

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΙΑΤΡΙΚΗΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΙΑΤΡΙΚΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

Ιατρική Απεικόνιση με Ακτίνες Χ:
Προβολική απεικόνιση, υπολογιστική τομογραφία και ποιότητα ιατρικής εικόνας

Κωσταρίδου Ελένη,
Αναπληρώτρια Καθηγήτρια Ιατρικής Φυσικής

Παναγιωτάκης Γεώργιος,
Καθηγητής Ιατρικής Φυσικής

Πάτρα 2011

Πρόλογος

Οι σημειώσεις αυτές απευθύνονται σε προπτυχιακούς και μεταπτυχιακούς φοιτητές που ενδιαφέρονται για τη ψηφιακή ιατρική απεικόνιση ακτίνων Χ, προβολική και τρισδιάστατη, καθώς και για τα χαρακτηριστικά ποιότητας ιατρικής εικόνας, αναπόσπαστα συνδεδεμένης με το διαγνωστικό περιεχόμενο της.

Αποτελούν προϊόν της εκπαιδευτικής μου εμπειρίας των τελευταίων πέντε ετών στα πλαίσια του Προγράμματος Σπουδών του Τμήματος Φυσικής, καθώς και των Διατμηματικών Προγραμμάτων Μεταπτυχιακών Σπουδών Ιατρικής Φυσικής και Ηλεκτρονικής και Επεξεργασίας της Πληροφορίας του Πανεπιστημίου Πατρών.

Ουσιαστική αφορμή και κίνητρο για τη συγγραφή αποτέλεσε το ενδιαφέρον των φοιτητών για τις θεματικές ενότητες που διαπραγματεύονται οι σημειώσεις αυτές.

Τέλος, ευχαριστώ τους μεταδιδάκτορες ερευνητές Δρ. Σκιαδόπουλο Σπύρο και Δρ. Καραχάλιου Άννα για την πολύτιμη βοήθειά τους στην υλοποίηση της αρχικής και της τρέχουσας έκδοσης της προσπάθειας αυτής, αντιστοίχως.

Πάτρα, Μάρτιος 2011

Λένα Κωσταρίδου

Περιεχόμενα

1. Βασικές έννοιες Ψηφιακής Εικόνας	5
1.1. Ψηφιακή Εικόνα	7
1.2. Δειγματοληψία (Sampling).....	10
1.3. Κβάντιση (Quantisation)	12
1.4. Ιστόγραμμα Εικόνας.....	13
1.4.1. Στατιστική Ιστογράμματος 1ης τάξης	16
1.5. Συμπέρασμα	18
1.6. Βιβλιογραφία	18
2. Μέθοδοι Απεικόνισης με Ακτίνες X: Προβολική Απεικόνιση	19
2.1. Αλληλεπίδραση ακτινοβολίας με την ύλη.....	19
2.2. Λυχνία Ακτίνων X.....	22
2.3. Φάσμα Ακτίνων X.....	26
2.4. Σχήμα και μέγεθος πεδίου	29
2.5. Αντιδιαχτυτικό διάφραγμα.....	29
2.6. Φωτογραφικά χαρακτηριστικά συστήματος ενισχυτικής πινακίδας-φιλμ.....	33
2.7. Ανιχνευτές ακτινοδιαγνωστικής απεικόνισης	35
2.8. Συμπέρασμα	40
2.9. Βιβλιογραφία.....	40
3. Υπολογιστική Τομογραφία Ακτίνων-X	41
3.1. Προβολική Απεικόνιση: Επιπροβολή.....	41
3.2. Ανακατασκευή εικόνας από προβολές	44
3.3. Ανακατασκευή Τομογραφικής Εικόνας με τη Μέθοδο της Οπισθοπροβολής	47
3.4. Συμπέρασμα	55
3.5. Βιβλιογραφία.....	55
4. Ποιότητα Ιατρικής Εικόνας	57
4.1. Αντίθεση Εικόνας.....	57
4.1.1. Αντίθεση Ψηφιακής Εικόνας.....	59
4.2. Ασάφεια Εικόνας.....	61
4.2.1. Συγκοτικό περιεχόμενο εικόνας	62
4.2.2. Μέτρηση Ασάφειας.....	64
4.2.2.1. Συνάρτηση Διασποράς Σημείου.....	64
4.2.2.2. Συναρτήσεις Διασποράς Γραμμής / Ακμής.....	66
4.2.2.3. Συνάρτηση Μεταφοράς Διαμόρφωσης (MTFunction)	69
4.2.2.4. Παράδειγμα υπολογισμού MTF.....	72
4.2.2.5. Σχέση Ασάφειας-Χωρικής Διακριτικής Ικανότητας.....	72
4.3. Θόρυβος Εικόνας.....	73
4.3.1. Λόγος Σήματος προς Θόρυβο	75
4.3.2. Μοντέλο Ανιχνευσιμότητας Rose	76
4.3.3. Συγκοτικό περιεχόμενο θορύβου.....	77
4.3.4. Συμπέρασμα	78
4.3.5. Βιβλιογραφία.....	78

Εισαγωγή

Η ιατρική απεικόνιση αξιοποιεί ένα πλήθος δεδομένων, τύπου εικόνας, που παρέχονται από ανιχνευτικές διατάξεις (ανιχνευτές) διαφόρων πηγών ενέργειας, που αναπαριστούν στο χώρο (χωροταξικά), διάφορες φυσικές ή χημικές ιδιότητες ανατομικών δομών ή φυσιολογικών λειτουργιών του ανθρώπινου σώματος. Οι ενέργειες αυτές προέρχονται από ακτινοβολία X, εκπομπή μονών φωτονίων, εκπομπή ποζιτρονίων, υπερήχους, πυρηνικό μαγνητικό συντονισμό και ορατά φωτόνια.

Η ιατρική απεικόνιση με ακτίνες X αποτελεί το >70% του συνολικού αριθμού των διαγνωστικών ιατρικών εξετάσεων, περιλαμβανομένης της συμβατικής προβολικής ακτινογράφησης και ακτινοσκόπησης καθώς και της ψηφιακής τεχνικής της υπολογιστικής τομογραφίας (X-ray Computed Tomography, X-ray CT), που χρησιμοποιείται για την τρισδιάστατη απεικόνιση με ακτίνες X. Επίσης, η συμβατική προβολική απεικόνιση σταδιακά αντικαθίσταται από ψηφιακά συστήματα συστήματα έμμεσης και άμεσης ψηφιακής ακτινογράφησης.

Επιπλέον, οι υπολογιστικές μέθοδοι ανακατασκευής εικόνας από προβολές, που καταγράφονται από αντίστοιχες ανιχνευτικές διατάξεις, αποτελούν τη βάση πολλών τομογραφικών ψηφιακών μεθόδων ιατρικής απεικόνισης, πέραν της υπολογιστικής τομογραφίας ακτίνων X, όπως η υπολογιστική τομογραφία εκπομπής μονού φωτονίου (Single Photon Emission Computed Tomography, SPECT), η υπολογιστική τομογραφία ποζιτρονίου και η τομογραφία πυρηνικού μαγνητικού συντονισμού (Magnetic Resonance Imaging, MRI).

Τέλος, η έννοια της ποιότητας εικόνας είναι σημαντική στη ιατρική απεικόνιση καθώς επηρεάζει τη διαγνωστική αξία της παραγόμενης εικόνας, δηλ. τη δυνατότητα παροχής/άντλησης διαγνωστικών πληροφοριών από αυτή, με χαρακτηριστικά παραδείγματα διαγνωστικών πράξεων τον πληθυσμιακό έλεγχο (screening), την ανίχνευση και το χαρακτηρισμό καλοήθειας ή κακοήθειας καθώς και την παρακολούθηση του θεραπευτικού αποτελέσματος. Η αξιολόγηση ποιότητας εικόνας είναι επίσης σημαντική για την αξιολόγηση της απόδοσης των συστημάτων ιατρικής απεικόνισης, προϊόντων των οποίων αποτελεί η ιατρική εικόνα, καθώς και για τη βελτιστοποίησή τους.

1. Βασικές έννοιες Ψηφιακής Εικόνας

Οι εικόνες, αποτελούν το προϊόν των συστημάτων ιατρικής απεικόνισης, παρέχοντας πληροφορίες για την υποστήριξη διαγνωστικών και θεραπευτικών ιατρικών αποφάσεων. Περίπου 60%-70% των ακτινολογικών εικόνων (π.χ. ακτινογραφία θώρακος, οστών και μαστογραφία) καταγράφονται αναλογικά, σε ακτινογραφικό φιλμ, και αποτελούν δισδιάστατες προβολές τρισδιάστατων δομών του ανθρώπινου σώματος (προβολική απεικόνιση). Οι τρισδιάστατες μέθοδοι απεικόνισης (π.χ. τομογραφία ακτίνων Χ, τομογραφία μονού φωτονίου, τομογραφία ποζιτρονίου και τομογραφία πυρηνικού μαγνητικού συντονισμού) δηλ. το υπόλοιπο 30%-40% των ακτινολογικών εικόνων, παράγουν ψηφιακές ιατρικές εικόνες, καθώς οι μέθοδοι αυτές ενσωματώνουν ψηφιακούς ανιχνευτές. Οι ψηφιακές προβολικές εικόνες παράγονται επίσης με χρήση τεχνολογίας ανιχνευτών ακτινογραφικής εικόνας έμμεσης (Computed Radiography) ή άμεσης (Digital Radiography) μετατροπής. Επίσης, ψηφιοποιητές ακτινογραφικού φιλμ, τύπου laser, υποστηρίζουν ανάγκες ψηφιοποίησης. Στα Σχήματα 1.1 και 1.2 παρουσιάζονται παραδείγματα συστημάτων ιατρικής απεικόνισης καθώς και χαρακτηριστικές ιατρικές εικόνες.



(α)



(β)



(γ)

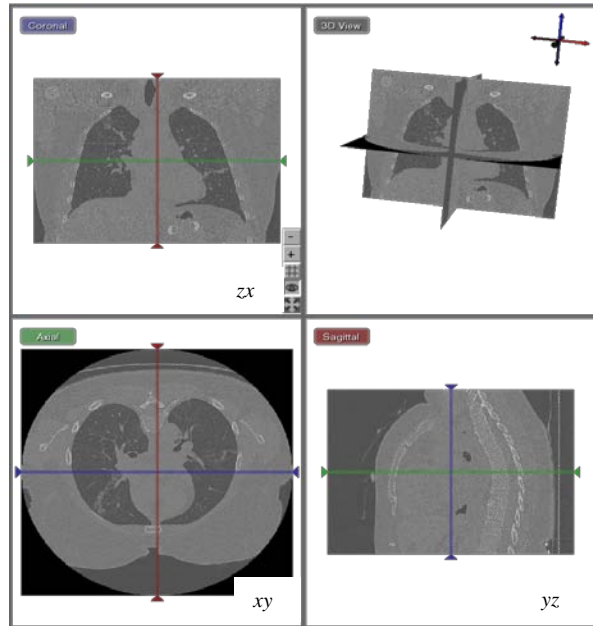


(δ)

Σχήμα 1.1. Συστήματα ιατρικής απεικόνισης: (α) Ακτινογράφιση. (β) Υπολογιστική τομογραφία ακτίνων Χ. (γ) Υπολογιστική τομογραφία εκπομπής μονού φωτονίου. (δ) Τομογραφία πυρηνικού μαγνητικού συντονισμού.



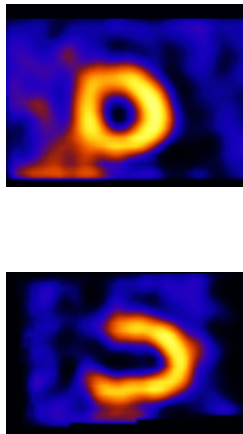
(α)



(β)



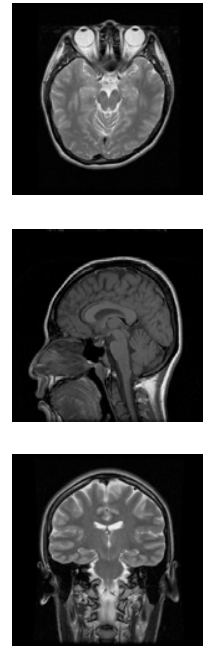
(γ)



(δ)



(ε)



(στ)

Σχήμα 1.2. Χαρακτηριστικές ιατρικές εικόνες: (α) Ακτινογραφία θώρακος. (β) Υπολογιστική τομογραφία θώρακος σε τρία ανατομικά επίπεδα (xy , yz , zx). (γ) Σπινθηρογράφημα οστών. (δ) Υπολογιστική τομογραφία εκπομπής μονού φωτονίου (SPECT) για την εκτίμηση της αιμάτωσης μυοκαρδίου σε εγκάρσιο και επιμήκη άξονα. (ε) Ολοσωματική απεικόνιση πυρηνικού μαγνητικού συντονισμού (MRI). (στ) Απεικόνιση MRI εγκεφάλου σε τρία ανατομικά επίπεδα (xy , yz , zx).

1.1. Ψηφιακή Εικόνα

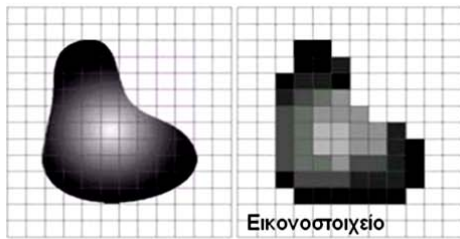
Σκοπός της ενότητας αυτή είναι η περιγραφή των βασικών χαρακτηριστικών της ψηφιακής εικόνας, δηλ. η χωρική διακριτική ικανότητα και η διακριτική ικανότητα τόνων του γκρι, καθώς και οι διαδικασίες της δειγματοληψίας και κβάντισης, οι οποίες τα καθορίζουν. Τέλος, εισάγεται το ιστόγραμμα ως περιγραφή του περιεχομένου των τόνων του γκρι της εικόνας.

Οι εικόνες ως δι-διάστατα σήματα αναπαρίστανται από δι-διάστατες χωρικές συναρτήσεις $f(x,y)$ και οι ψηφιακές εικόνες με μορφή μήτρας (πίνακα) διακριτών τιμών $f(m,n)$, διαστάσεων $M \times N$ (M γραμμές \times N στήλες), όπου $1 \leq m \leq M$ και $1 \leq n \leq N$. Το μοναδιαίο τετράγωνο στοιχείο εικόνας (έλαχιστη τετραγωνική περιοχή) που αντιστοιχεί στις εκάστοτε συντεταγμένες (m,n) της εικόνας, ονομάζεται **εικονοστοιχείο** (pixel) και $f(m,n)$ είναι η αντίστοιχη τιμή του εικονοστοιχείου (τιμή του γκρι, gray level). Οι διαστάσεις του εικονοστοιχείου καθορίζονται από τη διαδικασία της, δειγματοληψίας (Σχήμα 1.3). Η τιμή του εικονοστοιχείου αναπαριστά διάφορες φυσικές ή χημικές ιδιότητες ανατομικών δομών ή φυσιολογικών λειτουργιών. Για παράδειγμα, στην περίπτωση ψηφιακών εικόνων που παράγονται με χρήση ψηφιοποιητή ιατρικού φιλμ, η τιμή του γκρι εικονοστοιχείου αναπαριστά την οπτική πυκνότητα στην περιοχή της σάρωσης του laser, που αντιστοιχεί στο κάθε εικονοστοιχείου. Στην περίπτωση της υπολογιστικής τομογραφίας ακτίνων X, η τιμή του εικονοστοιχείου αναπαριστά τον γραμμικό συντελεστή εξασθένησης των διαφόρων ιστών. Οι διαθέσιμες τιμές καθορίζονται από τη διαδικασία της κβάντισης.

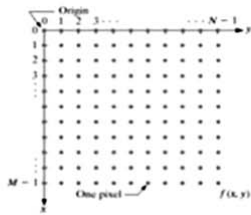
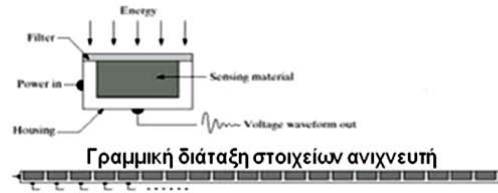
Οι περισσότερες ιατρικές εικόνες είναι τετράγωνες, δηλ. $N=M$. Επίσης, αρκετά από τα σύγχρονα συστήματα ιατρικής απεικόνισης παρέχουν τρισ-διάστατες εικόνες, $f(x,y,z)$ από στοίβες (volume stacks) δι-διάστατων εικόνων, καθώς και δυναμικές ακολουθίες δι-διάστατων και τρισ-διάστατων εικόνων, εισάγοντας και τη μεταβλητή του χρόνου (t), $f(x,y,t)$ και $f(x,y,z,t)$. Στην περίπτωση τρισ-διάστατων ιατρικών εικόνων, το εικονοστοιχείο αντικαθίσταται από το στοιχείο όγκου εικόνας (voxel).

Η ποιότητα της ψηφιακής εικόνας καθορίζεται από τη **χωρική διακριτική ικανότητα** (spatial resolution), τη **διακριτική ικανότητα τιμών του γκρι**.

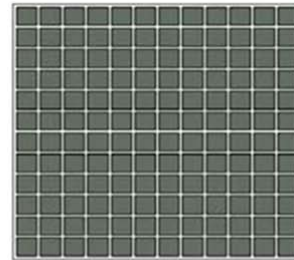
Η διακριτική ικανότητα των τιμών του γκρι καθορίζεται από το πλήθος των διαθέσιμων τιμών $[0 \text{ έως } 2^k-1]$, όπου k το πλήθος των bits που διατίθεται για την καταγραφή της τιμής των εικονοστοιχείων της εικόνας (βλ. διαδικασία κβάντισης), (Σχήμα 1.4). Το περιεχόμενο των τόνων του γκρι εικόνας περιγράφεται πληρέστερα από το ιστόγραμμα εικόνας.



Το εικονοστοιχείο καθορίζεται από το στοιχείο του ανιχνευτή



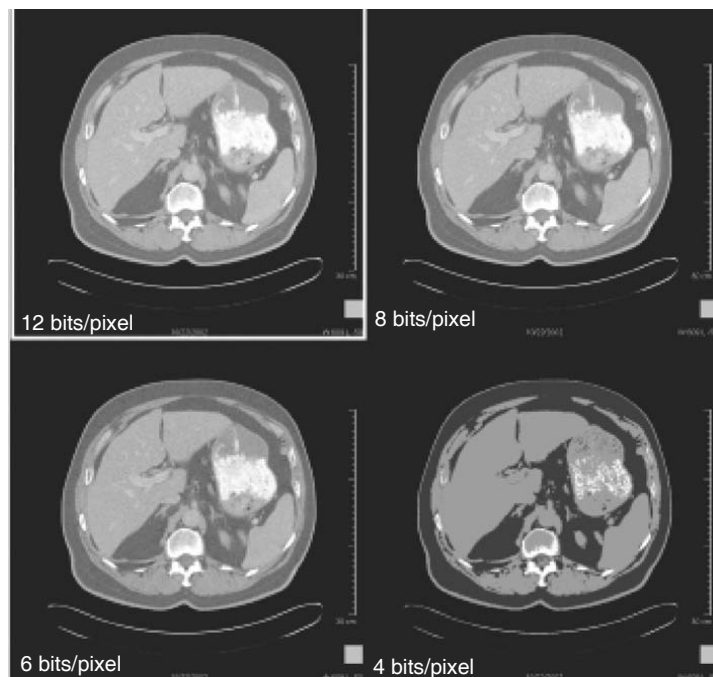
Εικόνα: $f(x,y)$; 2-d πίνακας εικονοστοιχείων



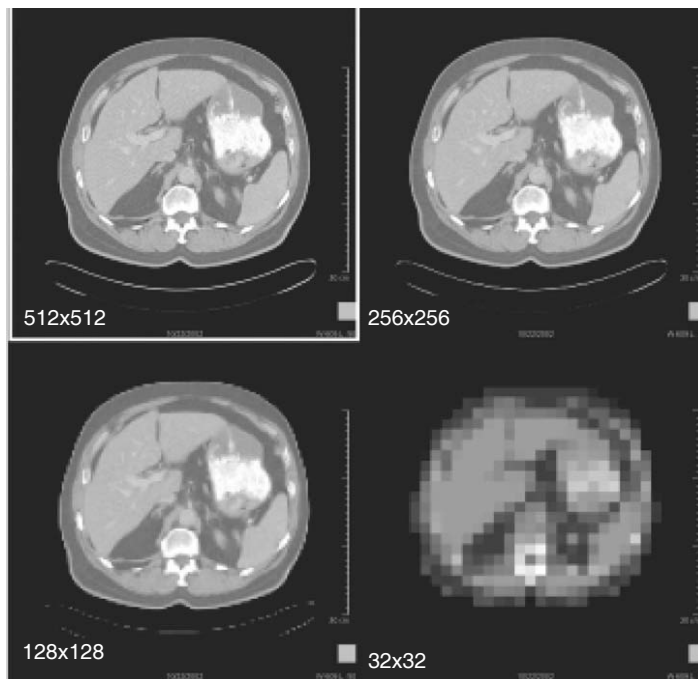
2-d διάταξη μήτρας στοιχείων ανιχνευτή

Σχήμα 1.3. Πάνω αριστερά: η συνεχής και η ψηφιακή αναπαράσταση εικόνας. Κάτω αριστερά: Δι-διάστατος πίνακας τιμών εικονοστοιχείων εικόνας. Δεξιά: Βασικές διατάξεις στοιχείων ανιχνευτών.

Η χωρική διακριτική ικανότητα εικόνας (spatial resolution) αναφέρεται στο μέγεθος του μικρότερου αντικειμένου που είναι ορατό ή την ελάχιστη απόσταση μεταξύ διακριτών αντικειμένων σε μια εικόνα. Στη ψηφιακή εικόνα, η χωρική διακριτική ικανότητα καθορίζεται από το μέγεθος του εικονοστοιχείου, το οποίο με τη σειρά του καθορίζεται από το πλήθος των εικονοστοιχείων ανά εικόνα ($M \times N$) για δεδομένο μέγεθος εικόνας (βλ. διαδικασία δειγματοληψίας), (Σχήμα 1.5).



Σχήμα 1.4. Εικόνες με σταθερή χωρική διακριτική ικανότητα (512x512) αλλά μεταβλητή διακριτική ικανότητα τιμών του γκρι: 12, 8, 6 και 4 bits/pixel αντίστοιχα.



Σχήμα 1.5. Εικόνες με σταθερή χωρική διακριτική ικανότητα τόνων του γκρι (12 bits/pixel) αλλά μεταβλητή χωρική διακριτική ικανότητα: 512x512, 256x256, 128x128 και 32x32 αντίστοιχα.

1.2. Δειγματοληψία (Sampling)

Η δειγματοληψία αφορά στη διαδικασία λήψης διακριτών δειγμάτων εικόνας σε συγκεκριμένες θέσεις στο χώρο και κυρίως αναφέρεται στη μεταξύ τους απόσταση (βήμα δειγματοληψίας ή ρυθμός δειγματοληψίας) που καθορίζει τη χωρική διακριτική ικανότητα (ανάλυση) της ψηφιακής εικόνας, δηλ. το μέγεθος εικονοστοιχείου. Ο καθορισμός του ρυθμού δειγματοληψίας είναι σημαντικός για την όσο το δυνατόν ακριβέστερη αναπαράσταση του αρχικού αναλογικού σήματος και την ανάκτησή του. Για ζωνοπερατά σήματα (band-pass) με συχνότητα αποκοπής u_c , η συχνότητα δειγματοληψίας u_s (δηλ. αντίστροφο βήμα δειγματοληψίας) για επαρκή δειγματοληψία υπαγορεύεται από το θεώρημα δειγματοληψίας ή θεώρημα του Shannon και αντιστοιχεί στη συχνότητα Nyquist:

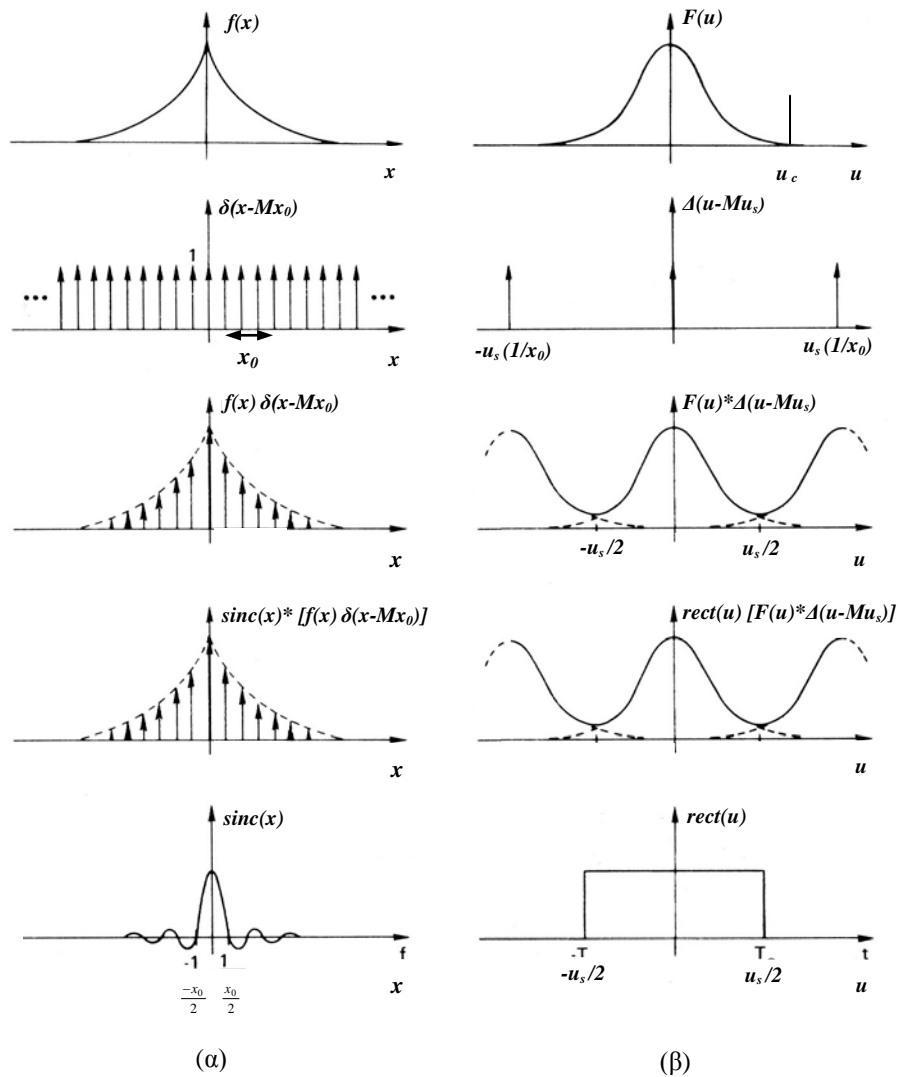
$$u_s = 2 u_c \quad (1.1)$$

Η δειγματοληψία αναπαρίσταται στο Σχήμα 1.6. Στο πεδίο του χώρου η δειγματοληψία μοντελοποιείται ως πολλαπλασιασμός της συνεχούς συνάρτησης $f(x)$ με περιοδική σειρά δ-συναρτήσεων $\delta(x-Mx_0)$. Αυτό ισοδυναμεί σε συνέλιξη του φάσματος της $f(x)$ (μετασχηματισμός Fourier, Fourier Transform – F.T), $F(u) = F.T.\{f(x)\}$ με σειρά δ-συναρτήσεων στο πεδίο συχνοτήτων, δηλ. περιοδική επανάληψη του φάσματος $F(u)$ με συχνότητα $u_s = 1/x_0$.

