βάση στο χώρο Χίλμπερτ των 5 qubit αποτελείται από 32 διανύσματα.

(η') Ο αυξητικός τελεστής  $\hat{J}_+$  της ολικής στροφορμής είναι κανονικός τελεστής.

(θ') Το ιόν  ${}^4\text{He}^+$  είναι φερμιόνιο.

2. Απαντήστε στα παρακάτω ερωτήματα. ( $5 \times 0,5$ )

(α') Υπολογίστε το  $\delta(x^3 + 1)$ .

(β') Με ποια συνοριακή συνθήκη για την κυματοσυνάρτηση του ηλεκτρονίου παίρνουμε διάκριτο φάσμα στη Χαμιλτονιανή του ατόμου του υδρογόνου και με ποια παίρνουμε συνεχές φάσμα;

(γ') Δύο κανονικοποιημένα διανύσματα  $|\phi\rangle$  και  $|\psi\rangle$  ενός qubit έχουν εσωτερικό γινόμενο

$$\langle\phi|\psi\rangle = e^{i\pi/4}.$$

Τι γωνία σχηματίζουν τα διανύσματα που τους αντιστοιχούν στη σφαίρα του Bloch;

(δ') Πώς μεταβάλλεται το καταστατικό διάνυσμα  $|\psi\rangle$  του σπιν για  $s = \frac{3}{2}$  ύστερα από περιστροφή κατά  $2\pi$  γύρω από οποιονδήποτε άξονα;

(ε') Προσδιορίστε την ενέργεια της θεμελιώδους και της πρώτης διεγερμένης κατάστασης σε σύστημα 16 αρμονικών ταλαντωτών συχνότητας  $\omega$  που ικανοποιούν στατιστική Φέρμι.

3. (α') Qubit προετοιμάζεται στην κατάσταση  $|1\rangle$ . Αρχικά του γίνεται μέτρηση της ποσότητας  $\hat{\sigma}_2$  και μετά της ποσότητας  $\hat{\sigma}_1$ . Ποια η πιθανότητα να πάρουμε αποτέλεσμα  $-1$  στη δεύτερη μέτρηση ανεξάρτητα του τι έγινε στην πρώτη; (1,5)

(β') Ζεύγος qubit προετοιμάζεται στην κατάσταση

$$|\Phi\rangle = \sqrt{\frac{1}{3}}|1, 1\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}}|0, 0\rangle.$$

Στο πρώτο qubit κάνουμε μία μέτρηση του τελεστή  $\hat{\sigma}_1$  και στο δεύτερο του  $\hat{\sigma}_2$ . Βρείτε την πιθανότητα η μέτρηση του πρώτου να δώσει αποτέλεσμα  $+1$  και του δεύτερου  $-1$ . (1,5)

4. Ηλεκτρόνιο βρίσκεται σε κατάσταση με τροχιακή στροφορμή  $l = 5$  και  $m_l = 5$ . Ποια είναι η πιθανότητα η μέτρηση της ολικής στροφορμής του να δώσει τιμή που αντιστοιχεί σε  $j = \frac{9}{2}$ , (i) αν  $m_s = \frac{1}{2}$  και (ii) αν  $m_s = -\frac{1}{2}$ ; (2)