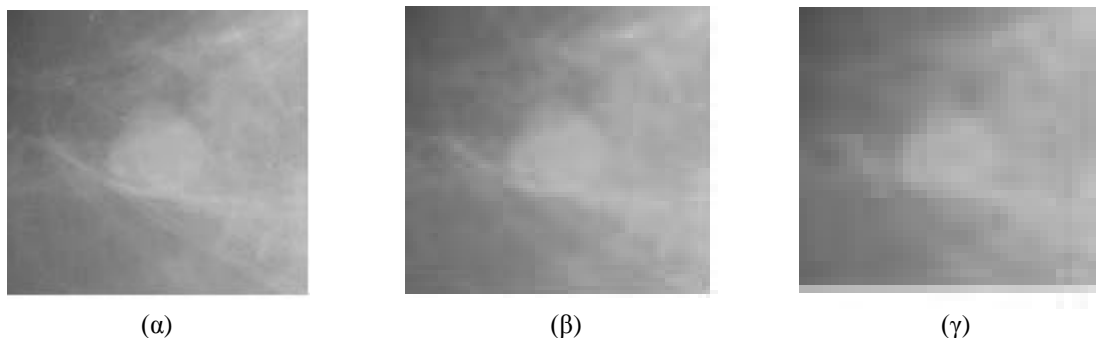
Υπενθυμίζεται ότι ο F.T. περιοδικής σειράς δ-συναρτήσεων με βήμα δειγματοληψίας x_0 είναι περιοδική σειρά δ-συναρτήσεων στο πεδίο συχνοτήτων με συχνότητα δειγματοληψίας u_s . Εάν η u_s είναι μικρότερη της συχνότητας Nyquist η φασματική επικάλυψη (spectral overlap) δημιουργεί ψευδή αντίγραφα (aliases) για συχνότητες μεγαλύτερες από $u_s/2$.

Το αρχικό σήμα μπορεί να ανακτηθεί στη ζώνη $\pm u_s/2$, εφόσον τηρείται το θεώρημα δειγματοληψίας, μέσω εφαρμογής βαθυπερατού φίλτρου (τετραγωνικού παλμού, rect) στο περιοδικό φάσμα του ψηφιακού σήματος ή ισοδύναμα με συνέλιξη των ψηφιακών δειγμάτων του σήματος με ημιτονοειδή συνάρτηση (sinc) στο χωρικό πεδίο. Στην πράξη, για την αποφυγή aliasing εφαρμόζονται βαθυπερατά φίλτρα με εύρος ζώνης $u_s/2$. Αυτό προϋποθέτει a-priori γνώση για το περιεχόμενο συχνοτήτων της εικόνας και απαιτεί πειραματικό καθορισμό.

Χρήση ανεπαρκούς μεγέθους εικονοστοιχείου εισάγει ασάφεια εικόνας, που είναι ιδιαίτερος εμφανής στις ακμές, όρια των αντικειμένων της εικόνας, καθώς και επηρεάζει την απεικόνιση πολύ μικρού μεγέθους αντικειμένων (Σχήμα 1.7).



Σχήμα 1.6. Σχηματική αναπαράσταση διαδικασίας δειγματοληψίας μονοδιάστατου σήματος: (α) στο πεδίο χώρο και (β) στο πεδίο χωρικών συχνοτήτων.



Σχήμα 1.7. (α) Μάζα σε λιπώδη ιστό (Σχήμα 7α) με μέγεθος εικονοστοιχείου 300 μm . Μείωση του μεγέθους του εικονοστοιχείου σε 600 μm (β) και 1200 μm (γ), δημιουργεί ασάφεια στο περίγραμμα της μάζας και γενικά στην απεικόνιση των λεπτομερειών.

1.3. Κβάντιση (Quantisation)

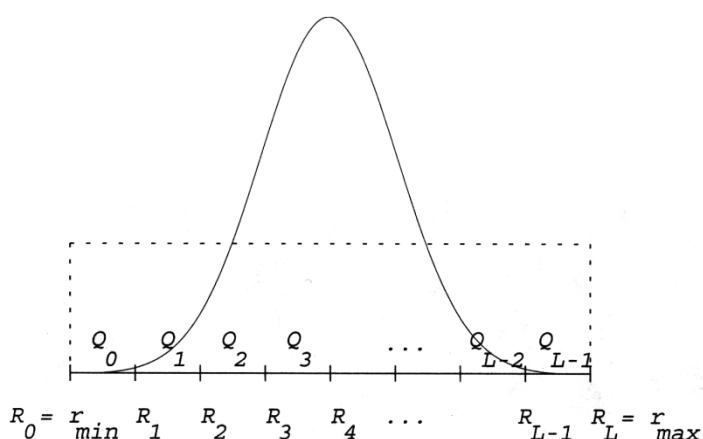
Η κβάντιση αφορά στη μετατροπή της συνεχούς τιμής των δειγμάτων των ανιχνευτών εικόνας σε ψηφιακή, με χρήση πεπερασμένου συνόλου επιτρεπόμενων τιμών, που καθορίζει τη διακριτική ικανότητα τόνων του γκρι (βάθος εικονοστοιχείου). Χρήση n bits έχει ως αποτέλεσμα 2^n (L) επίπεδα κβάντισης, με εύρος τιμών του γκρι $[0, 2^n - 1]$. Για $n=8$ είναι διαθέσιμα 256 επίπεδα κβάντισης $[0, 255]$ για την τιμή του κάθε εικονοστοιχείου, με το 0 να αντιστοιχεί στο μαύρο και το 255 στο λευκό τόνο.

Η διαφορά μεταξύ της αρχικής συνεχούς τιμής και της κβαντισμένης εξόδου αποτελεί το λεγόμενο σφάλμα κβάντισης. Κατά τη διαδικασία κβάντισης, στη συνεχή τιμή του σήματος αποδίδεται η τιμή του πλησιέστερου επιπέδου κβάντισης και η ακρίβεια αυτής της μετατροπής εξαρτάται από το βήμα κβάντισης (S),

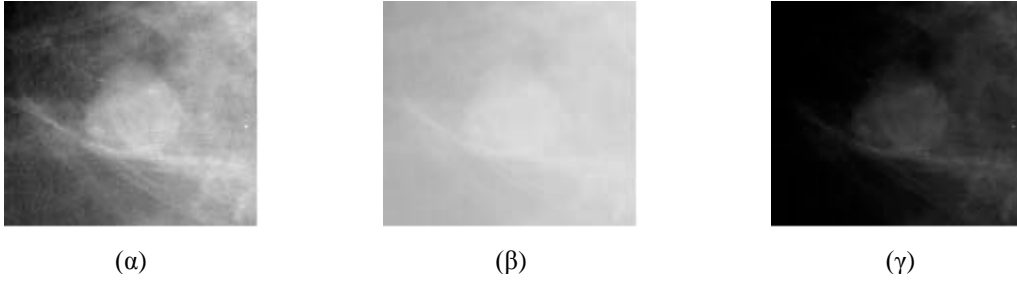
$$S = \frac{r_{\max} - r_{\min}}{L - 1} \quad (1.2)$$

και λαμβάνει υπόψη το δυναμικό εύρος τιμών του σήματος ($r_{\max} - r_{\min}$). Το σφάλμα κβάντισης ε κυμαίνεται μεταξύ $-S/2$ και $+S/2$. Βέλτιστος καθορισμός των επιπέδων κβάντισης (Σχήμα 1.8) λαμβάνει υπόψη τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (probability density function, pdf) της εικόνας (βλ. υπο-ενότητα ιστογράμματος εικόνας).

Χρήση ανεπαρκών επιπέδων οδηγεί σε υποβάθμιση της αντίθεσης εικόνας, (Σχήμα 1.9).



Σχήμα 1.8. Gaussian (συνεχής γραμμή) και ομοιόμορφη (στικτή γραμμή) κατανομή τόνων του γκρι εικόνας. Q_l και R_l επίπεδα εξόδου ψηφιοποιητή και διαστήματα αποφάσεων, αντίστοιχα.



Σχήμα 1.9. (α) Μάζα σε λιπώδη ιστό (Σχήμα 7α) με χρήση βέλτιστων επιπέδων του γκρι. Επίδραση ανεπαρκών επιπέδων του γκρι (β) και (γ) αλλοιώνει την αρχιτεκτονική του υποβάθρου καθώς και το περίγραμμα της μάζας.

1.4. Ιστόγραμμα Εικόνας

Θεωρώντας ότι οι τιμές επιπέδων του γκρι (r_k) των εικονοστοιχείων εικόνας αποτελούν δείγματα διακριτής στατιστικής διεργασίας, με πεδίο τιμών στο διάστημα $[0, L-1]$, μπορεί να θεωρηθούν ως τυχαίες μεταβλητές, με τη τιμή κάθε εικονοστοιχείου να σχετίζεται με συγκεκριμένη στατιστική αβεβαιότητα υλοποίησης, που καθορίζεται από την εκάστοτε εικόνα.

Στην περίπτωση ψηφιακής εικόνας $f(m,n)$, μεγέθους $M \times N$ εικονοστοιχείων, η συχνότητα εμφάνισης κάθε διαθέσιμου επιπέδου γκρι περιγράφεται από το ιστόγραμμα εικόνας, το οποίο ορίζεται ως η ακόλουθη διακριτή συνάρτηση:

$$h(r_k) = n_k, \quad k \in [0, L-1] \quad (1.3\alpha)$$

όπου n_k το πλήθος των εικονοστοιχείων της εικόνας που λαμβάνουν την τιμή επιπέδου του γκρι r_k και:

$$\sum_{k=0}^{L-1} h(r_k) = M \times N \quad (1.3\beta)$$

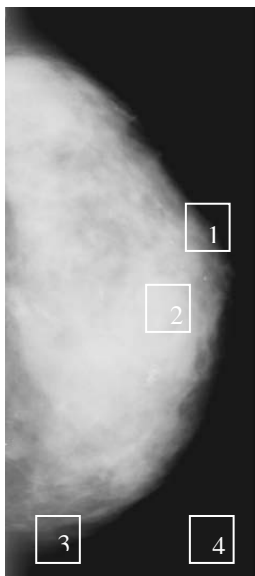
Η κανονικοποιημένη μορφή της συνάρτησης $h(r_k)$ εκφράζει την πιθανότητα εμφάνισης κάθε επιπέδου του γκρι της εικόνας και αντιστοιχεί στη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (probability density function, pdf εικόνας (ή υπο-περιοχής εικόνας):

$$p(r_k) = \frac{n_k}{M \times N} \quad (1.4\alpha)$$

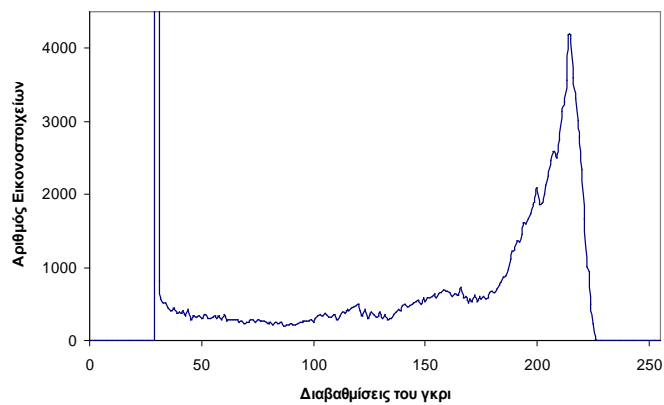
όπου $M \times N$ το συνολικό πλήθος των εικονοστοιχείων εικόνας και:

$$\sum_{k=0}^{L-1} p(r_k) = 1 \quad (1.4\beta)$$

Στα Σχήματα 1.10 και 1.11 δίνονται παραδείγματα ιστογραμμάτων μαστογραφικής εικόνας και τεσσάρων περιοχών ενδιαφέροντος (Regions Of Interest, ROIs) που αντιστοιχούν σε ετερογενώς πυκνό παρέγχυμα (ROI₁), ομοιογενώς πυκνό παρέγχυμα (ROI₂), λιπώδη ιστό (ROI₃) και υπόβαθρο εικόνας (ROI₄).



(α)

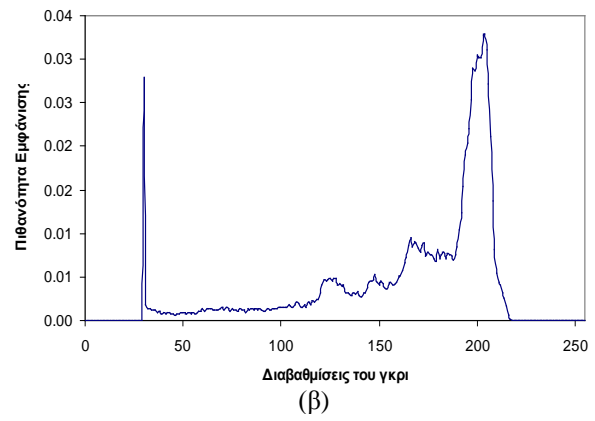


(β)

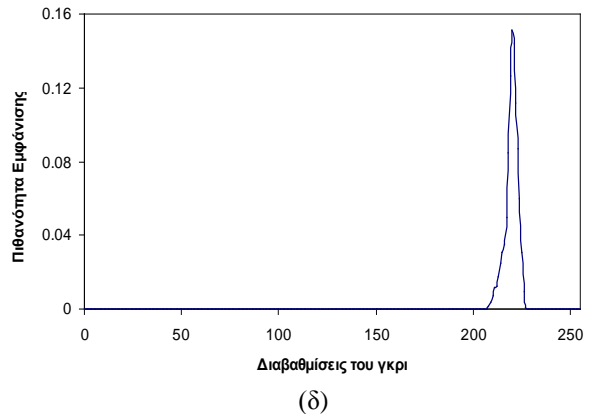
Σχήμα 1.10. (α) Μαστογραφική εικόνα και τέσσερις περιοχές ενδιαφέροντος. (β) Ιστόγραμμα της εικόνας.



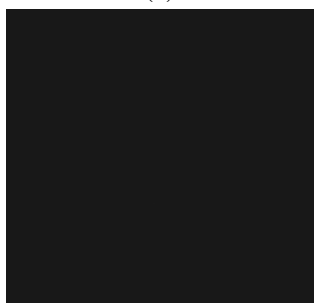
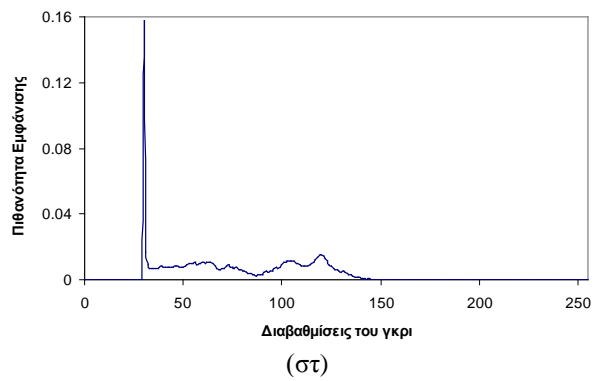
(α)



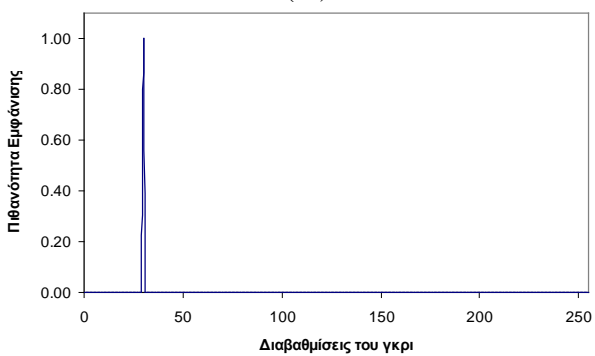
(γ)



(ε)



(ζ)



(η)

Σχήμα 1.11. Οι τέσσερις περιοχές ενδιαφέροντος της μαστογραφικής εικόνας του Σχήματος 27. (α) Ετερογενώς πυκνό παρέγχυμα (ROI₁). (γ) Ομοιογενώς πυκνό παρέγχυμα (ROI₂). (ε) Λιπώδης ιστός (ROI₃). (ζ) Υπόβαθρο εικόνας (ROI₄). Τα αντίστοιχα τους κανονικοποιημένα ιστογράμματα (β), (δ), (στ), και (η).

Το ιστόγραμμα εικόνας αποτελεί βασικό εργαλείο περιγραφής ψηφιακού περιεχομένου εικόνας και αποτελεί τη βάση για τον υπολογισμό παραμέτρων στατιστικής πρώτης και δεύτερης τάξης, Το ιστόγραμμα περιγράφει, την κατανομή των τόνων του γκρι της εικόνας (διαβαθμίσεις) αμαύρωσης, στο διαθέσιμο δυναμικό εύρος (αντίθεση εικόνας) καθώς και παραμέτρου ομοιογένειας/ανομοιογένειας της κατανομής αυτής.

Στο παράδειγμα 1.11. οι τιμές των επιπέδων του γκρι κυμαίνονται στο εύρος: 150-210 για το ετερογενώς πυκνό παρέγχυμα (β), 210-230 για το ομοιογενώς πυκνό παρέγχυμα (β , δ), 40-150 για το λιπώδη ιστό (β , σ) καθώς και 25-40 για το υπόβαθρο (β , η). Το εύρος τιμών των επιπέδων του γκρι σχετίζεται με την αντίθεση εικόνας των συγκεκριμένων εικόνων, όπου μικρότερο εύρος τιμών αντιστοιχεί σε μικρότερη αντίθεση εικόνας (Σχήμα 1.11.γ, ζ).

Επίσης, ορίζεται και το αθροιστικό κανονικοποιημένο ιστόγραμμα εικόνας, το οποίο αντιστοιχεί στην αθροιστική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας εικόνας (Cumulative Probability Density Function, CDF):

$$T(r_k) = \sum_{k=0}^K p(r_k) \quad (1.5)$$

Το αθροιστικό ιστόγραμμα είναι μια μονότονα αύξουσα συνάρτηση και χρησιμοποιείται για τον καθορισμό κατωφλίων-ποσοστών (percentiles) που αντιστοιχούν σε ποσοστά κατανομής του τιμών του γκρι (πχ. $T(r_k)=5\%$).

Ακολούθως παρουσιάζονται κάποιες βασικές παράμετροι (στατιστικοί δείκτες) στατιστικής πρώτης τάξης ιστογράμματος ψηφιακής εικόνας.

1.4.1. Στατιστική Ιστογράμματος 1ης τάξης

Η **μέση τιμή** (μ) των επιπέδων του γκρι ιστογράμματος εικόνας πλήθους εικονοστοιχείων $M \times N$ ορίζεται από το κανονικοποιημένο ιστόγραμμα ως:

$$\mu = \sum_{k=0}^{L-1} r_k p(r_k) \quad (1.6)$$

Η **διακύμανση** σ^2 (τετράγωνο της τυπικής απόκλισης) των επιπέδων του γκρι ιστογράμματος εικόνας ορίζεται ως:

$$\sigma^2 = \sum_{k=0}^{L-1} [r_k - \mu]^2 p(r_k) \quad (1.7)$$

Η **λοξότητα** και η **κύρτωση** εκφράζουν ροπές ανώτερης τάξης που περιγράφουν τη μετατόπιση της μέσης αμαύρωσης εικόνας προς μικρές (μαύρο) ή μεγάλες αμαυρώσεις (λευκό) και ορίζονται ως εξής:

$$\text{Λοξότητα} = \frac{\sum_{k=0}^{L-1} (r_k - \mu)^3 p(r_k)}{\left[\sum_{k=0}^{L-1} (r_k - \mu)^2 p(r_k) \right]^{3/2}} \quad (1.8)$$

$$\text{Κύρτωση} = \frac{\sum_{k=0}^{L-1} (r_k - \mu)^4 p(r_k)}{\left[\sum_{k=0}^{L-1} (r_k - \mu)^2 p(r_k) \right]^2} \quad (1.9)$$

Η **εντροπία ιστογράμματος** αποτελεί μια πρώτη αδρή προσέγγιση ποσοτικής περιγραφής της διασποράς και κατ'έκταση της διακύμανσής (variability) του. Επειδή στον ακόλουθο ορισμό δεν λαμβάνεται υπόψη η συσχέτιση των τιμών του γκρι γειτονικών εικονοστοιχείων, η εντροπία αυτή ονομάζεται και εντροπία μηδενικής τάξης (zeroth-order entropy):

$$H = -\sum_{k=0}^{L-1} p(r_k) \cdot h[p(r_k)] \quad (1.10\alpha)$$

όπου $h(p) = -\log(p)$.

Χρήση λογάριθμου με βάση το 2 (\log_2) οδηγεί σε έκφραση εντροπίας ιστογράμματος σε πλήθος bits ανά εικονοστοιχείο.

$$H = -\sum_{k=0}^{L-1} p(r_k) \cdot \log_2[p(r_k)] \quad (1.10\beta)$$

Η εντροπία μηδενικής τάξης περιγράφει αδρά το στατιστικό περιεχόμενο εικόνας καθώς και το κάτω όριο του απαιτούμενου βάθους εικονοστοιχείου που απαιτείται για την ψηφιακή αναπαράσταση εικόνας συγκεκριμένου περιεχομένου. Η μέγιστη δυνατή εντροπία εικόνας επιτυγχάνεται όταν τα διαθέσιμα επίπεδα τιμών του γκρι (L) καταλαμβάνονται ισοπίθανα ($1/L$), δηλ. η εικόνα χαρακτηρίζεται από ομοιόμορφο ή εξισωμένο ιστόγραμμα (equalized histogram).

1.5. Συμπέρασμα

Στην ενότητα αυτή παρουσιάστηκαν τα βασικά χαρακτηριστικά της ψηφιακής εικόνας, δηλ. η χωρική διακριτική ικανότητα και η διακριτική ικανότητα τόνων του γκρι, καθώς και οι διαδικασίες που τα καθορίζουν. Συγκεκριμένα, η διαδικασία δειγματοληψίας καθορίζει το μέγεθος εικονοστοιχείου δηλ. τη μέγιστη χωρική συχνότητα (ελάχιστο μέγεθος αντικειμένου που μπορεί να αναπαρασταθεί στην εικόνα). Μη επαρκής δειγματοληψία αλλοιώνει το συχνοτικό περιεχόμενο της εικόνας. Το βήμα κβάντισης επίσης καθορίζει το διαθέσιμο πλήθος τόνων του γκρι για την αναπαράσταση της έντασης του σήματος της εικόνας. Τέλος, εισάγεται το ιστόγραμμα ως περιγραφή της στατιστικής κατανομής των τόνων του γκρι της εικόνας, καθώς και κάποιες βασικές παράμετροι στατιστικής πρώτης τάξης που εκφράζουν το ψηφιακό περιεχόμενο της εικόνας.

1.6. Βιβλιογραφία

1. Digital Image Fundamentals. *Digital Image Processing*. R.C. Gonzalez and R.E. Woods. Prentice-Hall 2002, Chapter 2, pp. 82-156.
2. Digital Medical Image Fundamentals. *PACS and imaging informatics : basic principles and applications*, H.K. Huang. 2010 John Wiley & Sons 2010, Inc., Chapter 2, pp 33-61.
3. Image Quality and Information Content. *Biomedical Image Analysis*. R.M. Rangayyan (ed.), CRC Press 2005, Chapter 2, pp. 61-150.

2. Μέθοδοι Απεικόνισης με Ακτίνες X: Προβολική Απεικόνιση

Σκοπός της ενότητας αυτής είναι η περιγραφή της βασικής διάταξης προβολικής απεικόνισης φυσικού αντικείμενου με ακτίνες X. Ειδικότερα, αναφέρεται στην παραγωγή ακτίνων X, περιγράφοντας τις βασικές συνστάσεις της λυχνίας ακτίνων X, τα χαρακτηριστικά της παραγόμενης δέσμης ακτίνων X, το αντιδιαχυτικό διάφραγμα και τέλος τον ανιχνευτή εικόνας, ενισχυτική πινακίδα-ακτινογραφικό φιλμ, αλλά και τους σύγχρονους ψηφιακούς ανιχνευτές έμμεσης και άμεσης μετατροπής. Στην αρχή της ενότητας αυτής παρουσιάζονται οι **βασικοί μηχανισμοί αλληλεπίδρασης της ακτινοβολίας X με την ύλη** οι οποίοι αποτελούν και το υπόβαθρό της ιατρικής απεικόνισης με ακτίνες X.

Η παραγωγή ακτίνων X είναι απαραίτητη προϋπόθεση για κάθε ακτινοδιαγνωστική διαδικασία και αποτελεί την πιο σημαντική συνιστώσα στον καθορισμό της ολικής ποιότητας εικόνας. Η παραγωγή τους επιτυγχάνεται όταν δέσμη ηλεκτρονίων υψηλής ενέργειας προσπέσει σε κατάλληλο υλικό (στόχο). Η διαδικασία αυτή πραγματοποιείται μέσα σε κατάλληλη διάταξη που καλείται **ακτινοδιαγνωστική λυχνία** ή **λυχνία ακτίνων X**.

2.1. Αλληλεπίδραση ακτινοβολίας με την ύλη

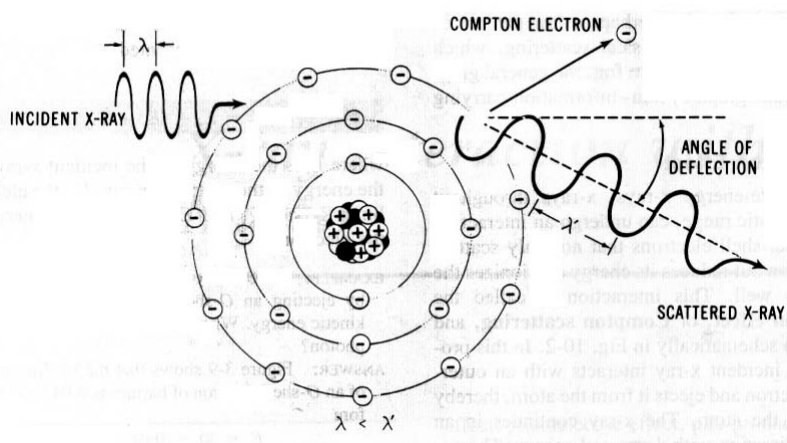
Η απεικόνιση διαφορετικών βιολογικών ιστών με ακτίνες X οφείλεται στη διαφορετική εξασθένηση που παρουσιάζει η δέσμη φωτονίων X, που παράγεται από κατάλληλη πηγή ακτίνων X, κατά τη διέλευσή της από διάφορους βιολογικούς ιστούς και την ανίχνευση της εξασθενημένης δέσμης από το ακτινογραφικό φιλμ ή τον ψηφιακό ανιχνευτή. Για τις ενέργειες που χρησιμοποιούνται στην ακτινοδιαγνωστική (25-150KeV) τρεις είναι οι βασικοί μηχανισμοί αλληλεπίδρασης ακτινοβολίας με την ύλη: Ελαστική σκέδαση (ή σκέδαση Rayleigh), Φωτοηλεκτρικό Φαινόμενο και Ανελαστική σκέδαση (Φαινόμενο Compton).

Ελαστική σκέδαση (σκέδαση Rayleigh)

Τα φωτόνια αλληλεπιδρούν με τα ηλεκτρόνια των ατόμων χωρίς όμως να προκαλούν ιονισμό των ατόμων. Τα φωτόνια διατηρούν την ενέργειά τους μεταβάλλοντας μόνο τη διεύθυνσή τους. Η πιθανότητα εμφάνισης της ελαστικής σκέδασης αυξάνει για μικρές ενέργειες και για υλικά με υψηλό ατομικό αριθμό. Για τις ενέργειες που χρησιμοποιούνται στην ακτινοδιαγνωστική το φαινόμενο αποτελεί μόνο το 5% με 10% των αλληλεπιδράσεων με την ύλη.

Φαινόμενο Compton (Ανελαστική σκέδαση)

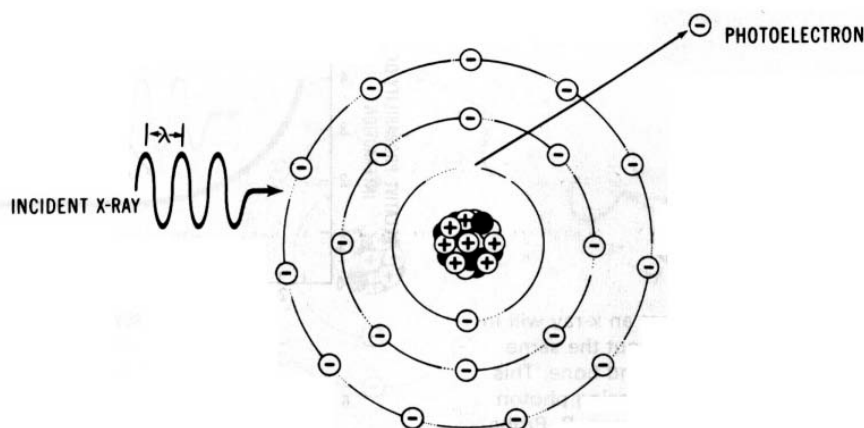
Φωτόνιο σχετικά χαμηλής ενέργειας αλληλεπιδρά με ηλεκτρόνιο εξωτερικής στοιβάδας του ατόμου και εκτρέπεται από την πορεία του (ανελαστική σκέδαση). Το ηλεκτρόνιο απορροφά μέρος της ενέργειας του φωτονίου και εκπέμπεται ως ηλεκτρόνιο Compton (Σχήμα 2.1). Το φωτόνιο συνεχίζει να κινείται στο μέσο με άλλη κατεύθυνση και χαμηλότερη ενέργεια (μεγαλύτερο μήκος κύματος). Η πιθανότητα εμφάνισης του φαινομένου μειώνεται όταν αυξάνεται η αρχική ενέργεια των φωτονίων.



Σχήμα 2.1. Σχηματική αναπαράσταση φαινομένου Compton.

Φωτοηλεκτρικό φαινόμενο

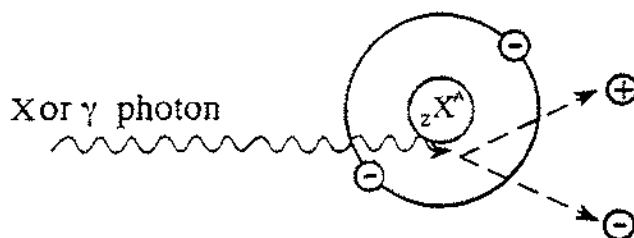
Το προσπίπτον φωτόνιο απορροφάται πλήρως, μεταφέροντας όλη την ενέργειά του σε ένα ηλεκτρόνιο της εσωτερικής στοιβάδας του ατόμου (Σχήμα 2.2). Το ηλεκτρόνιο εκπέμπεται ως φωτοηλεκτρόνιο και το άτομο ιονίζεται. Η πιθανότητα εμφάνισης του φωτοηλεκτρικού φαινομένου μειώνεται για μικρές ενέργειες και αυξάνει για υλικά με υψηλό ατομικό αριθμό.



Σχήμα 2.2. Σχηματική αναπαράσταση φωτοηλεκτρικού φαινομένου.

Δίδυμος γένεση

Πρόκειται για φαινόμενο που δεν συναντάται στο εύρος ενεργειών της ακτινοδιαγνωστικής, συναντάται όμως στη μέθοδο απεικόνισης εκπομπής ποζιτρονίων. Φωτόνιο υψηλής ενέργειας ($E_{\text{φωτονίου}} > 1,022 \text{ MeV}$) εξαυλώνεται παράγοντας ένα ηλεκτρόνιο και ένα ποζιτρόνιο (Σχήμα 2.3). Τα ποζιτρόνια λίγο και εξαφανίζονται, αφού επιδράσουν με ένα άλλο e^- της ύλης, σχηματίζοντας 2 φωτόνια ενέργειας 0.511 MeV .



Σχήμα 2.3. Σχηματική αναπαράσταση φαινομένου διδύμου γένεσης.

Γραμμικός και Μαζικός συντελεστής εξασθένησης

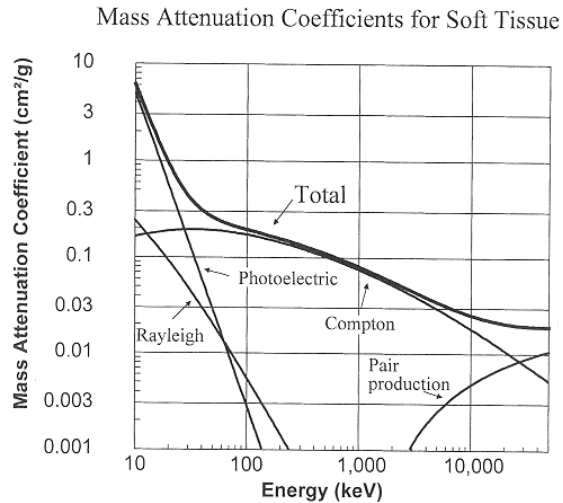
Η εξασθένηση δέσμης φωτονίων X κατά τη διέλευσή της από τους βιολογικούς ιστούς εκφράζεται από τον εκθετικό νόμο.

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad (2.1)$$

όπου I_0 η ένταση της προσπίπτουσας δέσμης, I η ένταση της διερχόμενης δέσμης, x το μήκος διαδρομής των φωτονίων στους ιστούς και μ ο γραμμικός συντελεστής εξασθένησης του ιστού ο οποίος μετράται σε μονάδες αντίστροφου μήκους (cm^{-1}). Υψηλή τιμή του συντελεστή αντιστοιχεί σε σημαντική απορρόφηση της δέσμης από τον ιστό με μόνο ένα μικρό ποσοστό φωτονίων να προσκρούει στον ανιχνευτή. Η τιμή του συντελεστή μ δίδεται και σαν άθροισμα των επιμέρους συντελεστών των μεμονωμένων φαινομένων/μηχανισμών αλληλεπίδρασης ακτινοβολίας-ύλης στην ακτινοδιάγνωση.

$$\mu = \mu_{\text{photoelectric}} + \mu_{\text{Compton}} + \mu_{\text{coherent}} \quad (2.2)$$

Ο μαζικός συντελεστής εξασθένησης του ιστού ορίζεται από το λόγο μ/ρ όπου ρ η πυκνότητα του ιστού. Η συνεισφορά των μηχανισμών αλληλεπίδρασης ακτινοβολίας-ύλης στο μαζικό συντελεστή εξασθένησης μαλακού ιστού ως συνάρτηση της ενέργειας προσπίπτουσας δέσμης φωτονίων απεικονίζεται στο Σχήμα 2.4. Η συνεισφορά του φωτοηλεκτρικού φαινομένου είναι σημαντική για χαμηλές ενέργειες. Το φαινόμενο Compton είναι κυρίαρχο στις υψηλότερες ενέργειες, ωστόσο, η συμβολή του μειώνεται καθώς η ενέργεια της προσπίπτουσας δέσμης φωτονίων αυξάνει.



Σχήμα 2.4. Μαζικός συντελεστής εξασθένησης για μαλακό ιστό. Δίδεται ο ολικός και οι επιμέρους συντελεστές.

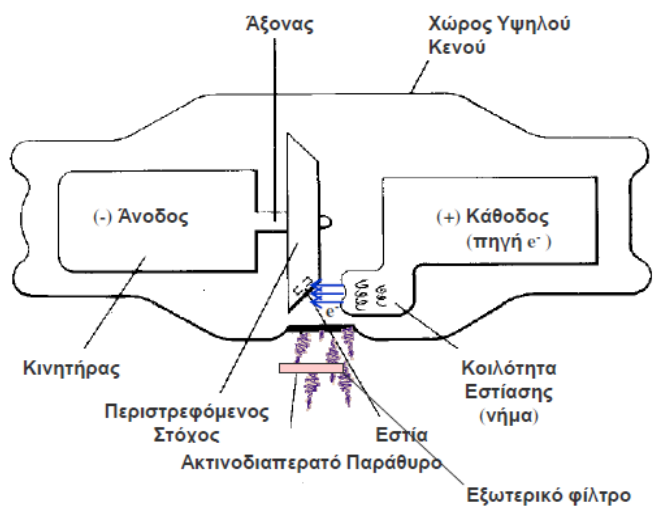
2.2. Λυχνία Ακτίνων X

Τα βασικά μέρη μίας πηγής ακτίνων X (που συνήθως αναφέρεται ως λυχνία ακτίνων X) απεικονίζονται στο Σχήμα 2.5. Η παραγωγή ακτίνων X βασίζεται στην επιτάχυνση δέσμης ηλεκτρονίων ώστε να προσκρούσει στην επιφάνεια ενός μεταλλικού στόχου. Η λυχνία έχει δύο ηλεκτρόδια: την αρνητικά φορτισμένη **κάθοδο**, που λειτουργεί ως πηγή ηλεκτρονίων και τη θετικά φορτισμένη **άνοδο** η οποία φέρει το μεταλλικό στόχο. Μία διαφορά δυναμικού μεταξύ 15 και 150 kV εφαρμόζεται μεταξύ ανόδου και καθόδου (η ακριβής τιμή της διαφοράς δυναμικού εξαρτάται από την εκάστοτε εφαρμογή). Αυτή η διαφορά δυναμικού είναι της μορφής ανορθωμένης εναλασσόμενης τάσης και χαρακτηρίζεται από τη μέγιστη τιμή της (kilovoltage peak-kVp). Η μέγιστη τιμή αυτής της τάσης αναφέρεται και ως τάση επιτάχυνσης.

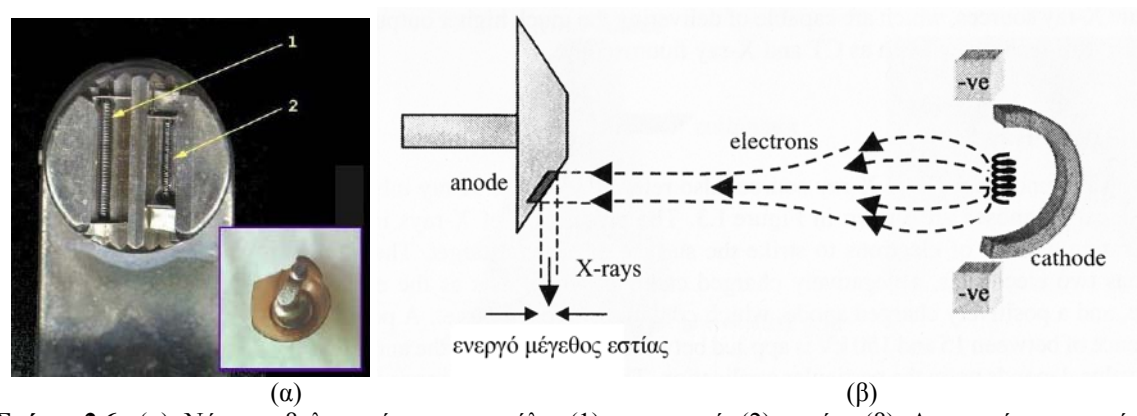
Η **κάθοδος** αποτελείται από ένα νήμα βολφραμίου (~200μm σε διάμετρο) με μορφή ελικοειδούς ελατηρίου, με διάμετρο ~2mm και ύψος λιγότερο από 1cm. (Σχ. 2.6.(α)). Οι περισσότερες λυχνίες φέρουν στην κάθοδο δύο νήματα για να έχουν τη δυνατότητα του μικρού ή του μεγάλου **ενεργού μεγέθους εστίας**. Η μεγάλη εστία χαρακτηρίζεται από μικρή επιφανειακή πυκνότητα θερμικού φορτίου, χαμηλή χωρική διακριτική ικανότητα και αυξημένη ασάφεια. Αντίθετα, η μικρή εστία χαρακτηρίζεται από μεγάλη επιφανειακή πυκνότητα θερμικού φορτίου, υψηλή χωρική διακριτική ικανότητα και μικρή ασάφεια. Η παραγωγή των ηλεκτρονίων από το νήμα βασίζεται στη **θερμιονική εκπομπή**, δηλαδή στην εξαγωγή ηλεκτρονίων από ένα μέταλλο όταν αυτό απορροφά κάποιο ποσό θερμότητας. Συγκεκριμένα, ηλεκτρικό ρεύμα από μία πηγή ισχύος διαπερνά την κάθοδο και προκαλεί τη θέρμανσή της. Όταν η θερμοκρασία της

καθόδου φτάσει τους $\sim 2200^{\circ}\text{C}$ η θερμική ενέργεια που απορροφάται από τα άτομα του βολφράμιου επιτρέπει σε ένα μικρό αριθμό ηλεκτρονίων να διαφύγουν από την επιφάνεια του μετάλλου, μία διαδικασία που ονομάζεται **θερμιονική εκπομπή**.

Η υψηλή θετική τάση που εφαρμόζεται στην άνοδο επιταχύνει τα ηλεκτρόνια από την κάθοδο προς την άνοδο. Καθώς η χωρική διακριτική ικανότητα της εικόνας καθορίζεται από το **ενεργό** μέγεθος της εστίας (Σχ.2.7.(β)), η κάθοδος σχεδιάζεται έτσι ώστε να δημιουργεί μία συμπαγή, ομοιόμορφη δέσμη ηλεκτρονίων. Συγκεκριμένα, μία αρνητικά φορτισμένη κοιλότητα εστίασης τοποθετείται γύρω από την κάθοδο για να μειώνει την απόκλιση των ηλεκτρονίων. Όσο πιο μεγάλο το αρνητικό δυναμικό που εφαρμόζεται στην κοιλότητα τόσο πιο λεπτή η δέσμη των ηλεκτρονίων. Εάν εφαρμοστεί ένα εξαιρετικά υψηλό δυναμικό ($\sim 2\text{kV}$) τότε η ροή των ηλεκτρονίων μπορεί να διακοπεί τελείως. Αυτή η διαδικασία αποτελεί τη βάση για την παλμική πηγή ακτίνων X που χρησιμοποιείται στην υπολογιστική τομογραφία.



Σχήμα 2.5. Λυχνία ακτίνων-X.



Σχήμα 2.6. (α) Νήματα βολφραμίου για μεγάλη (1) και μικρή (2) εστία. (β) Αρνητικά φορτισμένη κοιλότητα εστίασης στην κάθοδο της λυχνίας παράγει μία συμπαγή, εστιασμένη δέσμη ηλεκτρονίων και αυξάνει τη ροή των ηλεκτρονίων που προσκρούουν στην άνοδο βολφραμίου (στόχος).

Στην **άνοδο** οι ακτίνες X παράγονται καθώς τα επιταχυνόμενα ηλεκτρόνια διεισδύουν σε ένα βάθος μερικών δεκάδων μm στο μέταλλο στόχο (Σχ.2.7.(α)) όπου εναποθέτουν την κινητική τους ενέργεια. Το υλικό του στόχου είναι συνήθως βολφράμιο διότι πληρεί τα εξής χαρακτηριστικά: (α) υψηλό ατομικό αριθμό ($Z=74$) για αποδοτική παραγωγή ακτινοβολίας X, (β) υψηλό σημείο τήξης ($\theta=3387^\circ\text{C}$) για αποφυγή τήξης του στόχου λόγω υπερθέρμανσης, (γ) Υψηλή θερμική αγωγιμότητα, (δ) Δεν εξαχνώνεται εύκολα, (ε) Υψηλή πυκνότητα για την απορρόφηση των ηλεκτρονίων σε στόχο μικρού όγκου και (στ) Μηχανική αντοχή στις υψηλές θερμοκρασίες. Συχνά χρησιμοποιείται κράμα από 90% βολφράμιο και 10% ρήνιο, το οποίο είναι πολύ ανθεκτικό σε επιφανειακές φθορές (Σχ.2.7.(α)) ενώ παρουσιάζει μεγαλύτερη θερμική χωρητικότητα από το καθαρό βολφράμιο. Στη μαστογραφία όπου απαιτούνται ακτίνες X χαμηλότερης ενέργειας χρησιμοποιείται μολυβδαίνιο. Ακόμα και με το βολφράμιο που έχει υψηλό ατομικό αριθμό ($Z=74$) και αποδοτική παραγωγή ακτινοβολίας X, το μεγαλύτερο μέρος της ενέργειας που εναποτίθεται στην άνοδο μετατρέπεται σε θερμότητα και μόνο το $\sim 1\%$ αυτής μετατρέπεται σε ακτινοβολία X.

Η πηγή των ακτίνων X (εστία) πρέπει να έχει (α) μεγάλες διαστάσεις για να αντέχει σε μεγάλα θερμικά φορτία και ταυτόχρονα (β) μικρές διαστάσεις για ακριβή προβολή του ασθενούς πάνω στο φιλμ (μικρή παρασκιά). Αυτό επιτυγχάνεται με την «**αρχή της γραμμικής εστίας**» (Σχήμα 2.7.(β)). Έστω θ η γωνία του κόλπου κώνου της ανόδου (όπου η θ παίρνει τιμές από 6° έως 20°). Λόγω της κλίσης αυτής της ανόδου, όταν η εστία παρατηρείται από την κατεύθυνση που εξέρχεται η δέσμη η μία της διάσταση φαίνεται μικρότερη. Η **φαινόμενη** αυτή διάσταση η οποία παρέχει το **ενεργό μέγεθος εστίας f'** είναι:

$$f' = f \cdot \eta \mu \theta \quad (2.3)$$

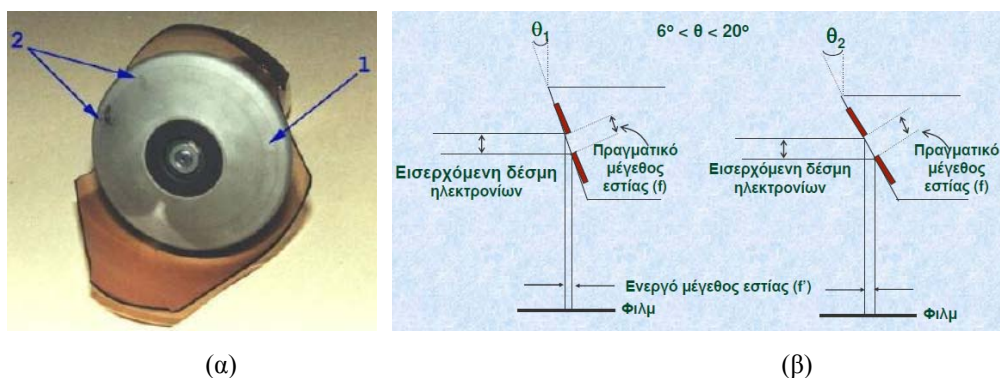
(Η εστία αυτή καλείται και **γραμμική εστία** ή **εστία Goetze**). Όσο μικρότερη η γωνία θ , τόσο μικρότερο το **ενεργό μέγεθος εστίας f'** . Φυσικά η θ δεν μπορεί να λάβει μηδενική τιμή ($\theta=0$) αφού αυτό θα αντιστοιχούσε σε έναν ιδιαίτερα μικρό αριθμό φωτονίων X. Το ενεργό μέγεθος της εστίας κυμαίνεται από 0,3mm (για τη μαστογραφία) έως μεταξύ 0,6mm και 1,2mm για την προβολική ακτινογράφιση. Στην πράξη οι περισσότερες λυχνίες φέρουν στην κάθοδο δύο νήματα για να έχουν τη δυνατότητα του μικρού ή του μεγάλου **ενεργού μεγέθους εστίας** (Σχ. 2.6(α)). Το ενεργό μέγεθος εστίας μπορεί επίσης να ελεγχθεί αυξάνοντας ή μειώνοντας το αρνητικό φορτίο που εφαρμόζεται στην κοιλότητα εστίασης της λυχνίας.

Επιπλέον, επειδή η παραγωγή ακτίνων X δεν γίνεται στην επιφάνεια του στόχου αλλά σε διάφορα βάθη μέσα στο υλικό, προκαλείται η εμφάνιση ανομοιογένειας στη

χωρική κατανομή της έντασης της ακτινοβολίας της δέσμης. Συγκεκριμένα, η δέσμη εμφανίζεται εξασθενημένη στην περιοχή που βρίσκεται προς την πλευρά της ανόδου. Το φαινόμενο αυτό είναι γνωστό σαν «φαινόμενο πτέρνας (heel effect)» και αυξάνει όσο μειώνεται η κλίση της ανόδου.

Ένα ακόμη βήμα για την αντιμετώπιση της υπερθέρμανσης της της ανόδου είναι η ανάπτυξη της «περιστροφόμενης ανόδου» ή ανόδου του **Bouwers** το 1930. Η περιστροφόμενη άνοδος αποτελείται από έναν κόλουρο κώνο που κατασκευάζεται από βολφράμιο ή από διαδοχική επίστρωση διαφόρων μετάλλων όπως κράμα βολφραμίου-ρηνίου πάνω σε μολυβδαίνιο ή γραφίτη. Η διαμέτρος του δίσκου είναι από 75mm έως 125 mm. Η ταχύτητα περιστροφής της ανόδου είναι συνήθως 3000rpm. Στην περιστροφόμενη άνοδο αξιοποιείται και η αρχή της γραμμικής εστίας (Σχ.2.7.(β)). Αποτέλεσμα της περιστροφής είναι η διασπορά της θερμότητας που αναπτύσσεται σε κάποια έκθεση σε μία κυκλική λωρίδα της επιφάνειας της ανόδου (Σχ.2.7.(α)). Η περιστροφή της ανόδου επιτυγχάνεται με μαγνητικό πεδίο που παράγεται από τα πηνία του στάτορα ηλεκτροκινητήρα που περιβάλλει το υάλινο περίβλημα της λυχνίας προς την πλευρά της ανόδου.

Όλα τα στοιχεία της λυχνίας βρίσκονται σε χώρο (σωλήνα) υψηλού κενού. Παλιότερα ο σωλήνας κατασκευάζετο από γυαλί, αλλά πρόσφατα το γυαλί αντικαταστάθηκε από συνδυασμό μετάλλου και κεραμικού. Το μειονέκτημα του γυαλιού είναι οι εναποθέσεις στοιχείων εξάχνωσης που προέρχονται τόσο από το νήμα καθόδου όσο και από το στόχο της ανόδου, τα οποία σχηματίζονται στην εσωτερική επιφάνεια του σωλήνα μειώνοντας το χρόνο ζωής της λυχνίας. Η λυχνία είναι τοποθετημένη μέσα σε ειδικό κέλυφος. Μεταξύ κελύφους και υάλινου περιβλήματος υπάρχει λάδι το οποίο συμβάλλει στην ηλεκτρική μόνωση της λυχνίας και στη γρήγορη απαγωγή της θερμότητας προς το περιβάλλον.



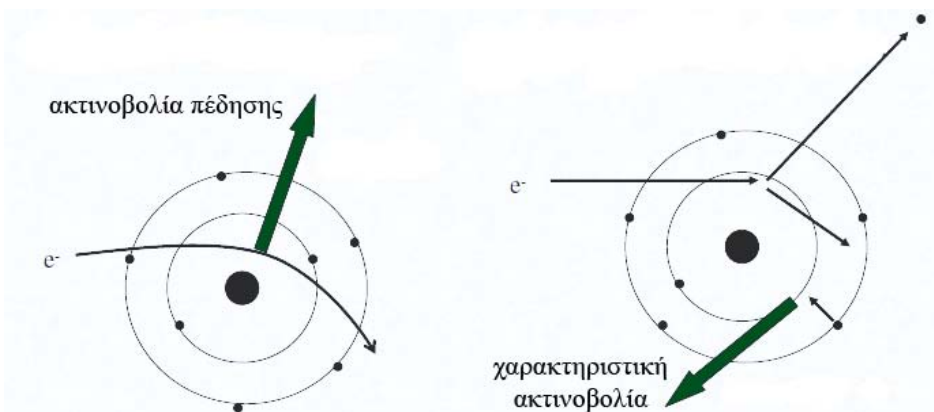
Σχήμα 2.7. (α) Μέταλλο στόχος ανόδου όπου προσπίπτουν τα ηλεκτρόνια σχηματίζοντας μία λωρίδα (1). Είναι ορατές φθορές του στόχου (2). (β) Αρχή της γραμμικής εστίας. Όσο μικρότερη η γωνία του κόλουρου κώνου της ανόδου θ , τόσο μικρότερο το ενεργό μέγεθος εστίας f' .

2.3. Φάσμα Ακτίνων X

Όταν τα υψηλής ενέργειας ηλεκτρόνια προσπίπτουν στο στόχο παράγονται φωτόνια X με δύο διαφορετικές διαδικασίες:

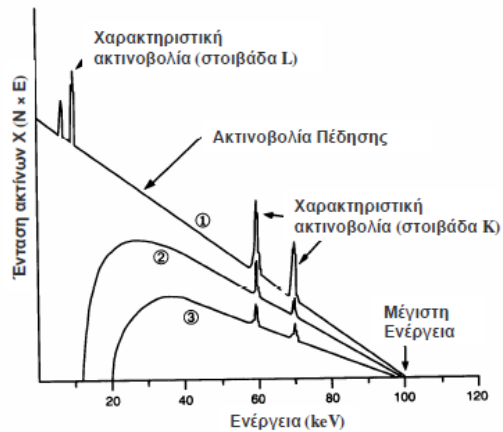
(α) Στην αλληλεπίδραση του ηλεκτρονίου με τον πυρήνα των ατόμων του βολφραμίου (Σχ. 2.8.(α)). Οι ακτίνες X που παράγονται με αυτή τη διαδικασία αυτή χαρακτηρίζονται ως «ακτινοβολία πέδησεως (bremsstrahlung)» ή «συνεχής» ή «γενική» ή «λευκή ακτινοβολία».

(β) Στην αλληλεπίδραση του ηλεκτρονίου με ηλεκτρόνια των φλοιών των ατόμων βολφραμίου (Σχ. 2.8.(β)). Οι ακτίνες X που παράγονται με αυτή τη διαδικασία αυτή χαρακτηρίζονται ως «χαρακτηριστική ακτινοβολία».



Σχήμα 2.8. Μηχανισμοί παραγωγής ακτίνων X.

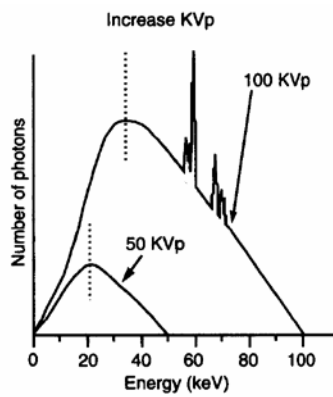
Το **ενεργειακό φάσμα** ορίζεται σαν η κατανομή της έντασης της ακτινοβολίας σε όλο το εύρος ενεργειών της δέσμης. Η μορφή του ενεργειακού φάσματος καθορίζεται από τους δύο μηχανισμούς παραγωγής ακτίνων X. Δηλαδή το **συνεχές φάσμα** καθορίζεται από την ακτινοβολία πέδησης και το **γραμμικό φάσμα** καθορίζεται από τη χαρακτηριστική ακτινοβολία (Σχ.2.9). Η **μέγιστη ενέργεια των ακτίνων X** καθορίζεται από την υψηλή τάση της λυχνίας και δίδεται από τη σχέση $E_{max}=q_e \cdot V$, όπου q_e το ηλεκτρικό φορτίο του ηλεκτρονίου και V η υψηλή τάση. Για σταθερή τιμή υψηλής τάσης τα ηλεκτρόνια που προσπίπτουν στο στόχο έχουν την ίδια ενέργεια E_{max} , ενώ τα φωτόνια που παράγονται έχουν ενέργεια από 0 έως E_{max} .



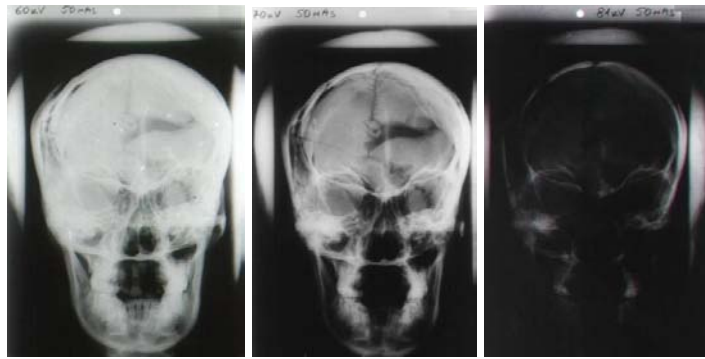
Σχήμα 2.9. Φάσμα ακτίνων X από λυχνία με υψηλή τάση 100kVp και στόχο βολφραμίου, παρουσία ενυπάρχοντος φίλτρου (2), επιπρόσθετου φίλτρου (3) και στην περίπτωση του κενού (1).

Ακολουθώς, παρατίθενται οι παράμετροι που επηρεάζουν το φάσμα των ακτίνων X.

- (i) **Επίδραση υψηλής τάσης.** Η υψηλή τάση επιδρά στη μέγιστη ενέργεια του συνεχούς φάσματος (E_{max}) και στον αριθμό φωτονίων της δέσμης (Σχ.2.10). Η ένταση της ακτινοβολίας είναι ανάλογη του kVp^2 . Η ενέργεια της χαρακτηριστικής ακτινοβολίας είναι ανεξάρτητη της υψηλής τάσης, αλλά η έντασή της αλλάζει.
- (ii) **Επίδραση υλικού του στόχου.** Το υλικό του στόχου καθορίζει τον αριθμό των φωτονίων X που ανήκουν στο συνεχές φάσμα, καθώς και την ποιότητα (ενέργεια) της παραγόμενης χαρακτηριστικής ακτινοβολίας.
- (iii) **Επίδραση φίλτρου** (Σχ.2.9). Το φίλτρο της λυχνίας καθορίζει τον αριθμό φωτονίων χαμηλής ενέργειας («μαλακά» φωτόνια με $E < 25\text{keV}$) τα οποία απορροφώνται από το σώμα του ασθενούς χωρίς να συμβάλλουν στην απεικόνιση και αυξάνοντας τη δόση του ασθενούς. Τα περισσότερα απορροφώνται από το ενυπάρχον φίλτρο (υάλινο περίβλημα και άλλα παρεμβαλλόμενα υλικά όπως λάδι και παράθυρο λυχνίας). Για την εξάλειψη των υπολοίπων χρησιμοποιείται εξωτερικό (επιπρόσθετο) φίλτρο. Τα φίλτρα απορροφούν φωτόνια όλων των ενεργειών αλλά περισσότερα φωτόνια χαμηλών ενεργειών με αποτέλεσμα την ελάττωση έντασης και την αύξηση της μέσης ενέργειας του φάσματος.
- (iv) **Επίδραση έντασης ρεύματος/χρόνου έκθεσης.** Ο αριθμός των φωτονίων X που παράγονται σε ένα ορισμένο χρονικό διάστημα είναι ευθέως ανάλογος του ρεύματος της λυχνίας. Η μέγιστη ενέργεια και η μορφή του ενεργειακού φάσματος δεν αλλάζει (Σχ.2.11). Για την επίδραση του χρόνου έκθεσης ισχύει ότι και για την ένταση του ρεύματος.

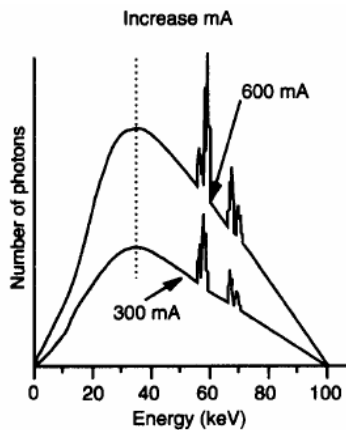


(α)



(β)

Σχήμα 2.10. (α) Φάσμα ακτίνων X από λυχνία με στόχο βολφραμίου και υψηλή τάση 100kVp και 50 kVp. (β) Παράδειγμα επίδρασης υψηλής τάσης σε ακτινογραφία κεφαλής με στοιχεία έκθεσης 50mAs και για 60kV, 70kV και 80kV.



(α)



(β)

Σχήμα 2.11. (α) Φάσμα ακτίνων X από λυχνία με στόχο βολφραμίου, υψηλή τάση 100kVp και τιμές έντασης ρεύματος 300 mA και 600mA. (β) Παράδειγμα επίδρασης φορτίου (mAs) σε ακτινογραφία κεφαλής με στοιχεία έκθεσης 70kV και για 25 mAs, 50 mAs και 80 mAs.

Ποιότητα δέσμης ακτίνων X

Ο βαθμός διειδυτικότητας της δέσμης ακτίνων X στην ύλη χαρακτηρίζεται από την «ποιότητά» της. Μία δέσμη υψηλής μέσης ενέργειας φωτονίων («σκληρή») εξασθενεί λιγότερο κατά τη διέλευσή της από κάποιο υλικό. Η «ποιότητα» της δέσμης εξαρτάται από την τιμή της υψηλής τάσης και το πάχος του φίλτρου. Η «ποιότητα» της δέσμης εκφράζεται σε πάχος κάποιου υλικού (συνήθως Al) που είναι ικανό να μειώσει την ένταση της δέσμης στο ήμισυ της αρχικής τιμής της (χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η σκεδαζόμενη ακτινοβολία). Το πάχος αυτό καλείται πάχος υποδιπλασιασμού (half value layer-HVL) και ισχύει $\mu \cdot 0.693 = \text{HVL}$, όπου μ ο γραμμικός συντελεστής εξασθένησης της δέσμης.

2.4. Σχήμα και μέγεθος πεδίου

Η δέσμη που κατευθύνεται προς την έξοδο της λυχνίας (παράθυρο) απαιτεί διαμόρφωση ως προς το μέγεθος και το σχήμα της ώστε να στοχεύει στην περιοχή ενδιαφέροντος και όχι σε παρακείμενους ιστούς αυξάνοντας τη δόση στον ασθενή. Παράλληλα υποβαθμίζεται η ποιότητα της ακτινογραφικής εικόνας διότι στα πεδία μεγάλων διαστάσεων η σκεδαζόμενη ακτινοβολία αυξάνει. Η δέσμη συνήθως διαμορφώνεται με διαφράγματα βάθους τα οποία συνοδεύονται από σύστημα φωτεινού πεδίου που επιτρέπει τον ακριβή εντοπισμό του πεδίου ακτινοβολίας.

2.5. Αντιδιαχτυτικό διάφραγμα

Το αντιδιαχτυτικό διάφραγμα (antiscatter grid ή «bucky» από τον Gustave Bucky που τα πρότεινε το 1913) χρησιμοποιείται για την μείωση της σκεδαζόμενης ακτινοβολίας η οποία δημιουργείται μέσα στο σώμα του ασθενούς κατά την αλληλεπίδραση της πρωτογενούς με τον ασθενή, και συντελεί στην υποβάθμιση της αντίθεσης εικόνας. Η σκεδαζόμενη ακτινοβολία είναι σημαντική για πάχος ασθενή $> 10\text{cm}$ και για πεδία μεγάλων διαστάσεων. Το αντιδιαχτυτικό διάφραγμα αποτελείται από λεπτές λωρίδες μολύβδου εναλασσόμενες με λωρίδες αλουμινίου, πλαστικού ή άλλων οργανικών ουσιών. Η διάταξη των λωρίδων είναι τέτοια ώστε να επιτρέπει τη διέλευση της πρωτογενούς ακτινοβολίας (επιτρέπει τη διέλευση ακτίνων X που η διεύθυνση τους είναι παράλληλη προς τις λωρίδες του διαφράγματος) ενώ δεν επιτρέπει τη διέλευση της σκεδαζόμενης ακτινοβολίας (Σχ.2.12(α)). Η μείωση της σκεδαζόμενης ακτινοβολίας έχει σαν αποτέλεσμα της αύξηση της αντίθεσης εικόνας.

Οι κυριότερες παράμετροι του αντιδιαχτυτικού διαφράγματος είναι:

- (i) *Λόγος αντιδιαχτυτικού διαφράγματος.* Ο λόγος του ύψους h των λωρίδων μολύβδου δια της απόστασης D μεταξύ αυτών (Σχ.2.12.(β)).

$$r = \frac{h}{D} \quad (5 < r < 16) \quad (2.4)$$

- (ii) *Πυκνότητα λωρίδων.* Είναι ο αριθμός λωρίδων μολύβδου ανά μονάδα μήκους.

$$(\text{lines} / \text{mm}) = \frac{l}{(D + d)} \quad (2.5)$$

όπου d πλάτος μολύβδου και D πάχος του μεσοδιαστήματος σε mm

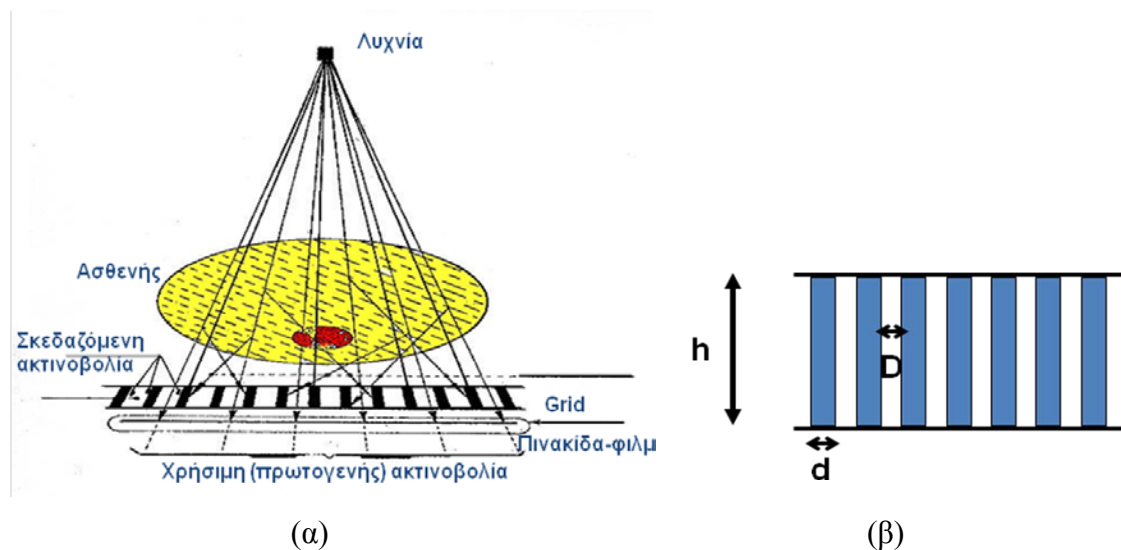
- (iii) *Διαπερατότητα πρωτογενούς ακτινοβολίας T_p .*

$$T_p = \frac{D}{(D+d)} \cdot 100 \quad (2.6)$$

(iv) Παράγοντας αντιδιαχτυτικού διαφράγματος B .

$$B = \frac{\text{Προσπίπτουσα ακτινοβολία (πρωτογενής + σκεδαζόμενη)}}{\text{Διερχόμενη ακτινοβολία}} \quad (2.7)$$

Ο παράγοντας B καθορίζει την αύξηση της δόσης στον ασθενή όταν γίνεται χρήση αντιδιαχτυτικού διαφράγματος.



Σχήμα 2.12. (α) Το αντιδιαχτυτικό διάφραγμα (antiscatter grid) χρησιμοποιείται για την μείωση της σκεδαζόμενης ακτινοβολίας, επιτρέποντας τη διέλευση ακτίνων X που η διεύθυνση τους είναι παράλληλη προς τις λωρίδες του διαφράγματος. (β) Διατομή αντιδιαχτυτικού διαφράγματος.

Τα αντιδιαχτυτικά διαφράγματα διακρίνονται σε διάφορους **τύπους** ανάλογα με τα ιδιαίτερα κατασκευαστικά τους χαρακτηριστικά. Οι κυριώτεροι τύποι είναι οι εξής:

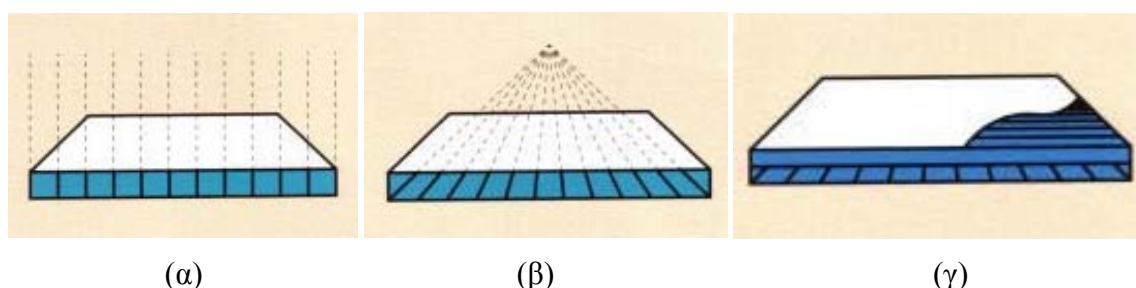
(α) **Γραμμικά (ή παράλληλα):** Αποτελούνται από λωρίδες μολύβδου παράλληλες μεταξύ τους (Σχ.2.13.(α)). Τα πλεονεκτήματα αυτών είναι ότι επιτρέπουν την αυξομοίωση της απόστασης λυχνίας-αντιδιαχτυτικού διαφράγματος, και επιτρέπουν την κλίση της λυχνίας σε διεύθυνση παράλληλη με τις λωρίδες μολύβδου. Τα μειονεκτήματά τους είναι πρώτον ότι δεν μπορούν να εξαλείψουν τη σκεδαζόμενη ακτινοβολία σε διεύθυνση παράλληλη με τις λωρίδες του μολύβδου και δεύτερον ότι δημιουργούνται φαινόμενα αποκοπής σε (*cut off*) σε σημεία που απέχουν αρκετά από την κεντρική ακτίνα της δέσμης.

(β) **Εστιασμένα**. Οι λωρίδες τους προεκτεινόμενες συναντώνται στο χώρο (Σχ.2.13.(β)). Η απόσταση μεταξύ του αντιδιαχυτικού διαφράγματος και της ευθείας (ή σημείου) τομής καλείται ακτίνα ή εστιακή απόσταση. Συχνά αντικαθίστανται από τα *ψευδοεστιασμένα* των οποίων ο λόγος r δεν είναι σταθερός.

(γ) **Διασταυρούμενα**. Αποτελούνται από δύο υπερτιθέμενα γραμμικά ή μη αντιδιαχυτικά διαφράγματα που έχουν την ίδια εστιακή απόσταση (Σχ.2.13.(γ)). Μειώνουν τη σκεδαζόμενη ακτινοβολία προς όλες τις κατευθύνσεις αλλά δεν επιτρέπουν την κλίση της λυχνίας.

(δ) **Κινητά**. Κινούνται κατά τη διάρκεια της έκθεσης αντιμετωπίζοντας το πρόβλημα της δημιουργίας ειδώλων των φύλλων μολύβδου στην ακτινογραφική εικόνα που εμφανίζουν τα ακίνητα διαφράγματα. Ωστόσο, δεν είναι χρήσιμα για πολύ μικρούς χρόνους έκθεσης.

Τα βασικότερα μειονεκτήματα της χρήσης των αντιδιαχυτικών διαφραγμάτων είναι πρώτον η **αύξηση της δόσης στον ασθενή** αφού τα αντιδιαχυτικά διαφράγματα απορροφούν και μέρος της πρωτογενούς ακτινοβολίας και δεύτερον η εμφάνιση **φαινομένων αποκοπής** όταν τα διαφράγματα δεν είναι σωστά εστιασμένα.



Σχήμα 2.13. Τύποι αντιδιαχυτικών διαφραγμάτων. (α) Παράλληλα (β) Εστιασμένα (γ) Διασταυρούμενα.

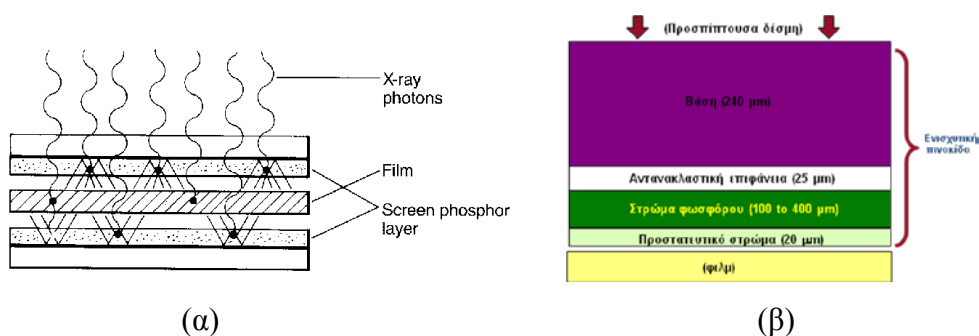
Φιλμ και Ενισχυτική Πινακίδα

Ενισχυτική Πινακίδα

Ο ρόλος της ενισχυτικής πινακίδας είναι η μετατροπή των φωτονίων X σε οπτικά φωτόνια μέσω του φαινομένου φωταύγειας και ειδικότερα του φθορισμού, καθώς και η ενίσχυση του σήματος (Σχ.2.14.(α)).

Η ενισχυτική πινακίδα αποτελείται από τα εξής διαδοχικά στρώματα (Σχ.2.14.(β)): (α) *Βάση* που στηρίζει τα άλλα στρώματα. (β) *Αντανακλαστική επιφάνεια* που αντανακλά τα ορατά φωτόνια που εκπέμπονται προς μέρος της, προς το φιλμ. Συντελεί στην αύξηση της ταχύτητας και αλλά και στην υποβάθμιση της σαφήνειας εικόνας. Το στρώμα αυτό παραλείπεται σε πινακίδες υψηλής διακριτικής ικανότητας. (γ)

Στρώμα φθορίζοντος υλικού («φωσφόρου»). Είναι το στρώμα που περιέχει τους φθορίζονες κρυστάλλους. Το πάχος του επιδρά στην ταχύτητα και διακριτική ικανότητα της ενισχυτικής πινακίδας. (δ) *Προστατευτικό στρώμα*. Είναι ένα λεπτό, διαφανές και υδατοστεγές στρώμα πλαστικού. Προστατεύει από μηχανικές φθορές και υγρασία το στρώμα φθορίζοντος υλικού και εμποδίζει τη συσσώρευση στατικών ηλεκτρικών φορτίων.

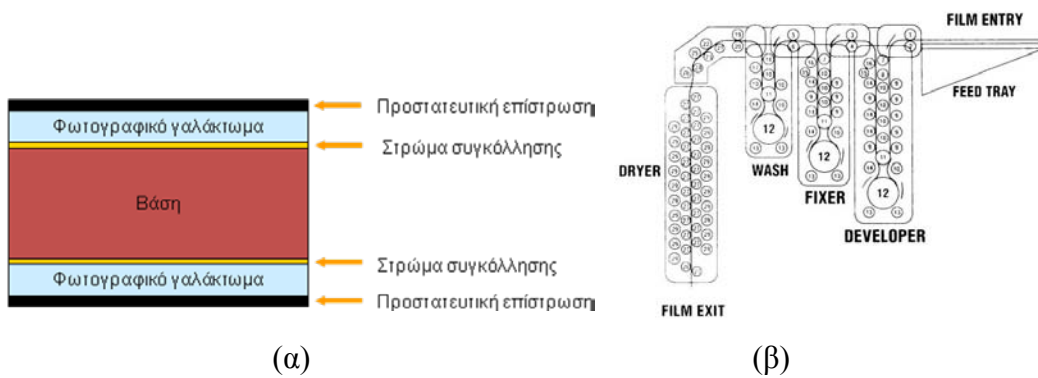


Σχήμα 2.14. (α) Φιλμ-ενισχυτική πινακίδα. (β) Διατομή ενισχυτικής πινακίδας.

Δομή ακτινογραφικού φιλμ

Ως προς τη δομή τους τα ακτινογραφικά φιλμ διακρίνονται σε φιλμ διπλού και μονού φωτογραφικού γαλακτώματος. Το διπλού φωτογραφικού γαλακτώματος αποτελείται από τα εξής διαδοχικά στρώματα (Σχ.2.15.(α)): (α) *Βάση*, που είναι το στρώμα που στηρίζει τα φωτογραφικά γαλακτώματα, (β) *Στρώμα συγκόλλησης* πολύ μικρού πάχους για τη στερέωση του φωτογραφικού γαλακτώματος πάνω στη βάση, (γ) *Φωτογραφικό γαλάκτωμα* με κυριότερα συστατικά τη ζελατίνη και φωτοευαίσθητοι κόκκοι αλογονούχου αργύρου (95% κόκκοι AgBr και οι υπόλοιποι AgI) και (δ) *Προστατευτική επίστρωση* για την αποφυγή δημιουργίας λανθάνουσας εικόνας λόγω πίεσης ή τριβής.

Για το σηματοσμό της λανθάνουσας εικόνας τα οπτικά φωτόνια προσβάλλουν το φιλμ και αντιδρούν χημικά με τους κόκκους AgBr (και AgI) του φιλμ. Η λανθάνουσα εικόνα μετατρέπεται σε ορατή εικόνα μεταβολών οπτικής πυκνότητας μέσω της επεξεργασίας του φιλμ (Σχ.2.15.(β)). Συγκεκριμένα, κατά την εμφάνιση του φιλμ ένα ποσοστό των κόκκων αλογονούχου αργύρου εμφανίζεται και σχηματίζει την ορατή εικόνα (μαύρο μεταλλικό άργυρο). Οι υπόλοιποι κόκκοι εμποδίζουν τη σταθερότητα της ακτινογραφίας διότι είναι ευαίσθητοι στο φως. Με τη στερέωση επιτυγχάνεται η απομάκρυνση των κόκκων αυτών χωρίς να προσβάλλεται η ορατή εικόνα του μεταλλικού αργύρου.



Σχήμα 2.15. (α) Διατομή film διπλού φωτογραφικού γαλακτώματος. (β) Επεξεργασία του φιλμ.

2.6. Φωτογραφικά χαρακτηριστικά συστήματος ενισχυτικής πινακίδας-φιλμ

Τα φωτογραφικά χαρακτηριστικά αναφέρονται στην απόκριση του συστήματος στην έκθεση σε ακτινοβολία και ορίζονται από τη χαρακτηριστική καμπύλη του συστήματος ενισχυτικής πινακίδας-φιλμ.

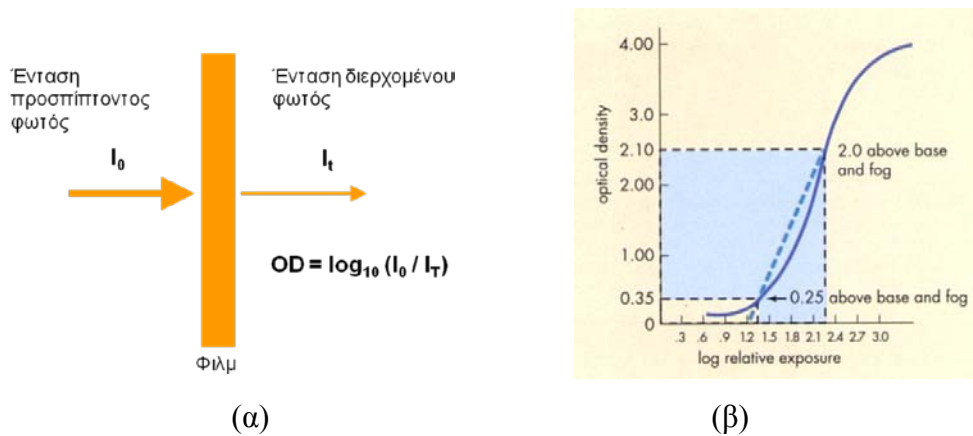
Οπτική πυκνότητα

Η οπτική πυκνότητα (optical density) χαρακτηρίζει το βαθμό αμαύρωσης του φιλμ και ορίζεται από το λογάριθμο της αδιαφάνειας του φιλμ στο συγκεκριμένο «σημείο» του (Σχ.2.16.(α)):

$$OD = \log \frac{I_o}{I_T} \quad (2.8)$$

όπου I_o η ένταση φωτός που προσπίπτει στη μία πλευρά του φιλμ και I_T η ένταση του διερχόμενου φωτός στο «σημείο» που μετράμε.

Το φιλμ δεν έχει ποτέ μηδενική οπτική πυκνότητα κάτι που οφείλεται στη μικρή αδιαφάνεια βάσης (OD_{base}) και στην αμαύρωση κρυστάλλων αλογονούχου αργύρου που δεν έχουν εκτεθεί σε ακτινοβολία. Η αμαύρωση αυτή καλείται ομίχλωση (OD_{fog}). Η οπτική πυκνότητα που οφείλεται σε έκθεση ακτινοβολίας είναι $OD = OD_{total} - OD_{base} - OD_{fog}$. Εάν εκτεθούν όλοι οι κόκκοι του φιλμ η οπτική πυκνότητα χαρακτηρίζεται σαν μέγιστη ή κορεσμού. Το ακτινοδιαγνωστικά χρήσιμο εύρος οπτικών πυκνοτήτων είναι συνήθως 0,25 έως 2,0.



Σχήμα 2.16. (α) Οπτική πυκνότητα. (β) Χαρακτηριστική καμπύλη συστήματος ενισχυτικής πινακίδας-φιλμ.

Χαρακτηριστική καμπύλη συστήματος ενισχυτικής πινακίδας-φιλμ

Η απόκριση του συστήματος ενισχυτικής πινακίδας-φιλμ (ή μόνο φιλμ) στην ακτινοβολία εκφράζεται πλήρως από τη χαρακτηριστική καμπύλη ή καμπύλη H&D (Hurter & Driffield), η οποία παριστά γραφικά τη σχέση μεταξύ οπτικής πυκνότητας και λογαρίθμου της σχετικής έκθεσης (Σχ. 2.16(β)). Έχει μορφή σιγμοειδή και αποτελείται από επιμέρους τμήματα που καλούνται *κατώφλι*, *γραμμική περιοχή* και *ώμος*.

- Χρήσιμο ακτινοδιαγνωστικά τμήμα: η γραμμική περιοχή που περιγράφεται από:

$$OD = \gamma \log E + C \quad (2.9)$$

όπου γ η κλίση του ευθύγραμμου τμήματος και C σταθερά.

- **Αντίθεση (γ):** Η κλίση της χαρακτηριστικής καμπύλης σε συγκεκριμένο σημείο της:

$$\gamma = \frac{dOD}{d(\log E)} \quad (2.10)$$

- **Μέση αντίθεση ($\bar{\gamma}$)** είναι η κλίση στο χρήσιμο εύρος οπτικών πυκνοτήτων του φιλμ:

$$\bar{\gamma} = \frac{OD_{2.0} - OD_{0.25}}{\log E_{2.0} - \log E_{0.25}} \quad (2.11)$$

- **Χρήσιμο Εύρος (latitude) εκθέσεων:**

$$latitude = \log E_{2.0} - \log E_{0.25} \quad (2.12)$$

- **Ταχύτητα (Speed):** Είναι η ευαισθησία του συστήματος ενισχυτικής πινακίδας-φιλμ στην ακτινοβολία. Καθορίζεται κυρίως από την ενισχυτική πινακίδα και ορίζεται σαν το αντίστροφο της έκθεσης που απαιτείται για να παραχθεί οπτική πυκνότητα $OD=1$.

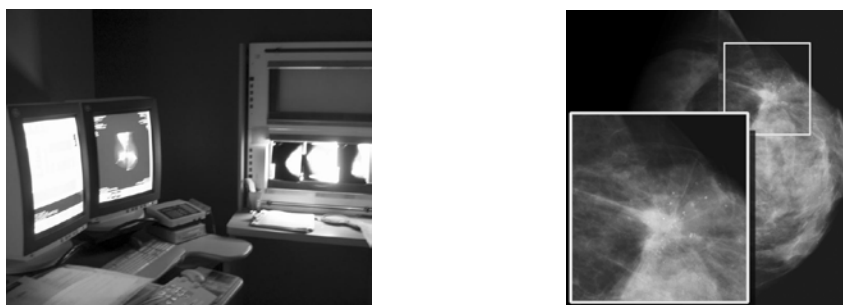
$$Speed = \frac{1}{Exposure_{(OD=1)}} \quad (2.13)$$

όπου Έκθεση (*Exposure*) η ποσότητα των ιόντων που έχουν προκληθεί από την δέσμη στη στοιχειώδη μάζα αέρα.

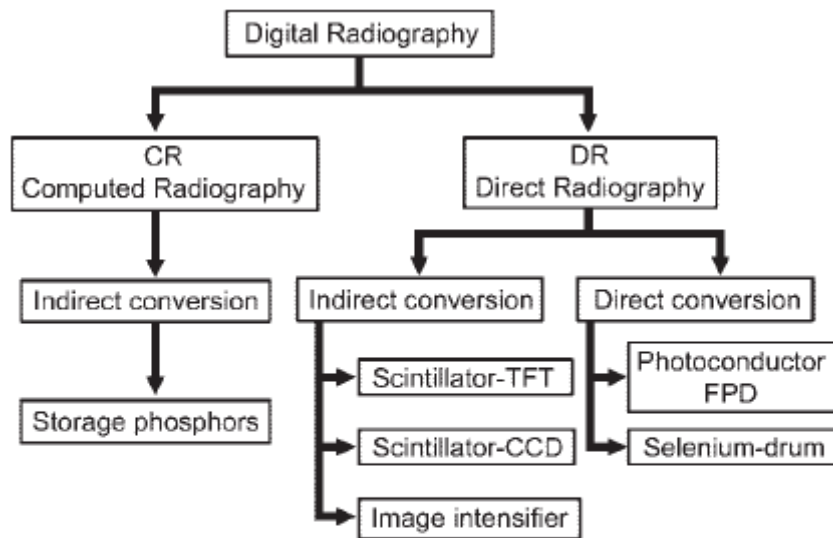
2.7. Ανιχνευτές ακτινοδιαγνωστικής απεικόνισης

Σε αντίθεση με τα συστήματα ενισχυτικής πιακίδας-φίλμ στα οποία το φίλμ λειτουργεί και σαν ανιχνευτής και σαν μέσο αποθήκευσης, οι ψηφιακοί ανιχνευτές χρησιμοποιούνται μόνο για τη δημιουργία της ψηφιακής εικόνας η οποία ακολούθως αποθηκεύεται σε ένα ψηφιακό μέσο. Η διαδικασία ψηφιακής απεικόνισης αποτελείται από 4 διακριτά βήματα: παραγωγή, επεξεργασία, αποθήκευση και παρουσίαση της εικόνας. Ο ψηφιακός ανιχνευτής εκτίθεται σε ακτινοβολία ακτίνων-X που παράγεται από μία κοινή λυχνία παραγωγής ακτίνων-X. Τελικά, η ενέργεια που απορροφάται από τον ανιχνευτή μετασχηματίζεται σε ηλεκτρικό σήμα, που καταγράφεται, ψηφιοποιείται και ποσοτικοποιείται σε μία κλίμακα διαβαθμίσεων του γκρι. Μετά τη δειγματοληψία, λογισμικό μετεπεξεργασίας απαιτείται για την οργάνωση των *raw* δεδομένων σε μία κλινικά διαγνωστική εικόνα. Κάθε ψηφιακή εικόνα συνοδεύεται από ένα ψηφιακό αρχείο που περιέχει δημογραφικά στοιχεία του ασθενή ή/και δεδομένα διάγνωσης. οι εικόνες παρουσιάζονται ψηφιακά (*soft-copy display*) σε κατάλληλο σταθμό εργασίας (Σχ.2.17), αν και υπάρχει η δυνατότητα εκτύπωσης των ψηφιακών εικόνων (*hard-copy film*).

Οι ψηφιακοί ανιχνευτές ακτινοδιαγνωστικής απεικόνισης διακρίνονται σε συστήματα *Computed Radiography (CR)* και συστήματα *Digital Radiography (DR)* (Σχ.2.18). Τα συστήματα *CR* χρησιμοποιούν πιακίδες φωσφόρου με μία διακριτή διαδικασία ανάγνωσης. Τα συστήματα *DR* μετατρέπουν τα φωτόνια X σε ηλεκτρικό σήμα μέσω άμεσης διαδικασίας ανάγνωσης και διακρίνονται περαιτέρω σε συστήματα άμεσης και έμμεσης μετατροπής ανάλογα με το είδος της μετατροπής των φωτονίων X σε ηλεκτρικό σήμα.



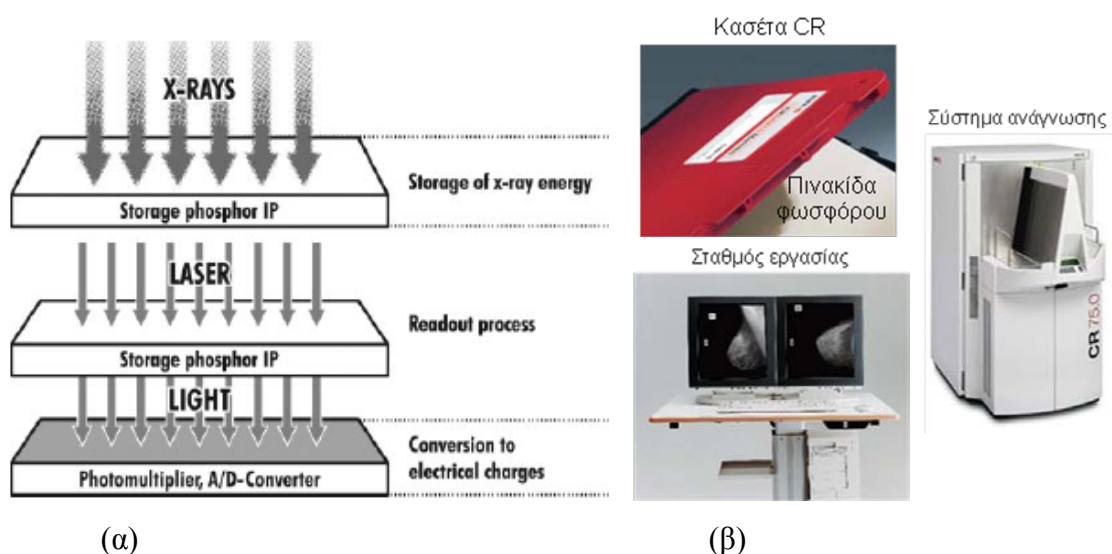
Σχήμα 2.17. (α) Σταθμός εργασίας. (β) Ψηφιακή παρουσίαση μαστογραφικών εικόνων με μεγενθυμένες περιοχές ενδιαφέροντος.



Σχήμα 2.18. Είδη ψηφιακών ανιχνευτών ακτινοδιαγνωστικής απεικόνισης. CCD=charge-coupled device, FPD =flat-panel detectors, TFT=thin-film transistor.

Σύστημα έμμεσης ψηφιακής μετατροπής: Computed Radiography-CR

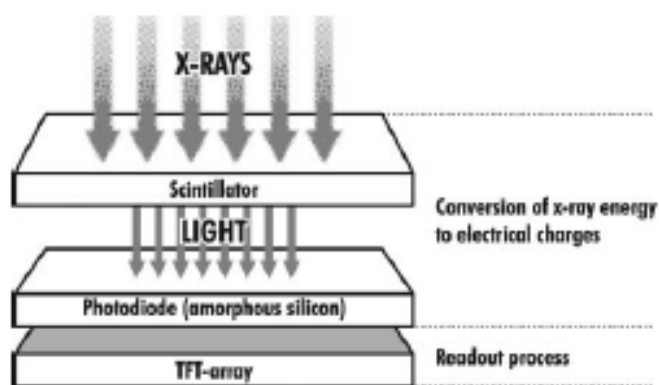
Η κασέτα CR περιέχει πινακίδα φωσφόρου (Photostimulable Storage Phosphor). Η πινακίδα φωσφόρου διατηρεί τα ηλεκτρόνια σε παγίδες, αντί του άμεσου φθορισμού στο συνδυασμό φιλμ-ενισχυτικής πινακίδας (Σχ.2.19(α)). Τα ηλεκτρόνια απελευθερώνονται με τη βοήθεια ενός laser που «σαρώνει» την πινακίδα φωσφόρου. Καθώς τα ηλεκτρόνια αποδιεγείρονται, παράγουν φωσφορίζον φως. Το φως ενισχύεται με ένα φωτοπολλαπλασιαστή και στη συνέχεια μετατρέπεται σε ψηφιακό σήμα.



Σχήμα 2.19. (α) Σύστημα έμμεσης ψηφιακής μετατροπής CR, (β) κασέτα CR, σύστημα ανάγνωσης και σταθμός εργασίας συστήματος CR.

Σύστημα έμμεσης ψηφιακής μετατροπής: Scintillator with photodiode array (CsI+a-Si)

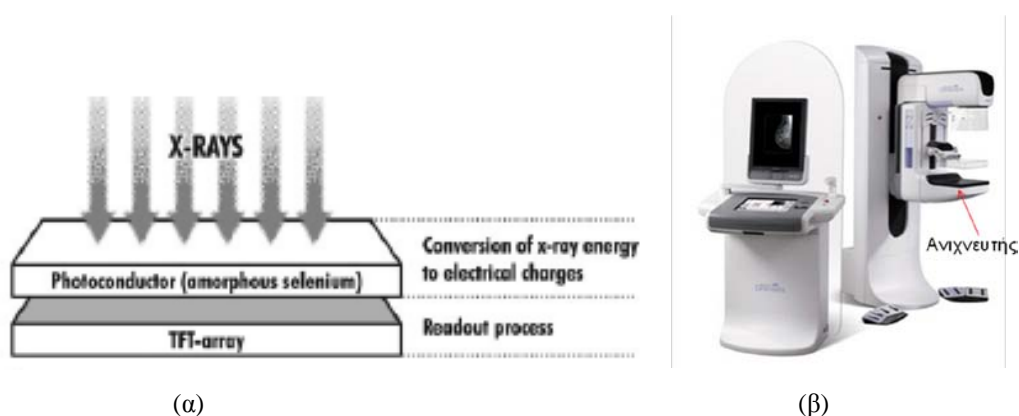
Σπινθηριστής CsI απορροφά φωτόνια X και τα μετατρέπει σε οπτικά (Σχ.2.20). Λόγω της κρυσταλλικής του δομής ελαχιστοποιεί τη σκέδαση των οπτικών φωτονίων τα οποία προσπίπτουν στις φωτοδιόδους (a-Si). Οι φωτοδιόδοι μετατρέπουν τα οπτικά φωτόνια σε ηλεκτρικό φορτίο και στη συνέχεια με τη βοήθεια κατάλληλων ηλεκτρονικών συστημάτων (thin-film transistor-TFT array) σε ψηφιακό σήμα.



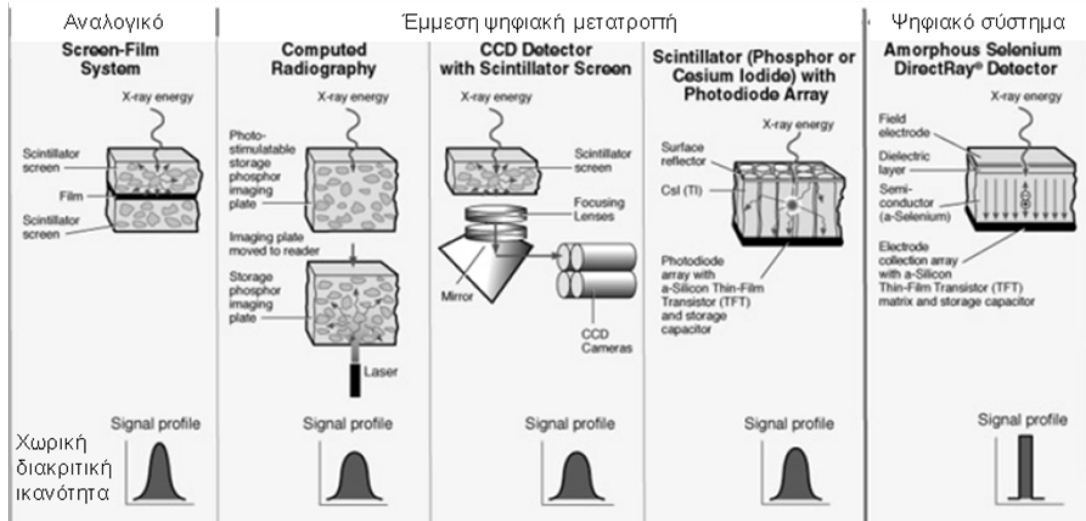
Σχήμα 2.20. Σύστημα έμμεσης ψηφιακής μετατροπής: Scintillator with photodiode array.

Σύστημα άμεσης ψηφιακής μετατροπής (Digital Radiography-DR)

Η άμεση ανίχνευση υπερέχει έναντι της έμμεσης στο ότι η ακτινοβολία δημιουργεί φορτίο στο υλικό ανίχνευσης (a-Se), χωρίς την ενδιάμεση παραγωγή οπτικών φωτονίων, χωρίς δηλαδή την παρεμβολή φθορίζοντος υλικού (Σχ.2.21(α)).



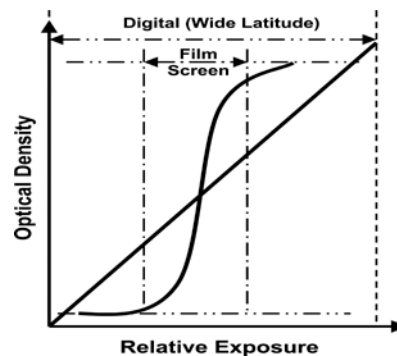
Σχήμα 2.21. (α) Σύστημα άμεσης ψηφιακής μετατροπής. (β) Σύστημα Full Field Digital Mammography.



Σχήμα 2.22. Χωρική διακριτική ικανότητα ανιχνευτών ακτινοδιαγνωστικής απεικόνισης.

Πλεονεκτήματα των ψηφιακών ανιχνευτών

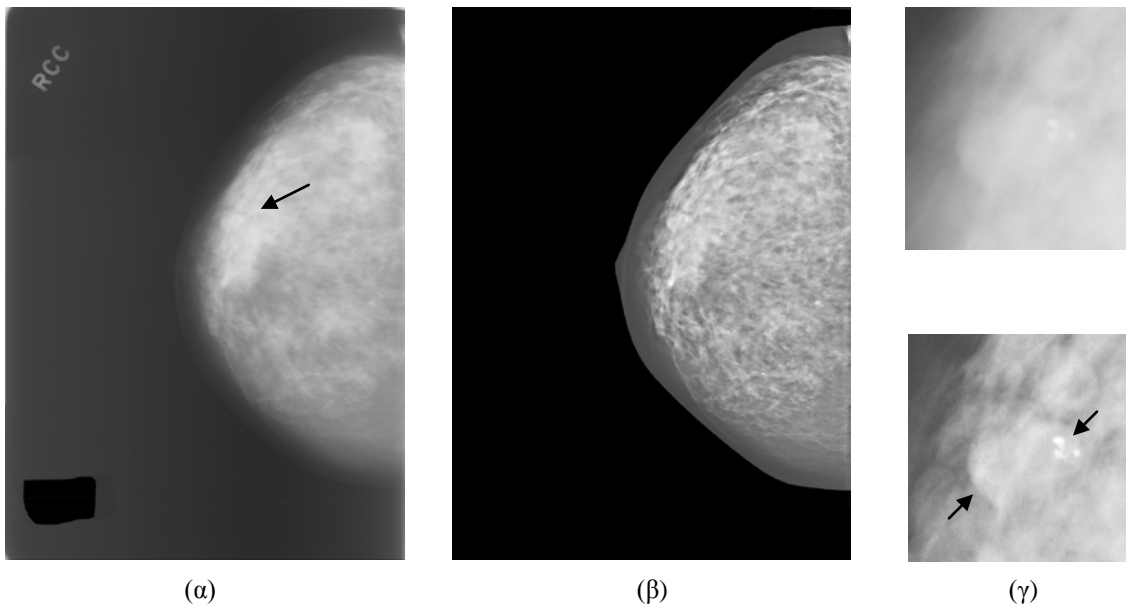
Οι ψηφιακοί ανιχνευτές χαρακτηρίζονται από γραμμική απόκριση σε αυξημένο εύρος εκθέσεων ($\sim 10^4$) (Σχ.2.23). Η αντίστοιχη τιμή για συστήματα ενισχυτικής πινακίδας-φιλμ είναι $\sim 10^{1.5}$.



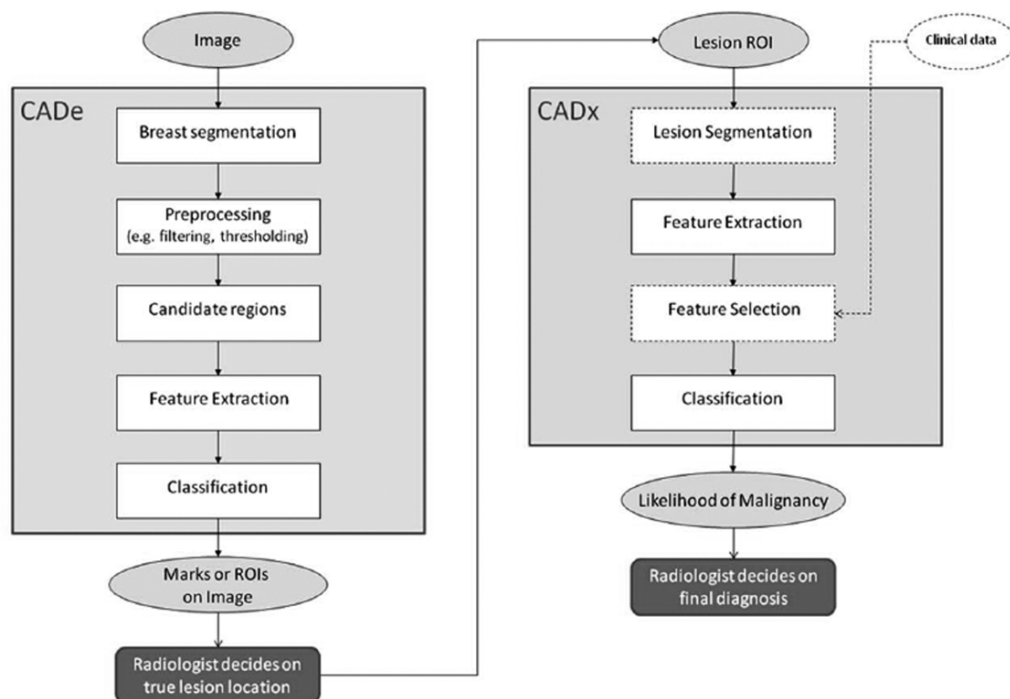
Σχήμα 2.23. (α) Καμπύλη απόκρισης ψηφιακών ανιχνευτών και συστημάτων ενισχυτικής πινακίδας-φιλμ.

Άλλα πλεονεκτήματα των ψηφιακών ανιχνευτών είναι:

- Δυνατότητα εφαρμογής μεθόδων μετεπεξεργασίας για βελτίωση ποιότητας εικόνας (Σχ.2.24). Επιπλέον, αποφεύγοντας επαναληπτικές ακτινογραφίες μειώνεται η δόση στον ασθενή.
- Δυνατότητα εφαρμογής συστημάτων υποβοήθησης ανίχνευσης και διάγνωσης (Computer-Aided Detection and Computer-Aided Diagnosis) (Σχ.2.25).



Σχήμα 2.24. Παράδειγμα αλγορίθμου ενίσχυσης μαστογραφικής εικόνας. Με βέλη επισημαίνονται οι αλλοιώσεις (μάζα και μικροαποτιτανώσεις). (α) Αρχική εικόνα. (β) Εφαρμογή του αλγορίθμου ενίσχυσης με ανάδειξη τόσο της ανατομικής δομής του μαστογραφικού παρεγχύματος καθώς και (γ) των αλλοιώσεων, δηλ. της παρυφής της μάζας και των μικροαποτιτανώσεων.



Σχήμα 2.25. Τυπική αρχιτεκτονική συστήματος ανίχνευσης (CADe) και διάγνωσης (CADx) ιατρικής (μαστογραφικής) εικόνας υποβοηθούμενη από υπολογιστή.

2.8. Συμπέρασμα

Στην ενότητα αυτή παρουσιάστηκαν οι βασικές συνιστώσες συστήματος προβολικής απεικόνισης με ακτίνες X , όπως λυχνία ακτίνων X, δέσμη ακτίνων X, αντιδιαχυτικό διάφραγμα, ενισχυτική πινακίδα-φίλμ, καθώς και ανιχνευτές έμμεσης και άμεσης μετατροπής. Είναι σημαντικό να γίνει κατανοητό ότι παράγοντες που επηρεάζουν το φάσμα και την ποιότητα της δέσμης, καθώς και τα χαρακτηριστικά του συστήματος ανίχνευσης εικόνας επηρεάζουν και την ποιότητα της παραγόμενης εικόνας. Τέλος, η χρήση ψηφιακών ανιχνευτών παρέχει τη δυνατότητα εφαρμογής μεθόδων ψηφιακής επεξεργασίας εικόνας, για τη βελτίωση της ποιότητας εικόνας, καθώς και ευφών συστημάτων εικόνας, για την υποβοήθηση λήψης διαγνωστικών ιατρικών αποφάσεων.

2.9. Βιβλιογραφία

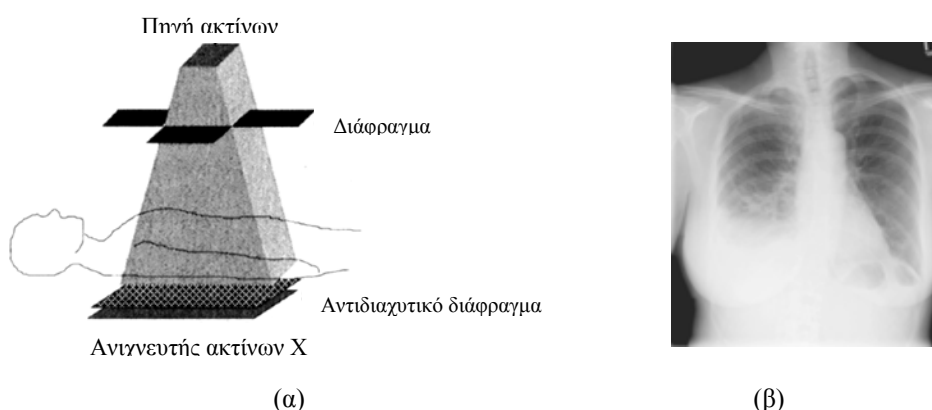
1. Παναγιωτάκης Γ. Φυσική της Ακτινοδιαγνωστικής, 1990, Πανεπιστήμιο Πατρών.
2. A. Webb. *Introduction to Biomedical Imaging*. John Wiley & Sons, 2003, Chapter 1, pp. 1-86.
3. M. Korner, C.H. Weber, S.Wirth, K-J. Pfeifer, M.F. Reiser, M.Treitl. “Advances in Digital Radiography: Physical Principles and System Overview”. *RadioGraphics* 2007; 27:675–686.

3. Υπολογιστική Τομογραφία Ακτίνων-X

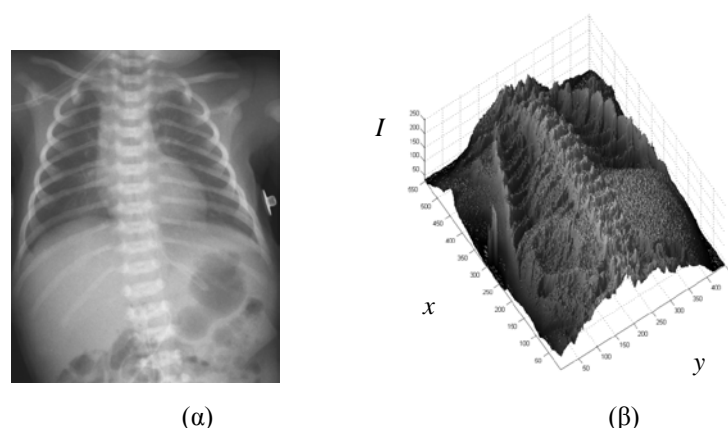
Στόχος της ενότητας αυτής είναι η κατανόηση του μειονεκτήματος της επιπροβολής, το οποίο χαρακτηρίζει τη προβολική απεικόνιση με ακτίνες X, καθώς και η αντιμετώπισή του, με τα συστήματα υπολογιστικής τομογραφίας ακτίνων X. Βασικές έννοιες της ενότητας αποτελούν η προβολή δις-διάστατης τομής του αντικειμένου, ο χώρος Radon, καθώς και η υπολογιστική μέθοδος ανακατασκευής εικόνας με φιλτραρισμένη οπισθοπροβολή, που αποτελεί το υπόβαθρο για την κατανόηση των μεθόδων ανακατασκευής εικόνας των συστημάτων υπολογιστικής τομογραφίας.

3.1. Προβολική Απεικόνιση: Επιπροβολή

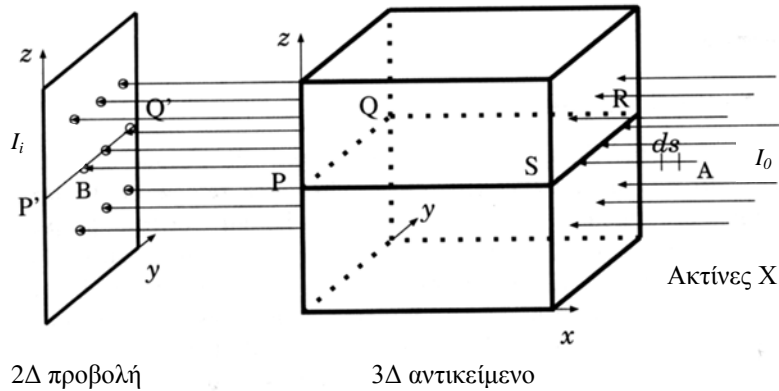
Με τη μέθοδο της προβολικής απεικόνισης, οι παραγόμενες διαβαθμίσεις αμαύρωσης ή τόνοι του γκρι της εικόνας προέρχονται από τη δι-διάστατη επι-προβολή ή (super-imposition) της επί μέρους εξασθένησης της δέσμης λόγω των ιστών που ευρίσκονται κατά μήκος του αντικειμένου κατά την πορεία της δέσμης από την πηγή στην ενισχυτική πινακίδα-φίλμ ή τον ψηφιακό ανιχνευτή εικόνας.



Σχήμα 3.1. (α) Βασική διάταξη για απεικόνιση με ακτίνες X (ακτινογράφιση), (β) Τυπική ακτινογραφία θώρακος, όπου τα οστά απεικονίζονται λευκά λόγω υψηλής εξασθένησης των ακτίνων X.



Σχήμα 3.2. (α) Ακτινογραφία θώρακος-κοιλίας νεογνού (ιατρικό φίλμ). (β) Ψηφιακή αναπαράσταση της εικόνας (α).



Σχήμα 3.3. Η διαδικασία της προβολικής απεικόνισης. Προβολική απεικόνιση τρισ-διάστατου (3Δ) αντικειμένου. Επι-προβολή κατά μήκος συγκεκριμένης διαδρομής (ευθύγραμμου τμήματος του αντικειμένου παράλληλου στον άξονα x) προβάλλει την εσωτερική δομή του αντικειμένου, διάστημα AB, στο σημείο B. Επι-προβολή κατά μήκος παράλληλων διαδρομών (παράλληλων στον άξονα x διαστημάτων μήκους AB κατά μήκος του άξονα y) προβάλλει την εσωτερική δομή της δι-διάστατης (2Δ) τομής PQRS στο μονοδιάστατο σήμα προβολής P'Q'. Επανάληψη της διαδικασίας προβολής κατά τον άξονα z παράγει την 2Δ προβολική εικόνα του 3Δ αντικειμένου.

Η εξασθένηση της έντασης προσπίπτουσας δέσμης ακτίνων X, υποθέτοντας παράλληλη¹ και μονοχρωματική² δέσμη (Σχήμα 3.3), λόγω διέλευσης μέσω της ύλης εκφράζεται ως:

$$I(y_0, z_0) = I_0 \cdot e^{-\int_{AB} \mu(x, y_0, z_0) \cdot ds} \quad (3.1)$$

$$I(z_0) = \int I(y, z_0) \cdot dy \quad (3.2)$$

$$I_i = \int I(z) \cdot dz \quad (3.3)$$

όπου I_0 η ένταση της προσπίπτουσας δέσμης, $I(y_0, z_0)$ η ένταση της διερχόμενης δέσμης κατά μήκος συγκεκριμένης διαδρομής παράλληλης στον άξονα x (π.χ. διαδρομή AB), $I(z_0)$ η ένταση της διερχόμενης δέσμης κατά μήκος συγκεκριμένου ύψους z_0 (π.χ. κατά μήκος της προβολής P'Q'), I_i η ένταση της συνολικής διερχόμενης δέσμης και $\mu(x, y, z)$ ο γραμμικός συντελεστής εξασθένησης του αντικειμένου, σε μονάδες αντίστροφου μήκους (cm^{-1}).

Ο γραμμικός συντελεστής εξασθένησης εκφράζει τη συνολική μείωση των φωτονίων X της δέσμης μέσω μηχανισμών απορρόφησης (φωτοηλεκτρικό φαινόμενο)

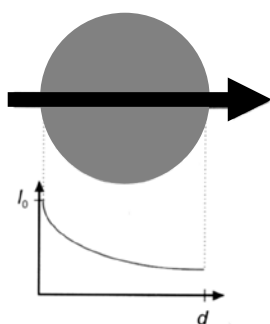
¹ πηγή σε μεγάλη απόσταση σε σχέση με το αντικείμενο και τον ανιχνευτή εικόνας.

² δέσμη ακτίνων X μιας συγκεκριμένης ενέργειας (E).

και σκεδασης (Rayleigh, Compton). Καθώς οι αλληλεπιδράσεις αυτές εξαρτώνται από την ενέργεια της δέσμης (E), τον ατομικό αριθμό (Z) και γραμμικά από την πυκνότητα του υλικού (ρ), ο γραμμικός συντελεστής εξαρτάται και αυτός από αυτές τις παραμέτρους.

Η διαδικασία της “προβολής” είναι ακριβής μόνο στην περίπτωση απεικόνισης ομοιογενούς αντικειμένου (Σχήμα 3.4α), ενώ στην περίπτωση ανομοιογενούς αντικειμένου (Σχήμα 3.4β) η χωρική κατανομή των συγκεκριμένων γραμμικών συντελεστών εξασθένησης παραμένει άγνωστη και εκτιμάται μόνο μέσω του αθροίσματος τους.

Η διαδικασία της επι-προβολής αλληλο-επικαλυπτόμενων ιστών με διαφορετικούς συντελεστές εξασθένησης, π.χ. μαλακών ιστών και οστών, οδηγεί σε μειωμένη διαβάθμιση τόνων του γκρι (δηλ. αντίθεση εικόνας) και συνεπάγεται μειωμένη διαγνωστική ακρίβεια της προβολικής εικόνας.

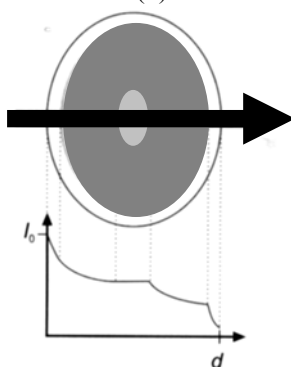


(α)

$$I_i = I_0 \cdot e^{-\int_0^d \mu \cdot ds} = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot d}$$

$$\ln \frac{I_0}{I_i} = \mu \cdot d$$

$$\mu = \frac{1}{d} \cdot \ln \frac{I_0}{I_i}$$



(β)

$$I_i = I_0 \cdot e^{-\mu_1 \cdot x_1 - \mu_2 \cdot x_2 - \mu_3 \cdot x_3}$$

$$= I_0 \cdot e^{-\left[\sum_{i=1}^3 \mu_i \cdot x_i \right]}$$

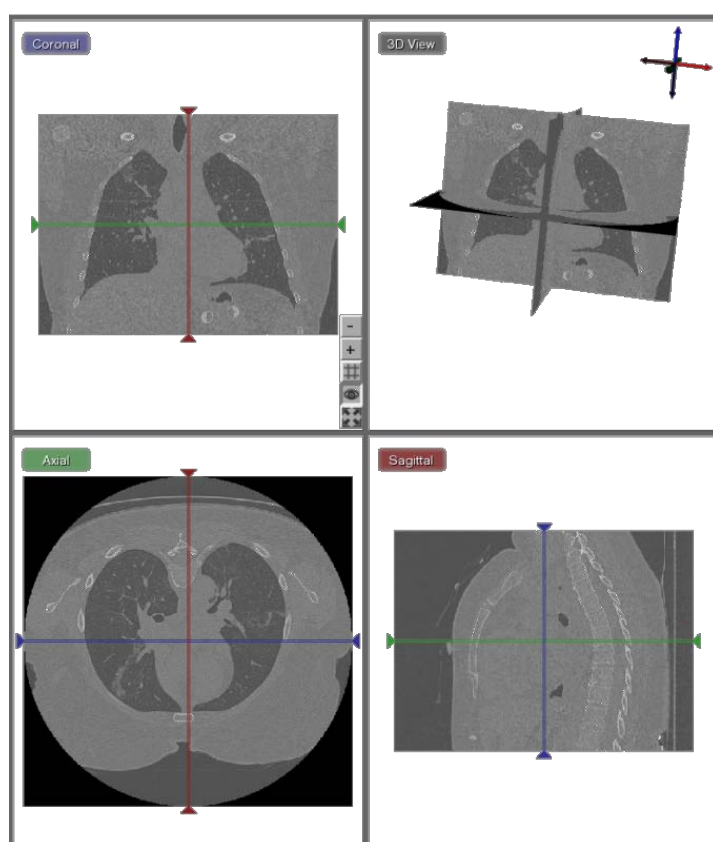
$$\ln \frac{I_0}{I_i} = \sum_{i=1}^3 \mu_i \cdot x_i$$

$$\mu_i = ;$$

Σχήμα 3.4. Εξασθένηση μονοχρωματικής δέσμης ακτίνων X από: (α) ομοιογενές αντικείμενο, (β) ανομοιογενές αντικείμενο αποτελούμενο από 3 συστατικά.

3.2. Ανακατασκευή εικόνας από προβολές

Η μέθοδος της υπολογιστικής τομογραφίας αναφέρεται στον υπολογισμό της χωρικής κατανομής μιας φυσικής ποσότητας, εν προκειμένω της κατανομής των γραμμικών συντελεστών εξασθένησης $\mu(x,y)$, σε δι-διάστατες εγκάρσιες λεπτές τομές του αντικειμένου, μέσω συνόλου μονοδιάστατων προβολών της τομής του αντικειμένου υπό διαφορετικές γωνίες ακτινογραφικής λήψης. Πολλαπλές εγκάρσιες τομές χρησιμοποιούνται για την τρισ-διάστατη απεικόνιση του αντικειμένου (volume imaging, Σχήμα 3.5).



Σχήμα 3.5. Τρισ-διάστατη αναπαράσταση υπολογιστικής τομογραφίας θώρακος (εικόνα πάνω δεξιά). Οι τομές (εικόνες) πάνω αριστερά και κάτω δεξιά και αριστερά αντιστοιχούν στις στεφανιαίες, οβελιαίες και εγκάρσιες τομογραφικές λήψεις, αντίστοιχα. Η πάνω δεξιά εικόνα παρέχει ένα στιγμιότυπο της τρισ-διάστατης απεικόνισης του θώρακα.

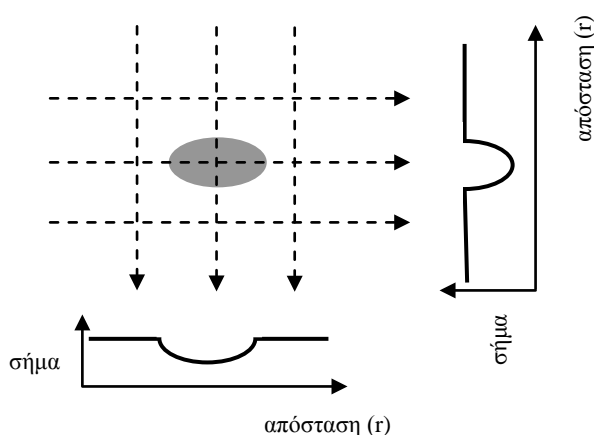
Στο Σχήμα 3.6 απεικονίζονται δύο ορθογώνιες (κάθετες μεταξύ τους) προβολές αντικειμένου ελλειπτικού σχήματος και ομοιογενούς γραμμικού συντελεστή εξασθένησης.

Έστω ότι οι απαιτούμενοι άγνωστοι γραμμικοί συντελεστές εξασθένησης είναι N^2 , δηλ. τομογραφική εικόνα διαστάσεων $N \times N$ εικονοστοιχείων. Για την επίλυση αυτού του προβλήματος απαιτούνται να επιλυθούν N^2 εξισώσεις, με N^2 ίσο ή μεγαλύτερο με το γινόμενο $\Theta \times L$, όπου Θ ο αριθμός των προβολών και L τα δείγματα κάθε προβολής.

Το πρόβλημα της ανακατασκευής εικόνας από προβολές παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.7 για την απλή περίπτωση εικόνας διαστάσεων 2×2 , όπου δοθέντων των I_1, I_2, I_3 και I_4 ζητούνται τα μ_1, μ_2, μ_3 και μ_4 .

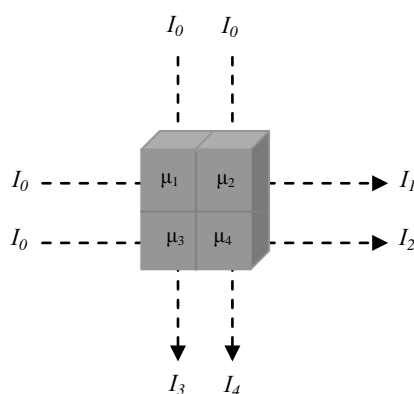
$$\begin{aligned}
 I_1 &= I_0 \cdot e^{-(\mu_1 + \mu_2) \cdot p} \\
 I_2 &= I_0 \cdot e^{-(\mu_3 + \mu_4) \cdot p} \\
 I_3 &= I_0 \cdot e^{-(\mu_1 + \mu_3) \cdot p} \\
 I_4 &= I_0 \cdot e^{-(\mu_2 + \mu_4) \cdot p}
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

όπου p το μέγεθος κάθε εικονοστοιχείου.



Σχήμα 3.6. Δύο ορθογώνιες προβολές ομοιογενούς αντικειμένου ελλειπτικού σχήματος.

Το πρόβλημα επιλύεται με μέθοδο αντιστροφής πίνακα. Στην πράξη η μέθοδος αντιστροφής δεν είναι πάντοτε εφικτή, λόγω θορύβου στο σήμα των προβολών και υπολογιστικής ταχύτητας (512x512 και 1024x1024 διαστάσεις τομογραφικής εικόνας). Εναλλακτικά, χρησιμοποιούνται μέθοδοι οπισθοπροβολής (back-projection) στην περίπτωση της υπολογιστικής τομογραφίας με ακτίνες X (Computed Tomography, CT) ή αναδρομικές μέθοδοι στις περιπτώσεις υπολογιστικής τομογραφίας μονού φωτονίου (Single Photon Emission Computed Tomography, SPECT), ή εκπομπής ποζιτρονίου (Positron Emission Tomography, PET).



Σχήμα 3.7. Δύο ορθογώνιες προβολές αντικειμένου για την απλή περίπτωση ψηφιακής εικόνας διαστάσεων 2x2.

3.3. Ανακατασκευή Τομογραφικής Εικόνας με τη Μέθοδο της Οπισθοπροβολής

Μαθηματικό υπόβαθρο της ανακατασκευής τομογραφικής εικόνας αποτελεί ο μετασχηματισμός Radon. Για δοθείσα δι-διάστατη χωρική συνάρτηση $f(x,y)$, η οποία εκφράζει την αναπαράσταση του αντικειμένου, ο μετασχηματισμός Radon αυτής είναι το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα κατά μήκος της ακτίνας X_i , διαδρομής l_i

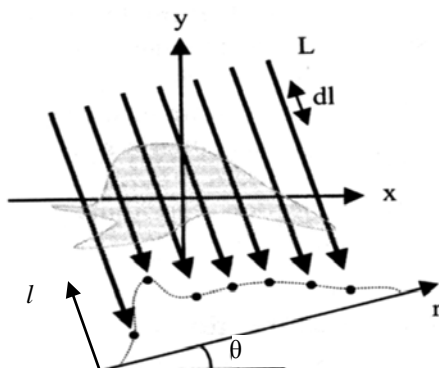
$$\mathfrak{R}_{l_i}\{f(x,y)\} = \int_{l_i} f(x,y) \cdot dl \quad (3.5)$$

Επομένως, κάθε μία από τις μονοδιάστατες προβολές p_1, p_2, \dots, p_n λεπτής τομής του αντικειμένου υπό διαφορετικές γωνίες ακτινογραφικής λήψης, εκφράζει το μετασχηματισμό Radon

$$p(r,\theta) = \sum_{i=1}^L \mathfrak{R}_{l_i}\{f(x,y)\} \quad (3.6)$$

όπου $p(r,\theta)$ αναφέρεται σε δεδομένα προβολής ως συνάρτηση του r , απόσταση κατά μήκος της προβολής (όπου L τα δείγματα της προβολής $p(r,\theta)$) και θ γωνία ακτινογραφικής λήψης.

Το σύστημα συντεταγμένων των μετρήσεων των προβολών (Radon space) αναπαρίσταται από τα (r,l) , όπου η κατεύθυνση του r είναι παράλληλη προς τον ανιχνευτή και η κατεύθυνση του l κατά μήκος της τροχιάς των ακτίνων X . Τα r και l είναι ορθογώνια (βρίσκονται υπό γωνία 90° μεταξύ τους).



Σχήμα 3.8. Αναπαράσταση των επικαμπύλιων ολοκληρωμάτων των ακτίνων X για τον καθορισμό του Radon μετασχηματισμού $p(r,\theta)$ ενός αντικειμένου $f(x,y)$.

Το σύστημα συντεταγμένων της υπό ανακατασκευή τομογραφικής εικόνας (x,y) και του συστήματος μετρήσεων των προβολών βρίσκονται υπό γωνία θ μεταξύ τους (Σχήμα 3.8):

$$r = x \cdot \cos \theta + y \cdot \sin \theta$$

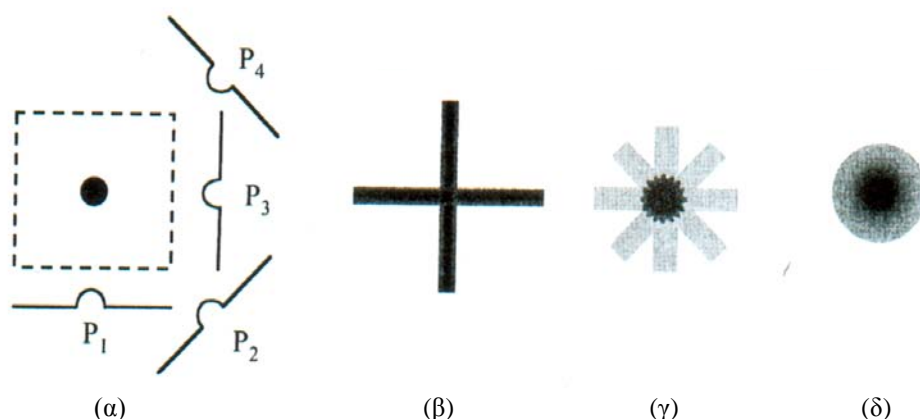
$$l = -x \cdot \sin \theta + y \cdot \cos \theta \quad (3.7)$$

Η διαδικασία οπισθοπροβολής αντιστοιχεί στην υλοποίηση του αντίστροφου μετασχηματισμού Radon. Η διαδικασία αρχικοποιείται με ανάθεση της μηδενικής τιμής σε κάθε εικονοστοιχείο της υπό ανακατασκευή εικόνας (δι-διάστατος πίνακας στη μνήμη του υπολογιστή). Η οπισθοπροβολή αναθέτει τις τιμές των γραμμικών συντελεστών εξασθένησης μιας προβολής σε συγκεκριμένη γωνία θ σε όλες τις γραμμές εικονοστοιχείων του πίνακα της ίδιας διεύθυνσης. Οι τιμές της επόμενης προβολής οπισθοπροβάλλονται σε όλα τα εικονοστοιχεία του πίνακα που είναι συγγραμμικά με τη νέα διεύθυνση. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται για όλες τις προβολές .

$$\tilde{f}(x, y) = \sum_{j=1}^{\Theta} p(r, \theta_j) \quad (3.8)$$

όπου Θ ο αριθμός των προβολών.

Η διαδικασία οπισθοπροβολής εισάγει ασάφεια στην ανακατασκευασμένη εικόνα όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.9.



Σχήμα 3.9. (α) Προβολές $P_1 - P_4$ για την ανακατασκευή τομογραφικής εικόνας κυκλικού αντικειμένου. (β) Ανακατασκευή εικόνας από οπισθοπροβολή δύο προβολών (P_1 και P_3). (γ) Ανακατασκευή εικόνας με οπισθοπροβολή με σφάλμα τύπου αστέρα (star artifact). (δ) Ανακατασκευή εικόνας από οπισθοπροβολή μεγάλου πλήθους προβολών εισάγει ασάφεια.

Το πρόβλημα της ασάφειας αντιμετωπίζεται με μαθηματική επεξεργασία (φιλτράρισμα) του σήματος των προβολών:

$$p'(r, \theta) = p(r, \theta) * h(r) \quad (3.9)$$

όπου $p(r, \theta)$ το σήμα της προβολής για γωνία θ , $h(r)$ η συνάρτηση φίλτρου, συχνά αναφερόμενη και ως συνάρτηση πυρήνα (kernel function), το σύμβολο $*$ δηλώνει τη μαθηματική πράξη της συνέλιξης δύο συναρτήσεων και $p'(r, \theta)$ η φιλτραρισμένη προβολή. Στο Σχήμα 3.10 απεικονίζεται η διαδικασία συνέλιξης μιας προβολής με το φίλτρο συνέλιξης τύπου sinc.

Επειδή η διαδικασία της συνέλιξης απαιτεί αυξημένο υπολογιστικό χρόνο, στην πράξη η διαδικασία αυτή υλοποιείται στο πεδίο χωρικών συχνοτήτων με χρήση του μετασχηματισμού Fourier. Στο πεδίο Fourier η μαθηματική πράξη της συνέλιξης αντικαθίσταται από την ταχύτερη πράξη του πολλαπλασιασμού.

Στο πεδίο Fourier, υπολογίζεται ο μετασχηματισμός Fourier της κάθε προβολής $p(r, \theta)$ ως προς r , $P(k, \theta)$, όπου k χωρική συχνότητα. Επομένως, η διαδικασία φιλτραρίσματος της προβολής $P(k, \theta)$ στο πεδίο συχνοτήτων είναι:

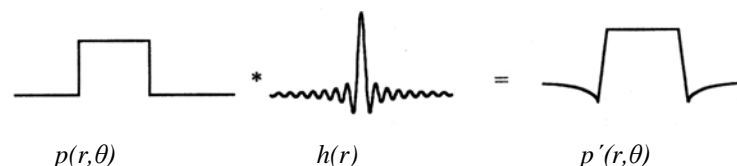
$$P'(k, \theta) = P(k, \theta) \cdot H(k) \quad (3.10)$$

Υποθέτοντας ότι η $P(k, \theta)$ είναι συνάρτηση εύρους ζώνης (με τιμές στο διάστημα $\pm W$), η συνάρτηση φίλτρου χωρικών συχνοτήτων $H(k)$ είναι η ακόλουθη τύπου κλίσης (ramp) συνάρτηση:

$$H(k) = |k| \cdot \text{rect}(k) \quad (3.11)$$

όπου

$$\begin{aligned} \text{rect}(k) &= 1 && \text{αν } |k| \leq W \\ &= -1 && \text{αν } |k| > W \end{aligned} \quad (3.12)$$



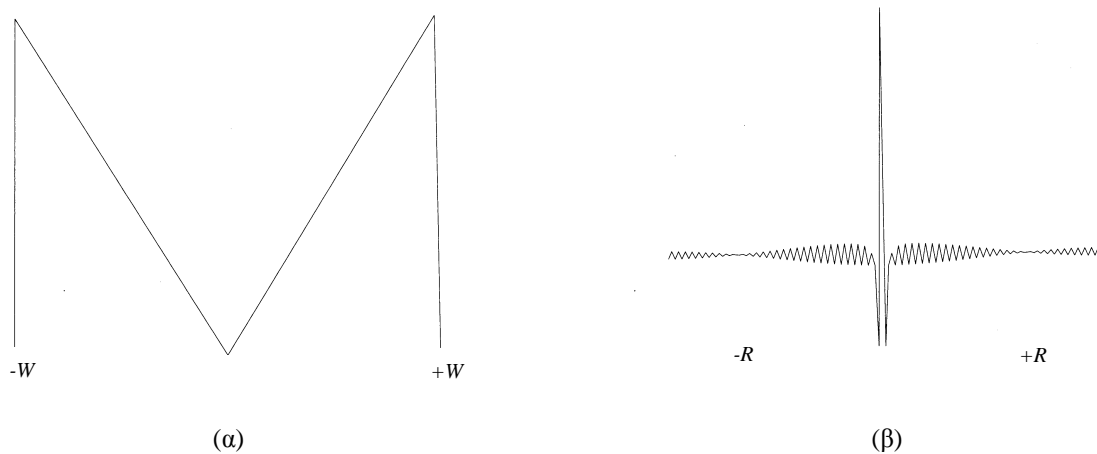
Σχήμα 3.10. Η επίδραση της συνέλιξης της προβολής $p(r, \theta)$ με τη συνάρτηση $h(r)$ (συνάρτηση φίλτρου συνέλιξης τύπου sinc). Ο αρνητικός λοβός στη φιλτραρισμένη προβολή $p'(r, \theta)$ μειώνει το σφάλμα τύπου αστέρας στην ανακατασκευασμένη εικόνα.\

Η ανακατασκευασμένη εικόνα τελικώς παράγεται με οπισθοπροβολή των αντίστροφων μετασχηματισμών Fourier των $P(k, \theta)$ φιλτραρισμένων προβολών για όλες τις γωνίες ακτινογραφικής λήψης Θ :

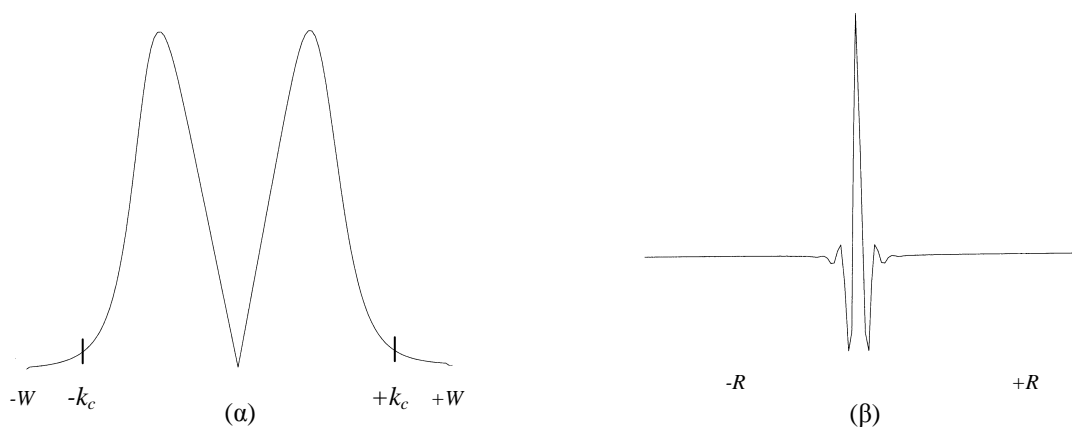
$$\tilde{f}(x, y) = \sum_{j=1}^{\Theta} F^{-1}\{P(k, \theta_j)\} \quad (3.13)$$

Η μορφή του $H(k)$ για το φίλτρο κλίσης, στα πεδία χωρικών συχνοτήτων και χώρου, παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.11. Το φίλτρο είναι υψίσυχνο και επομένως δεν χαρακτηρίζεται από επιθυμητή συμπεριφορά σε σχέση με τη μείωση θορύβου εικόνας, καθώς ενισχύει τις υψηλές συχνότητες στις οποίες κυρίως εντοπίζεται ο θόρυβος.

Εναλλακτικά, χρησιμοποιείται πολλαπλασιασμός του φίλτρου κλίσης με βαθυπερατά φίλτρα για την επίτευξη μείωσης θορύβου (Σχήμα 3.12).



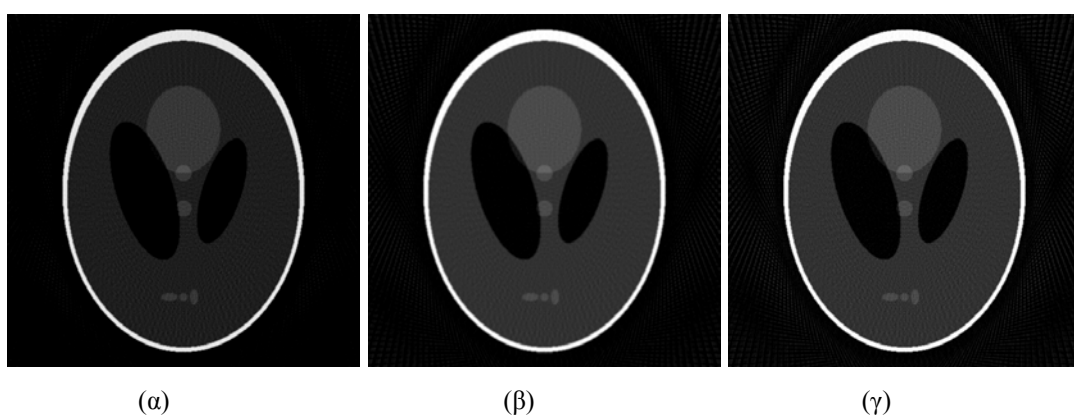
Σχήμα 3.11. Συνάρτηση φίλτρου κλίσης: (α) στο πεδίο χωρικών συχνοτήτων με μέγιστη συχνότητα παραθύρου $\pm W$ και (β) στο πεδίο χώρου.



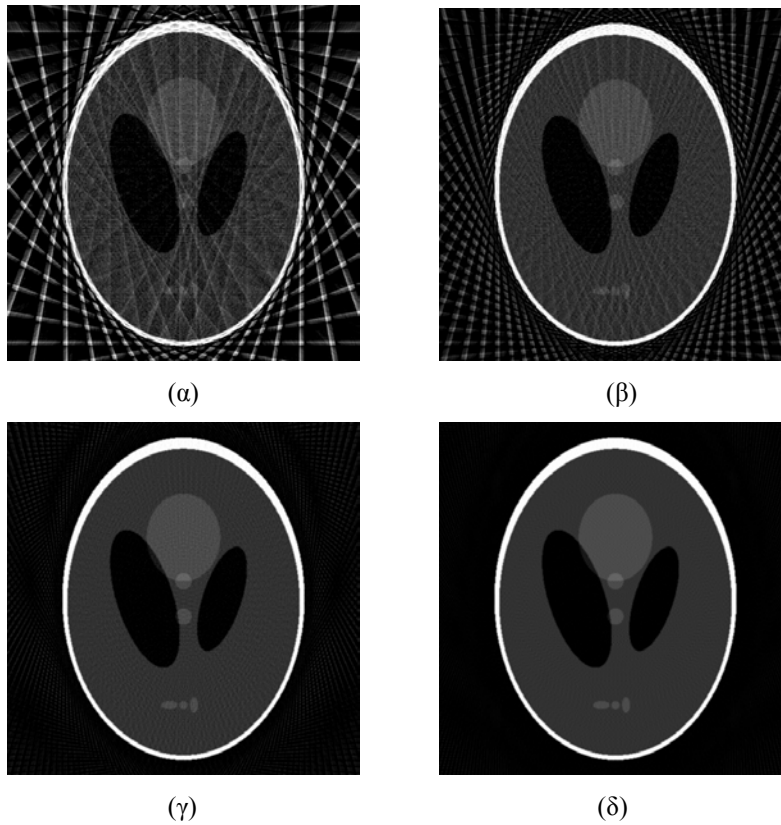
Σχήμα 3.12. Συνάρτηση συνδυασμού φίλτρων, κλίσης και βαθυπερατού: (α) στο πεδίο χωρικών συχνοτήτων, με μέγιστη συχνότητα παραθύρου του φίλτρου κλίσης $\pm W$ και συχνότητα αποκοπής του βαθυπερατού φίλτρου $\pm k_c$, και (β) στο πεδίο χώρου.

Τα χαρακτηριστικά ποιότητας της ανακατασκευασμένης εικόνας εξαρτώνται από την επιλογή του φίλτρου ανακατασκευής καθώς και από το πλήθος των προβολικών λήψεων. Στα ακόλουθα Σχήματα 3.13 και 3.14 παρουσιάζεται η επίδραση του φίλτρου ανακατασκευής (Σχήμα 3.13) και του πλήθους των προβολικών λήψεων (Σχήμα 3.14) σε ανακατασκευή τομών ψηφιακού ομοιώματος (digital phantom) που χρησιμοποιείται για τον έλεγχο ποιότητας συστημάτων υπολογιστικής τομογραφίας ακτίνων Χ.

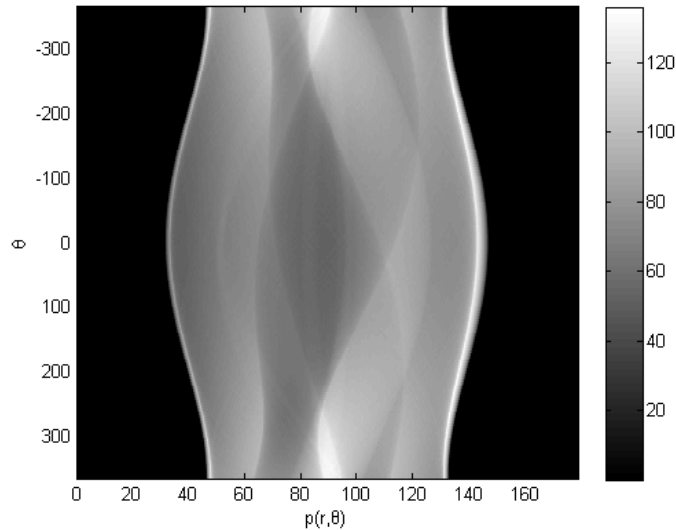
Η αναπαράσταση των δεδομένων των προβολών ως δι-διάστατης εικόνας ονομάζεται ημιτονόγραμμα (με διαστάσεις $r \times \theta$). Στο Σχήμα 3.15 παρουσιάζεται το ημιτονόγραμμα του ομοιώματος Shepp-Logan.



Σχήμα 3.13. Επίδραση φίλτρου στην ανακατασκευή εικόνας με οπισθοπροβολή του ομοιώματος Shepp-Logan με χρήση φίλτρου: (α) Ram-Lak, (β) Shepp Logan, και (γ) Hamming φίλτρο. Χρήση του φίλτρου Hamming έχει ως αποτέλεσμα η ανακατασκευασμένη εικόνα να έχει υψηλότερο λόγο σήματος προς θόρυβο (SNR), αλλά περισσότερη ασάφεια. (Παράμετροι ανακατασκευής: 180 προβολές και συχνότητα αποκοπής $k_c = 85\%$ της μέγιστης συχνότητας παραθύρου W).



Σχήμα 3.14. Επίδραση του αριθμού των προβολών στην ανακατασκευή εικόνας με οπισθοπροβολή του ομοιώματος Shepp-Logan: (α) 18 προβολές, (β) 36 προβολές, (γ) 90 προβολές, (δ) 180 προβολές, εικόνα 41β. Χρήση περιορισμένου αριθμού προβολικών λήψεων οδηγεί σε γεωμετρική παραμόρφωση και ψευδοεικόνες γραμμής (streaking artifact). (Παράμετροι ανακατασκευής: φίλτρο Shepp Logan με συχνότητα αποκοπής $k_c = 85\%$ της μέγιστης συχνότητας παραθύρου W).



Σχήμα 3.15. Ημιτονόγραμμα του ομοιώματος Shepp-Logan. (Παράμετροι ανακατασκευής: 180 προβολές με χρήση φίλτρου Shepp Logan και συχνότητα αποκοπής $k_c = 85\%$ της μέγιστης συχνότητας παραθύρου W).

Όπως ήδη έχει αναφερθεί με τη μέθοδο της υπολογιστικής τομογραφίας υπολογίζεται η χωρική δι-διάστατη κατανομή των γραμμικών συντελεστών εξασθένησης της ακτινοβολίας X . Στις εικόνες υπολογιστικής τομογραφίας η ποσότητα αυτή αντικαθίσταται από καθαρό αριθμό (*CT-number*) σε μονάδες Hounsfield (HU), ο οποίος υπολογίζεται σχετικά ως προς το γραμμικό συντελεστή εξασθένησης του νερού (μ_{water}), παρέχοντας έτσι χάρτες αριθμών CT ιστών (μ_{tissue}):

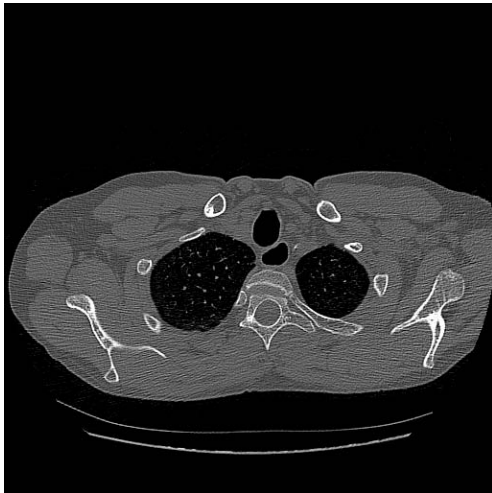
$$CT \ number = \frac{(\mu_{tissue} - \mu_{water})}{\mu_{water}} \cdot 1000 \ HU \quad (3.14)$$

Στην κλίμακα Hounsfield, ο γραμμικός συντελεστής εξασθένησης του νερού έχει την τιμή μηδέν (0 HU), ενώ για τον ατμοσφαιρικό αέρα (π.χ. κυψελίδες πνευμόνων) είναι -100 HU. Τα οστά, λόγω αυξημένης απορρόφησης, χαρακτηρίζονται από υψηλές τιμές, δηλ. >2000 HU. Τυπικά, το εύρος τιμών των αριθμών CT κυμαίνεται από -1024 έως 3071 (4096 τιμές που αντιστοιχούν σε βάθος εικονοστοιχείου 2^{12}). Αποδοτική αξιοποίηση αυτού του δυναμικού εύρους στην ανάγνωση και ερμηνεία εικόνας υπολογιστικής τομογραφίας, δοθέντων των περιορισμών διακριτικής ικανότητας αντίθεσης του παρατηρητή (60-80 τόνοι του γκρι), συνοδεύεται από τη χρήση αλγορίθμου μεταεπεξεργασίας εικόνας τύπου παραθύρου (window-level processing). Στην τεχνική αυτή η παράμετρος L καθορίζει τον CT αριθμό του κέντρου του δυναμικού εύρους και η παράμετρος W το εύρος των αριθμών CT.

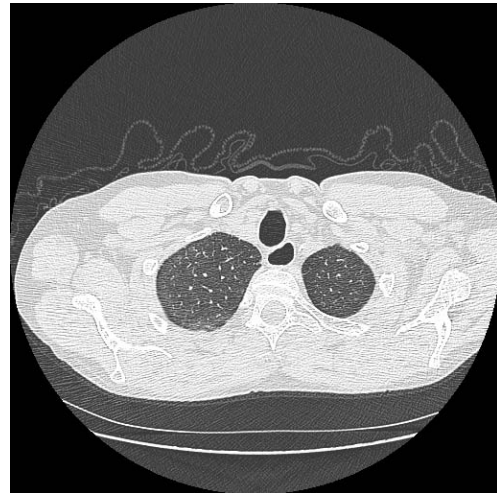
Στο Σχήμα 3.16 παρουσιάζεται η επίδραση τριών διαφορετικών παραθύρων, που στοχεύουν στην ενίσχυση αντίθεσης τριών διαφορετικών κατηγοριών ιστών.



(α)



(β)



(γ)

Σχήμα 3.16. Εφαρμογή τεχνικής παραθύρου σε εικόνα τομής υπολογιστικής τομογραφίας πνεύμονος. (α) Γενικό παράθυρο ($L=40$ HU, $W=350$ HU). (β) Οστικό παράθυρο ($L=300$ HU, $W=2000$ HU). (γ) Παράθυρο πνευμονικού παρεγχύματος ($L=-600$ HU, $W=1600$ HU)

3.4. Συμπέρασμα

Στην ενότητα αυτή παρουσιάστηκε το μειονέκτημα της επιπροβολής, το οποίο χαρακτηρίζει τη προβολική απεικόνιση με ακτίνες X, καθώς και η αντιμετώπισή του, με τα συστήματα υπολογιστικής τομογραφίας ακτίνων X. Βασικές έννοιες της ενότητας αποτέλεσαν η προβολή δισ-διάστατης τομής του αντικειμένου υπό διάφορες γωνίες, χώρος Radon, καθώς και η μέθοδος ανακατασκευής εικόνας με οπισθοπροβολή και με φιλτραρισμένη οπισθοπροβολή, μέσω ψηφιακής επεξεργασίας του σήματος των προβολών με κατάλληλη συνάρτηση συνέλιξης ή ισοδύναμα του αντίστοιχού της φίλτρου στο πεδίο χωρικών συχνοτήτων. Τέλος εισάγεται η μονάδα Hounsfield και η ψηφιακή επεξεργασία της εικόνας με ψηφιακό παράθυρο.

3.5. Βιβλιογραφία

1. A. Webb. *Introduction to Biomedical Imaging*. John Wiley & Sons, 2003, Chapter 1, pp. 1-56.
2. W. I. Kalender. *Computed Tomography*. Publicis MCD Verlag, 2000, Chapter 1, pp. 17-29.
3. R. M. Rangayyan. *Biomedical Image Analysis*. CRC Press, 2005 Chapter 9, pp.797-855.
4. Digital Medical Image Fundamentals. *PACS and imaging informatics : basic principles and applications*, H.K. Huang. 2010 John Wiley & Sons 2010, Inc., Chapter 4, pp. 107-146.

4. Ποιότητα Ιατρικής Εικόνας

Η έννοια της ποιότητας εικόνας συνδέεται άμεσα με τη δυνατότητα παροχής/άντλησης διαγνωστικών πληροφοριών από αυτή. Η διαγνωστική πληροφορία που απαιτείται συνδέεται από το εκάστοτε κλινικό ερώτημα. Π.χ., διαφορετική ποιότητα εικόνας απαιτείται για την απεικόνιση των οστών ή του πνευμονικού παρεγχύματος σε μια εξέταση υπολογιστικής τομογραφίας θώρακος (Σχ. 3.16 (β,γ)). Για την εκτίμηση της ποιότητας χρησιμοποιούνται διάφορες ποσοτικές παράμετροι (ή χαρακτηριστικά). Τέλος, οι συνθήκες παρατήρησης, επίσης επηρεάζουν την άντληση πληροφοριών και αποκτούν ιδιαίτερη σημασία στα πλαίσια των σύγχρονων σταθμών εργασίας που συνοδεύουν τα ψηφιακά συστήματα ιατρικής απεικόνισης.

4.1. Αντίθεση Εικόνας

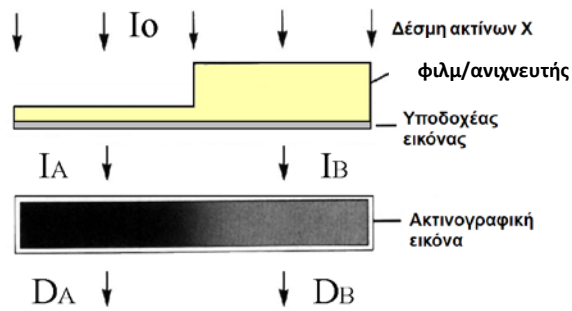
Η άντληση διαγνωστικών πληροφοριών στην ακτινογραφική εικόνα οφείλεται στη δυνατότητα διάκρισης των διαφόρων ανατομικών δομών του ασθενούς λόγω των διαφορετικών βαθμών αμαύρωσης/οπτικής πυκνότητας του ακτινογραφικού φιλμ. Αυξημένοι βαθμοί αμαύρωσης διευκολύνουν τη διάκριση αυτή. Η έννοια της αντίθεσης γίνεται εύκολα κατανοητή μέσω της τοπικής αντίθεσης, δηλ. τη διάκριση γειτονικών ανατομικών δομών. Η αντίθεση ακτινογραφικής εικόνας καθορίζεται από την αντίθεση θέματος αλλά και από τη αντίθεση του συστήματος ενισχυτικής πινακίδας φιλμ.

Η **αντίθεση θέματος** αναφέρεται στις διαφορές έντασης ακτινοβολίας, λόγω διαφορετικής εξασθένηση της δέσμης ακτίνων X, κατά την έξοδό της από τον ασθενή, δηλ. πριν την καταγραφή στο φιλμ (ή στο ψηφιακό ανιχνευτή). Διαφοροποιήσεις εντάσεως οφείλονται σε διαφοροποιήσεις στο πάχος, στην πυκνότητα και στον ατομικό αριθμό των υλικών που ευρίσκονται κατά μήκος της δέσμης.

Η αντίθεση θέματος εκφράζεται από τη διαφορά έντασης ακτινοβολίας μεταξύ γειτονικών περιοχών του αντικειμένου, σε κανονικοποιημένη μορφή:

$$C_S = [(I_A - I_B) / I_A] \cdot 100\% \quad (4.1)$$

Η αντίθεση θέματος εξαρτάται και από το ενεργειακό φάσμα της δέσμης ακτίνων X. Σε συνθήκες χαμηλότερων ενεργειών φωτονίων X (keV, χαμηλή τάση), η αντίθεση θέματος αυξάνει καθώς αυξάνει η πιθανότητα των φωτοηλεκτρικών αλληλεπιδράσεων, οι οποίες εξαρτώνται έντονα από τον ατομικό αριθμό (αξιοποιείται για τη διαφοροποίηση των μαλακών ιστών στη μαστογραφία).



Σχήμα 4.1. I_A και I_B οι εντάσεις της πρωτογενούς ακτινοβολίας που διαπερνούν το λεπτό και το παχύ τμήμα του αντικειμένου αντίστοιχα. D_A και D_B οι οπτικές πυκνότητες των αντίστοιχων περιοχών του φιλμ.

Η διαφορετική πυκνότητα επίσης επηρεάζει τη πιθανότητα σκέδασης Compton, η οποία αυξάνει για υψηλότερες ενέργειες φωτονίων X (keV). Εάν εκτός από την πρωτογενή υπάρχει και σκεδαζόμενη ακτινοβολία I_S , η αντίθεση θέματος ορίζεται ως:

$$C_S = [(I_A + I_S) - (I_B + I_S)] / (I_A + I_S) \cdot 100\% = [(I_A - I_B) / (I_A + I_S)] \cdot 100\% \quad (4.2)$$

Η διαφοροποιημένη δέσμη ακτίνων X («εικόνα ακτίνων X»), προσπίπτει στη φιλμ, αφού συνήθως πρώτα μεταλλαχθεί σε ορατή με τη βοήθεια ενισχυτικής πινακίδας.

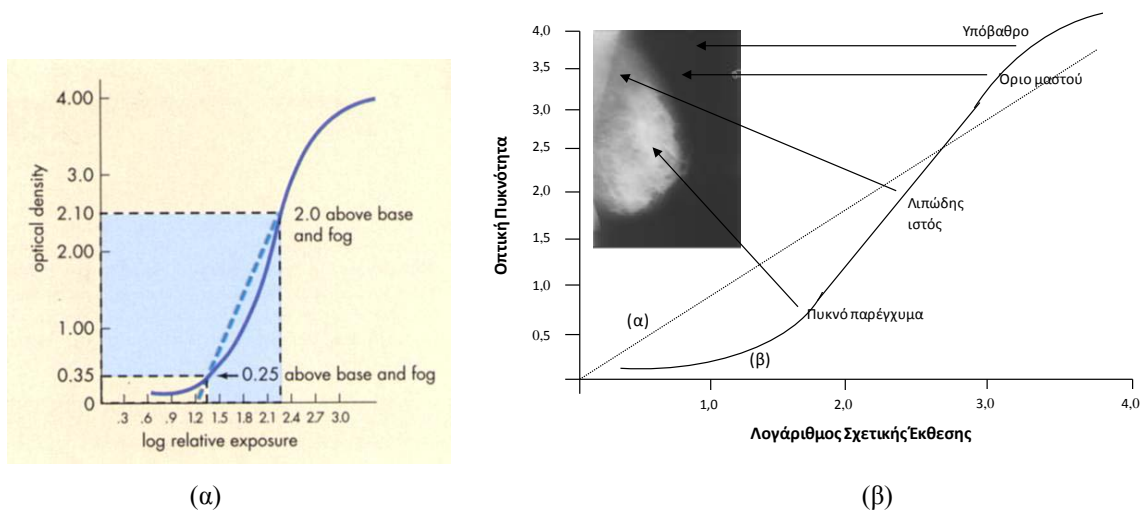
Η **αντίθεση εικόνας** οφείλεται στη διαφοροποίηση της έκθεσης των σημείων του φιλμ που αντιστοιχούν σε γειτονικές δομές ενδιαφέροντος και αντιστοιχεί στη διαφορά οπτικών πυκνοτήτων των αντίστοιχων περιοχών του φιλμ:

$$C_{im} = (D_A - D_B) \cdot 100\% \quad (4.3)$$

Η αντίθεση του συστήματος ενισχυτικής πινακίδας φιλμ, χαρακτηρίζεται από την παράμετρο αντίθεσης του φιλμ που ορίζεται ως η κλίση στο χρήσιμο εύρος οπτικών πυκνοτήτων (OD) του φιλμ (Σχήμα 4.2):

$$\gamma = (OD_{2.0} - OD_{0.25}) / (\log E_{2.0} - \log E_{0.25}) \quad (4.4)$$

Εάν το $\gamma > 1$, τότε η αντίθεση φιλμ επιδρά ενισχυτικά στην αντίθεση θέματος. Καθώς η αντίθεση του φιλμ μεγιστοποιείται στο ευθύγραμμο τμήμα του, η αντίθεση θέματος και κατ'επέκταση εικόνας μεγιστοποιείται μόνο για εύρος εκθέσεων που αντιστοιχούν στο γραμμικό τμήμα της χαρακτηριστικής καμπύλης του συστήματος ενισχυτικής πινακίδας – φιλμ. Αντίθετα η αντίθεση εικόνας υποβαθμίζεται όταν η έκθεση αντιστοιχεί στα άκρα της χαρακτηριστικής καμπύλης (υπό- ή υπερ-έκθεση).



Σχήμα 4.2. Χαρακτηριστική καμπύλη συστήματος ενισχυτικής πινακίδας-φιλμ. (β) Χαρακτηριστική καμπύλη συστήματος για μαστογράφο με ψηφιακό ανιχνευτή (στικτή γραμμή) και με ενισχυτική πινακίδα – φιλμ (συνεχής γραμμή).

Στην περίπτωση της ψηφιακής εικόνας, η διάκριση των διαφόρων ανατομικών δομών καθορίζεται από τη *διακριτική ικανότητα των τιμών του γκρι* που αντιστοιχεί στο πλήθος των διαθέσιμων τιμών ή τόνων του γκρι $[0 \text{ έως } 2^k - 1]$, όπου k ο αριθμός των bits, που χρησιμοποιείται για την καταγραφή της τιμής του κάθε εικονοστοιχείου της εικόνας (βλ. διαδικασία κβάντισης).

4.1.1. Αντίθεση Ψηφιακής Εικόνας

Η αντίθεση της ψηφιακής εικόνας αναφέρεται στο εύρος τιμών των εικονοστοιχείων και ορίζεται ως η απόλυτη τιμή της διαφοράς μεταξύ μέγιστης και ελάχιστης τιμής των εικονοστοιχείων. Το δυναμικό εύρος εικόνας διακρίνεται σε διαθέσιμο και ενεργό.

Το διαθέσιμο δυναμικό εύρος καθορίζεται από τα επίπεδα κβάντισης των τιμών του γκρι $L=2^n$, όπου n το βάθος του εικονοστοιχείου. Τυπικές τιμές διαθέσιμου δυναμικού εύρους ($r_{max} - r_{min}$): 2^8 [0-255], 2^{12} [0-4095] και 2^{16} [0-65535].

Το ενεργό δυναμικό εύρος καθορίζεται από το εκάστοτε μέγιστο και ελάχιστο τιμών του γκρι εικόνας που ποικίλει από εικόνα σε εικόνα:

$$\left| \text{Argmax}[f(m, n)] - \text{Argmin}[f(m, n)] \right| \quad (4.5)$$

Γνώση του ενεργού δυναμικού εύρους τιμών εικόνας καθώς και η κατανομή της κατάληψης των διαθέσιμων επιπέδων κβάντισης τιμών του γκρι παρέχεται από το ιστόγραμμα εικόνας το οποίο έχει παρουσιαστεί σε προηγούμενη ενότητα. Η έννοια του ενεργού δυναμικού εύρους είναι ταυτόσημη με την έννοια της αντίθεσης εικόνας. Όσο μεγαλύτερο είναι το δυναμικό εύρος εικόνας τόσο μεγαλύτερη η αντίθεση εικόνας και αντιστρόφως.

Τοπική Αντίθεση

Η έννοια της αντίθεσης εικόνας είναι ταυτόσημη με την έννοια του δυναμικού εύρους εικόνας, ενώ η έννοια της τοπικής αντίθεσης είναι ειδικότερη και αναφέρεται στη διαφορά του μέσου τόνου του γκρι μεταξύ γειτονικών περιοχών. Στο Σχήμα 4.3, η περιοχή εικόνας f (foreground), αντιστοιχεί σε συγκεκριμένο αντικείμενο με αντίστοιχη μέση τιμή των τόνων του γκρι \bar{f} , και η περιοχή b (background), μέσου τόνου γκρι \bar{b} , που αντιστοιχεί σε γειτονική περιοχή υποβάθρου του αντικειμένου:

$$C = \frac{1}{N_f} \sum_{(m,n) \in f} gI(m,n) - \frac{1}{N_b} \sum_{(m,n) \in b} gI(m,n) = \bar{f} - \bar{b} \quad (4.6)$$

όπου N_f και N_b το πλήθος των εικονοστοιχείων στις υπό μελέτη περιοχές αντικειμένου και υποβάθρου, αντίστοιχα. Σε κανονικοποιημένη μορφή η τοπική αντίθεση δίνεται από τις σχέσεις:

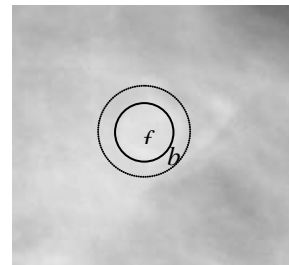
$$C_1 = \frac{\bar{f} - \bar{b}}{\bar{f} + \bar{b}} \quad (4.7)$$

$$C_2 = \frac{\bar{f} - \bar{b}}{\bar{b}} \quad (4.8)$$

Χρήση των κανονικοποιημένων μορφών οδηγεί σε μέτρηση ανεξάρτητη του συγκεκριμένου συστήματος απεικόνισης.



(α)



(β)

Σχήμα 4.3. (α) Μάζα σε μαστογραφική εικόνα. (β) Καθορισμός γειτονικών περιοχών εικόνας, f και b , για τον υπολογισμό της τοπικής αντίθεσης.

Ελάχιστη Αισθητή Αντίθεση

Μία σημαντική έννοια που συνδέεται με την αντίθεση εικόνας είναι αυτή της ελάχιστα αισθητής αντίθεσης. Η ελάχιστα αισθητή αντίθεση (Just Noticeable Difference, JND) ορίζεται βάσει των εξ. 4.7 και 4.8, όπου για ένα συγκεκριμένο σήμα υποβάθρου, \bar{b} , η μέση τιμή του σήματος (foreground), \bar{f} , αυξάνει σταδιακά με ελάχιστο βήμα, π.χ. ένα τόνο του γκρι, μέχρι να γίνει αισθητή η παρουσία του αντικειμένου. Το βήμα αυτό εξαρτάται από τα διαθέσιμα επίπεδα κβάντισης. Η τιμή της τοπικής αντίθεσης που ικανοποιεί αυτή τη συνθήκη είναι η ελάχιστα αισθητή αντίθεση. Πειραματικά έχει βρεθεί

ότι η ελάχιστη αισθητή αντίθεση είναι περίπου 2% για ένα μεγάλο εύρος τιμών υποβάθρου (Weber Ratio).

4.2. Ασάφεια Εικόνας

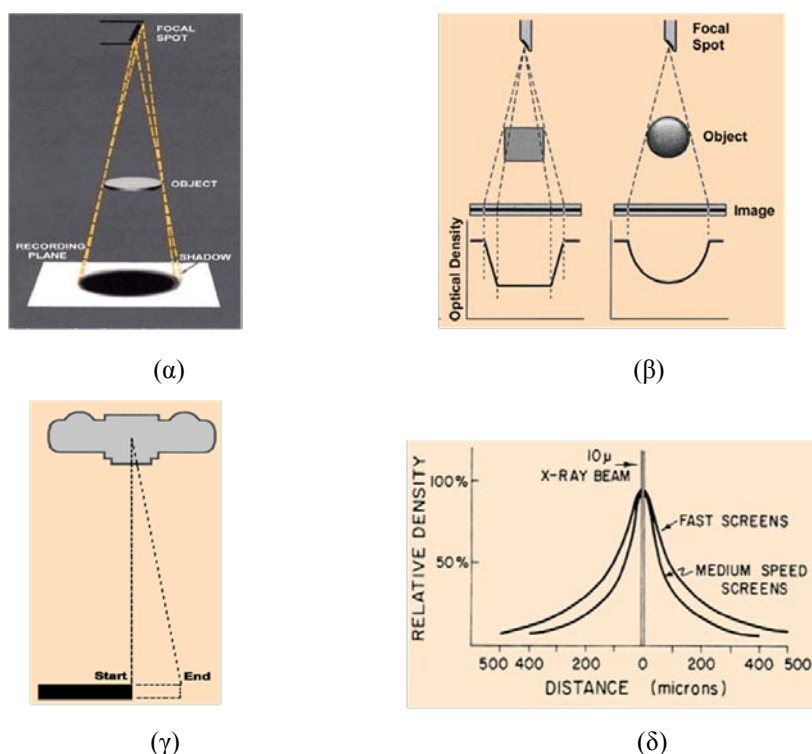
Η ασάφεια εικόνας είναι η έλλειψη ικανότητας του συστήματος απεικόνισης να αποτυπώνει καθαρά (με σαφήνεια) τις ακμές της εικόνας, δηλαδή διαφοροποιήσεις αμαύρωσης ή τόνων του γκρι (g. I.) στις παρυφές γειτονικών αντικειμένων.

Αποτελεί συνέπεια της αλληλεξάρτησης της χωρικής διακριτικής ικανότητας και της μεταφοράς αντίθεσης του απεικονιστικού συστήματος. Η έννοια του συχνοτικού περιεχομένου της εικόνας είναι σημαντική για την κατανόησή της.

Κυριότερες συνιστώσες ασάφειας προβολικού συστήματος απεικόνισης ακτίνων X είναι οι εξής (Σχ. 4.4):

- Γεωμετρική ασάφεια (μέγεθος εστίας και μεγέθυνση)
- Ασάφεια αντικειμένου (σχετίζεται με το σχήμα των ακμών του αντικειμένου)
- Ασάφεια κίνησης
- Ασάφεια ενισχυτικής πινακίδας (σκέδαση ορατών φωτονίων ~ πάχος πινακίδας) ή ασάφεια ψηφιακού ανιχνευτή (διαστάσεις ανιχνευτικού στοιχείου)

Η συνολική ασάφεια εικόνας εξαρτάται αθροιστικά από όλες τις επιμέρους συνιστώσες ασάφειας.



Σχήμα 4.4. (α) Γεωμετρική ασάφεια. (β) Ασάφεια αντικειμένου. (γ) Ασάφεια κίνησης. (δ) Ασάφεια ενισχυτικής πινακίδας.

4.2.1. Συχνотικό περιεχόμενο εικόνας

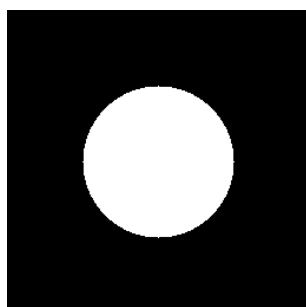
Εάν οι τιμές των εικονοστοιχείων μιας ψηφιακής εικόνας $f(x,y)$ αναπαριστούν ανατομικές δομές ή φυσιολογικές λειτουργίες στο χώρο, τότε μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η εικόνα ορίζεται στο πεδίο του χώρου. Η εικόνα $f(x,y)$ μπορεί επίσης να αναπαρασταθεί μέσω των συνιστωσών της χωρικών συχνοτήτων (u,v) , στο πεδίο χωρικών συχνοτήτων με το μετασχηματισμό Fourier αυτής $F(u,v)$. Για την καλύτερη κατανόηση των χωρικών συχνοτήτων, θεωρείστε ότι η κάθε δισ-διάστατη εικόνα μπορεί να συσταθεί από πολλές δισδιάστατες ημιτονοειδείς συναρτήσεις διαφορετικού πλάτους (έντασης) και χωρικής συχνότητας. Η $F(u,v)$ είναι και αυτή εικόνα, αλλά δεν έχει οπτική ομοιότητα με την $f(x,y)$. Χρήση της της $F(u,v)$ παρέχει πληροφορίες περιεχομένου χωρικών συχνοτήτων της εικόνας. Για παράδειγμα μια ομοιόμορφη εικόνα (εικόνα που όλα τα εικονοστοιχεία της έχουν την ίδια τιμή) δεν έχει χωρικές συχνότητες, αλλά μόνο μία σταθερά που την περιγράφει (DC term). Αντιθέτως, μια ακτινογραφία άκρας χειρός έχει πολλές υψηλές συχνότητες, που αντιστοιχούν στις ακμές των οστών.

Το φάσμα Fourier εικόνας παρέχει χρήσιμη πληροφορία για το συχνотικό περιεχόμενο της εικόνας, την παρουσία στοιχείων εικόνας με συγκεκριμένες διευθύνσεις (Σχήματα 4.5, 4.6 και 4.7), την παρουσία περιοδικά επαναλαμβανόμενων στοιχείων εικόνας και την παρουσία θορύβου.

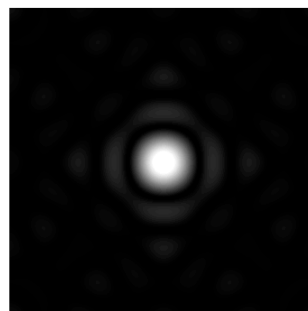
$$F(u,v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y) \exp[-i2\pi(ux + vy)] dx dy = \text{Re}(u,v) + i \text{Im}(u,v) \quad (4.9)$$

$$|F(u,v)| = [\text{Re}^2(u,v) + \text{Im}^2(u,v)]^{1/2} \quad (4.10)$$

$$f(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(u,v) \exp[i2\pi(ux + vy)] du dv \quad (4.11)$$

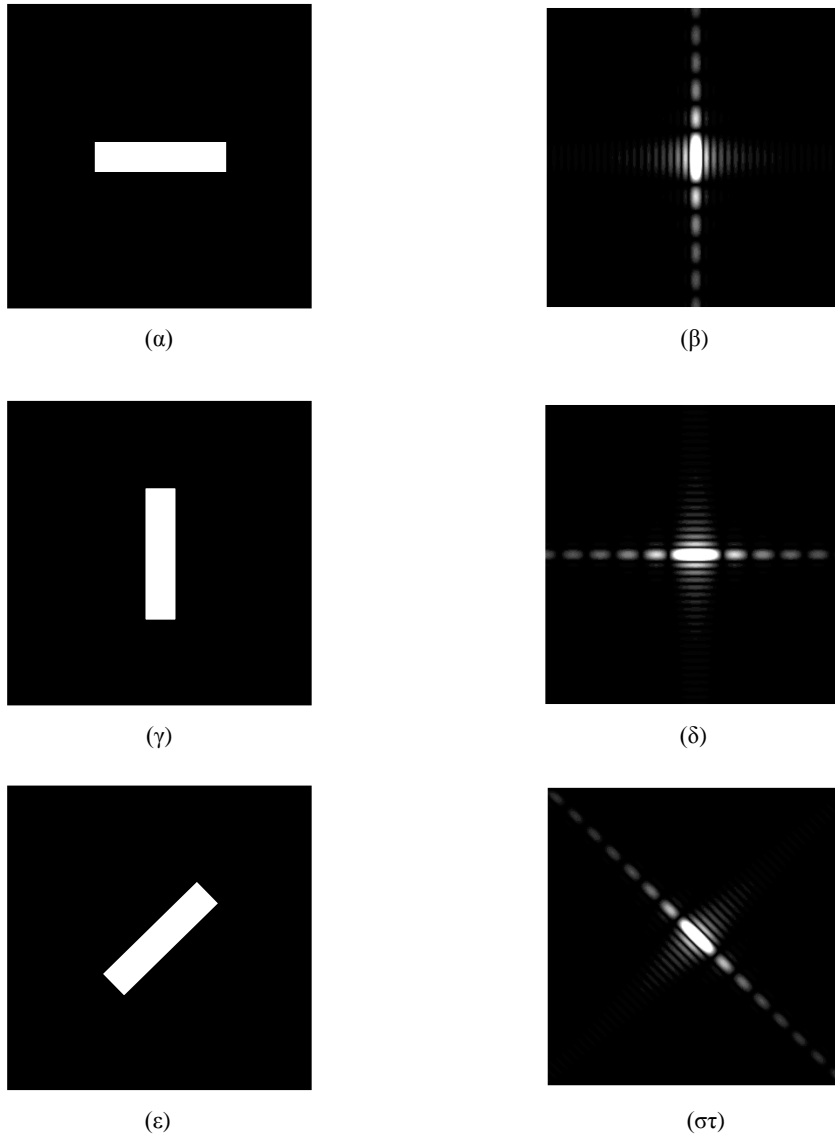


(α)

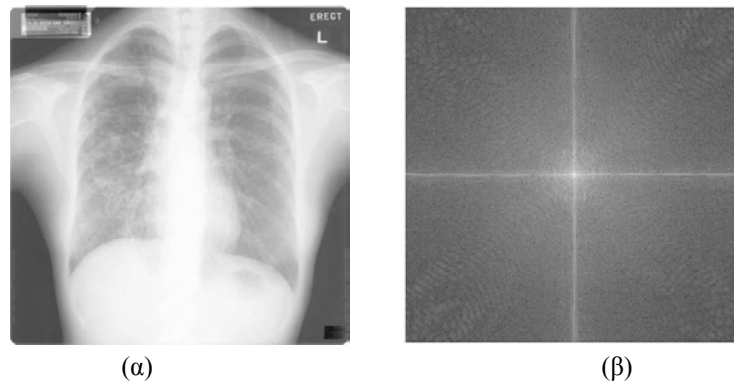


(β)

Σχήμα 4.5. Εικόνα κυκλικού δίσκου (α), και η αντίστοιχη εικόνα του πλάτους του φάσματος Fourier (β).



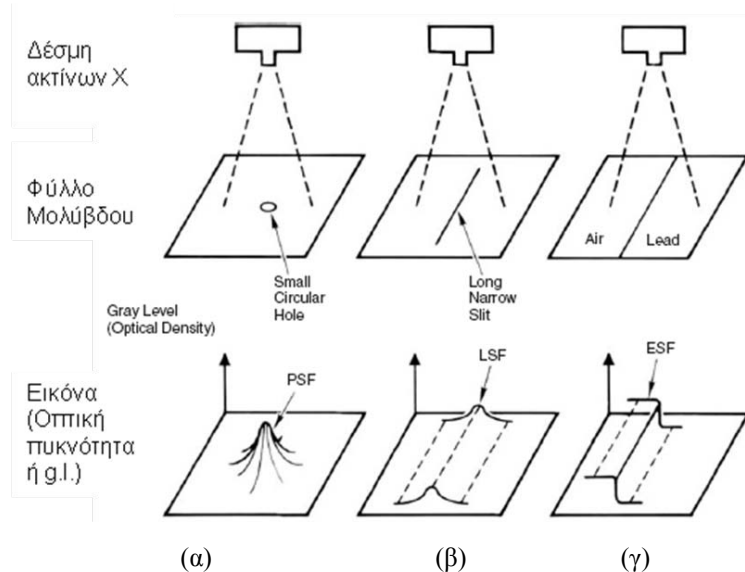
Σχήμα 4.6. Εικόνες παραλληλογράμμου με τη μεγαλύτερη διάστασή του κατά την οριζόντια (α), κατακόρυφη (γ) και διαγώνια διεύθυνση (ε), καθώς και οι αντίστοιχες εικόνες του πλάτους του φάσματος Fourier (β), (δ), (στ), επεξεργασμένες με κατάλληλες συναρτήσεις παραθύρου για βέλτιστη απεικόνιση.



Σχήμα 4.7. (α) Ακτινογραφία θώρακος (αναπαράσταση εικόνας στο πεδίο του χώρου (χ, ψ)) και (β) η αναπαράσταση της ακτινογραφίας στο πεδίο Fourier, πεδίο χωρικών συχνοτήτων. Οι συνιστώσες χαμηλών χωρικών συχνοτήτων ευρίσκονται στο κέντρο της εικόνας β, ενώ οι υψηλές συχνότητες ευρίσκονται στην περιφέρεια.

4.2.2. Μέτρηση Ασάφειας

Θεωρείστε το ακόλουθο πείραμα: φυσικό αντικείμενο (φύλλο) αλουμινίου το οποίο εμπεριέχει μία τεχνητά δημιουργημένη πολύ μικρής διαμέτρου ιδεατή οπή τοποθετείται μεταξύ της πηγής ακτίνων X και του υποδοχέα εικόνας (φίλμ ή ψηφιακού ανιχνευτή) (Σχήμα. 4.8). Με αυτό τον τρόπο παράγεται η εικόνα αυτού του αντικειμένου ελέγχου. Η κατανομή της οπτικής πυκνότητας ή των τόνων του γκρι είναι είναι σχετικά αυξημένη στο κέντρο της περιοχής της εικόνας στην οποία απεικονίζεται η οπή, ενώ μειώνεται ακτινικά προς την περιφέρεια και μηδενίζεται σε μία συγκεκριμένη απόσταση από το κέντρο. Εάν η διάμετρος της οπής είναι αρκετά μικρή και το σύστημα απεικόνισης ιδεατό η απεικόνιση της οπής θα αντιστοιχούσε σε ένα κύκλο με ομοιόμορφη οπτική πυκότητα ή τόνο του γκρι. Μάλιστα εάν η απεικονιστική διάταξη δεν είχε μεγέθυνση, τότε το μέγεθος της οπής στην εικόνα θα ήταν ίδιο με το μέγεθος της οπής στο φυσικό αντικείμενο. Το πείραμα αυτό αποδεικνύει ότι η απεικόνιση ακόμη και ιδεατών αντικειμένων δεν έχει ποτέ σαφείς ακμές, δηλ. χαρακτηρίζεται από ασάφεια.

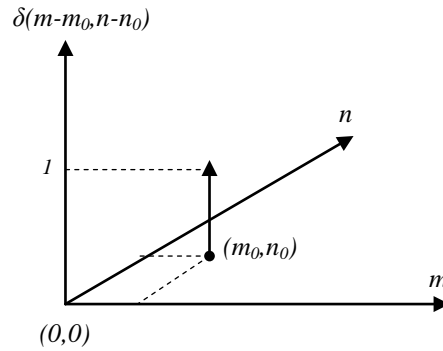


Σχήμα 4.8. Συναρτήσεις διασποράς. (α) Σημειακής πηγής (Point Spread Function-PSF), (β) γραμμικής πηγής (Line Spread Function-LSF), (γ) Ακμής (Edge Spread Function-ESF)

4.2.2.1. Συνάρτηση Διασποράς Σημείου

Η απλούστερη προσέγγιση στην έννοια της ασάφειας παρέχεται μέσω της απεικόνισης ιδεατής σημειακής πηγής, που αναπαρίσταται, στην περίπτωση εικόνας, τη δι-διάστατη συνάρτηση δ (μοναδιαία κρουστική συνάρτηση) και ορίζεται ως εξής (Σχήμα 4.9):

$$\sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} \delta(m-m_0, n-n_0) = 1 \quad (4.12)$$



Σχήμα 4.9. Χαρακτηριστικό της συνάρτησης δ είναι ότι η τιμή της είναι μονάδα εκεί που το όρισμά της είναι μηδέν.

Η ιδιότητα δειγματοληψίας ή ολίσθησης της συνάρτησης δ παρέχει την τιμή της $f(x,y)$ στο σημείο (x_0, y_0) .

$$f(x, y) \cdot \delta(x - x_0, y - y_0) = f(x_0, y_0) \quad (4.13)$$

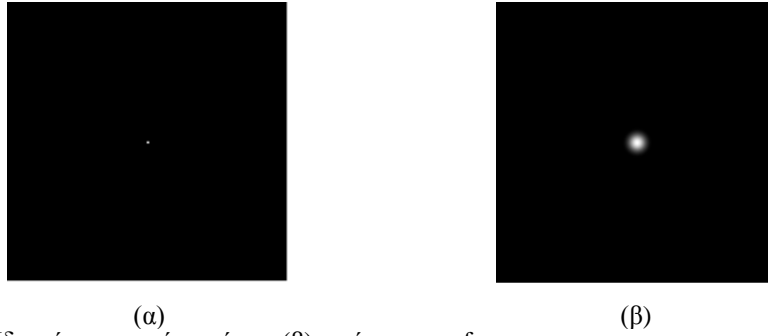
Ως συνέπεια, η ψηφιακή εικόνα μπορεί να αναπαρασταθεί ως άθροισμα κρουστικών (περιοδικών) συναρτήσεων πολλαπλασιασμένων με τους αντίστοιχους συντελεστές βάρους.

$$f(m, n) = \sum_{a=0}^{M-1} \sum_{b=0}^{N-1} f(a, b) \cdot \delta(m - a, n - b) \quad (4.14)$$

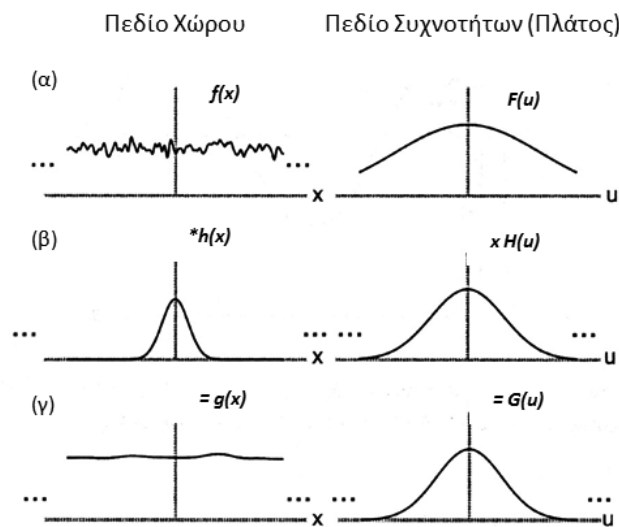
Η εικόνα που παράγεται όταν η είσοδος στο σύστημα απεικόνισης είναι ιδεατή σημειακή πηγή δ ονομάζεται συνάρτηση διασποράς σημείου $h(m,n)$ (Point Spread Function, PSF) (Σχήμα 4.10).

Υποθέτοντας γραμμικό, ανεξάρτητο μετατόπισης (Linear Shift Invariant, LSI) σύστημα απεικόνισης με συνάρτηση διασποράς σημείου $h(m,n)$, η παραγόμενη εικόνα $g(m,n)$ υπολογίζεται από τη συνέλιξη της εκάστοτε εισόδου $f(m,n)$ και της $h(m,n)$ (Σχήμα 4.12). Εκφράζοντας την είσοδο ως δι-διάστατη συνάρτηση κρουστικών συναρτήσεων πολλαπλασιασμένων με αντίστοιχους συντελεστές βάρους, η έξοδος αντιστοιχεί σε:

$$\begin{aligned} g(m, n) &= \sum_{a=0}^{M-1} \sum_{b=0}^{N-1} h(m - a, n - b) f(a, b) \\ &= \sum_{a=0}^{M-1} \sum_{b=0}^{N-1} h(a, b) f(m - a, n - b) \quad (\text{αντιμεταθετική ιδιότητα}) \\ &= h(m, n) * f(m, n) \quad (\text{όπου } * \text{ δηλώνει συνέλιξη}) \end{aligned} \quad (4.15)$$



Σχήμα 4.10. (α) Ιδεατή σημειακή πηγή και (β) εικόνα της psf.



Σχήμα 4.11. Απόκριση γραμμικού συστήματος στο χωρικό πεδίο και στο πεδίο συχνοτήτων (Fourier). (α) Αρχική συνάρτηση (είσοδος). (β) Συνάρτηση διασποράς σημείου. (γ) Τελική συνάρτηση (έξοδος).

4.2.2.2. Συναρτήσεις Διασποράς Γραμμής / Ακμής

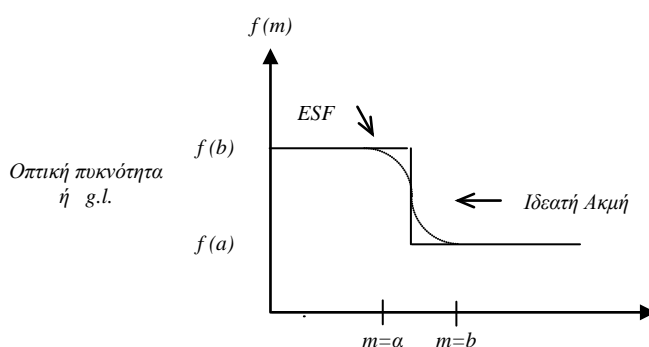
Στη πράξη, στο πείραμα με την οπή η διάμετρος της πρέπει να επιλεγεί πολύ προσεκτικά. Εάν η διάμετρος είναι μεγάλη, η απεικόνιση της θα καταλαμβάνει το μεγαλύτερο μέρος της εικόνας και δεν θα είναι δυνατή η μέτρηση της ακτινικής κατανομής των τόνων του γκρι. Εάν η οπή είναι πολύ μικρή, η εικόνα που σχηματίζεται αντιστοιχεί στην εστία της λυχνίας ακτίνων X, η οποία δεν αναπαριστά το πλήρες σύστημα απεικόνισης.

Για τους ανωτέρω λόγους προτιμάται η κατασκευή ομοιωμάτων γραμμής (Σχ. 4.8(β)) για τον υπολογισμό της ασάφειας, μέσω της συνάρτησης διασποράς γραμμής (Line Spread Function-LSF). Αντικατάσταση της οπής από σχισμή παράγει εικόνα που αντιστοιχεί σε γραμμή συγκεκριμένου πλάτους και μη-ομοιόμορφης κατανομής τόνων

του γκρι, σε διεύθυνση κάθετη προς την διεύθυνση της σχισμής. Η τιμές είναι υψηλότερες στο κέντρο και μειώνονται προς τα άκρα έως όπου ταυτίζονται με τις τιμές του υποβάθρου. Η συνάρτηση που περιγράφει της κατανομή αυτή των τόνων του γκρι ονομάζεται συνάρτηση διασποράς γραμμής (LSF) του απεικονιστικού συστήματος. Καθώς η σχισμή μπορεί να θεωρηθεί ως μια γραμμική διάταξη οπών, η συνάρτηση διασποράς γραμμής, μπορεί να θεωρηθεί ως το σύνολο των συναρτήσεων διασποράς σημείου (PSF) κατά μήκος της γραμμής. Χρήση ομοιώματος σχισμής επίσης επιτρέπει τον υπολογισμό της μέσης συνάρτησης διασποράς, η οποία αναμένεται να είναι ανεξάρτητη της επίδρασης του θορύβου εικόνας.

Εάν το αντικείμενο ελέγχου στο πείραμα αντικατασταθεί από αντικείμενο δύο υλικών ή του ίδιου υλικού αλλά με δύο διαφορετικά πάχη, καθένα από τα οποία καταλαμβάνει τη μισή του έκταση (Σχ. 4.8(γ)), η παραγόμενη εικόνα χαρακτηρίζεται από δύο περιοχές διαφορετικής εξασθένηση της αντινιβολίας X , δηλαδή μια απότομη μεταβολή μεταξύ δύο τόνων του γκρι, δηλ. ακμή, στην εικόνα. Στο Σχήμα 4.12 απεικονίζεται η ιδεατή ακμή και συνάρτηση διασποράς ακμής (Edge Spread Function, ESF), η οποία ορίζεται κάθετα προς την ακμή.

Σε περίπτωση μη ισοτροπικών (μη ανεξάρτητων μετατόπισης) συστημάτων οι αντίστοιχες συναρτήσεις διασποράς πρέπει να υπολογίζονται για διαφορετικές διευθύνσεις και θέσεις.



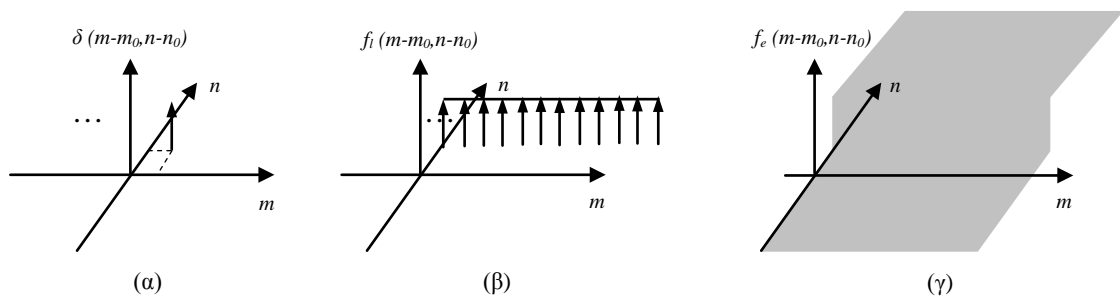
Σχήμα 4.12. Ασάφεια ακμής απεικονιστικού συστήματος. Μονοδιάστατη συνάρτηση ακμής (ESF).

Εκφράζοντας τη γραμμή ως ακολουθία δι-διάστατων δ -συναρτήσεων και υποθέτοντας ότι η δι-διάστατη δ -συνάρτηση είναι διαχωρίσιμη η συνάρτηση γραμμής (f_l) μπορεί να εκφραστεί ως:

$$\begin{aligned}
 f_l(m-m_0, n-n_0) &= \sum_{m=0}^{M-1} \delta(m-m_0, n-n_0) \\
 &= \sum_{m=0}^{M-1} \delta(m-m_0) \cdot \delta(n-n_0) \\
 &= \delta(n-n_0) \cdot \sum_{m=0}^{M-1} \delta(m-m_0) \\
 &= \delta(n-n_0)
 \end{aligned}
 \tag{4.16}$$

Η $\delta(n-n_0)$ είναι συνάρτηση μόνο του n και αντιπροσωπεύει μια γραμμή παράλληλη στον άξονα των m . Μεταβάλλοντας το n παράγεται η επιφάνεια του σχήματος, δηλ. η δι-διάστατη συνάρτηση ακμής (δισ-διάστατη βηματική συνάρτηση) (Σχήμα 4.13). Καθώς η γραμμή εκφράστηκε ως ακολουθία δι-διάστατων δ -συναρτήσεων η συνάρτηση διασποράς γραμμής (h_l) θα αντιστοιχεί στην ακολουθία των αντίστοιχων συναρτήσεων διασποράς σημειακής πηγής:

$$\begin{aligned}
 h_l(m-m_0, n-n_0) &= \sum_{a=0}^{M-1} \sum_{b=0}^{N-1} h(a-m_0, b-n_0) \cdot f_l[(m-m_0)-a, (n-n_0)-b] \\
 &= \sum_{a=0}^{M-1} \sum_{b=0}^{N-1} h(a-m_0, b-n_0) \cdot \delta[(n-n_0)-b] \\
 &= \sum_{a=0}^{M-1} h(a-m_0, n-n_0) \\
 &= \sum_{m=0}^{M-1} h(m-m_0, n-n_0)
 \end{aligned}
 \tag{4.17}$$



Σχήμα 4.13. (α) Δι-διάστατη δ -συνάρτηση. (β) Συνάρτηση γραμμής ως ακολουθία δι-διάστατων δ -συναρτήσεων κατά μήκος του οριζόντιου άξονα (m). (γ) Συνάρτηση ακμής

Η δι-διάστατη συνάρτηση διασποράς ακμής (h_e) παράγεται από το σύνολο συναρτήσεων διασποράς ακμής (h_l) κατά τον άξονα των n , ή αντίστροφα η συνάρτηση διασποράς γραμμής (h_l) αντιστοιχεί στην πρώτη παράγωγο της συνάρτησης διασποράς ακμής σε διεύθυνση κάθετη προς τον άξονα των n , δηλαδή παράλληλα του m :

$$h_l(n - n_0) = \frac{d}{dn} h_e(n - n_0) = h_e(n - n_0 + 1) - h_e(n - n_0) \quad (4.18)$$

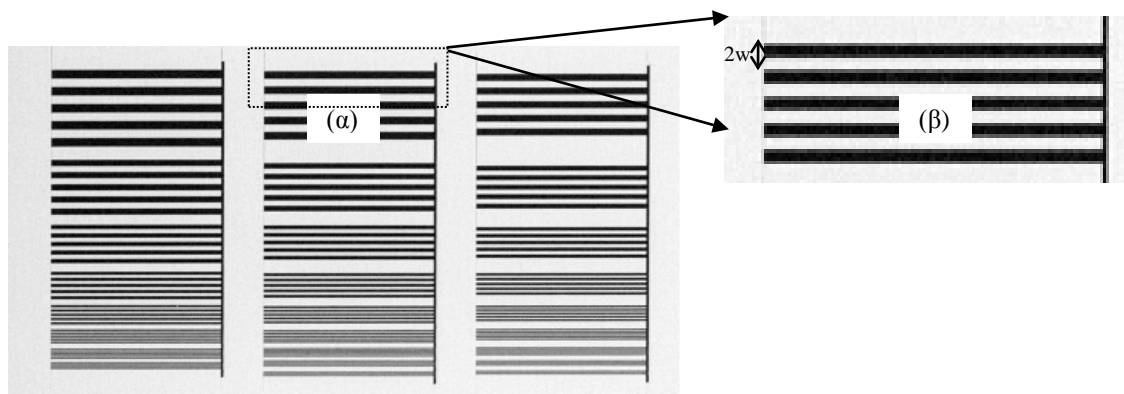
Ο Fourier μετασχηματισμός της $h_l(m - m_0, n - n_0) = h_l(n - n_0)$, η οπο $\acute{\alpha}$ είναι μο ν -διάστατη συνάρτηση της χωρικής συχνότητας ν :

$$\begin{aligned} H_l(\nu) &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} h_l(n) \exp\left\{-j2\pi\left(\frac{n\nu}{N}\right)\right\} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} h_l(m, n) \exp\left\{-j\frac{2\pi}{N}(mu + n\nu)\right\} \Big|_{u=0} \\ &= H(u, \nu) \Big|_{u=0} = H(0, \nu) \end{aligned} \quad (4.19)$$

όπου $H(0, \nu)$ παρέχει τιμές κατά μήκος μιας γραμμής παράλληλης στον άξονα u στο πεδίο Fourier.

4.2.2.3. \Συνάρτηση Μεταφοράς Διαμόρφωσης (Modulation Transfer Function)

Αντικατάσταση του αντικειμένου ελέγχου ακμής από ζεύγη γραμμών υψηλής αντίθεσης διαφορετικών χωρικών συχνοτήτων παρέχει τη δυνατότητα μελέτης της μεταφοράς (διαμόρφωσης, απόσβεση) υψηλής αντίθεσης από το απεικονιστικό σύστημα. Με τον όρο διαμόρφωση υψηλής αντίθεσης αναφερόμαστε στην επίδραση του συστήματος στους τόνους του γκρι (ένταση σήματος εισόδου) ζεύγους γραμμής, δηλ. της αντίθεσης του ζεύγους γραμμής ανά χωρική συχνότητα (Σχήμα 4.14), που αντιστοιχεί και στον ορισμό της συνάρτησης μεταφοράς διαμόρφωσης (Modulation Transfer Function, MTF) και ορίζεται επίσης κάθετα προς τη διεύθυνση του ζεύγους γραμμής, σύμφωνα με την εξίσωση (εξ. 4.20).



Σχήμα 4.14. (α) Εικόνα προτύπου ζευγών γραμμής 28 διαφορετικών χωρικών συχνοτήτων (lp/mm) για τον υπολογισμό της MTF απεικονιστικών συστημάτων. (β) Χωρική διακριτική ικανότητα ζευγους γραμμών ($1/2w$).

Η MTF, είναι μία μονοδιάστατη συνάρτηση που αντιστοιχεί στο μέτρο του μετασχηματισμού Fourier της συνάρτησης διασποράς γραμμής (LSF). Συγκεκριμένα, η MTF σε κανονικοποιημένη μορφή αντιστοιχεί:

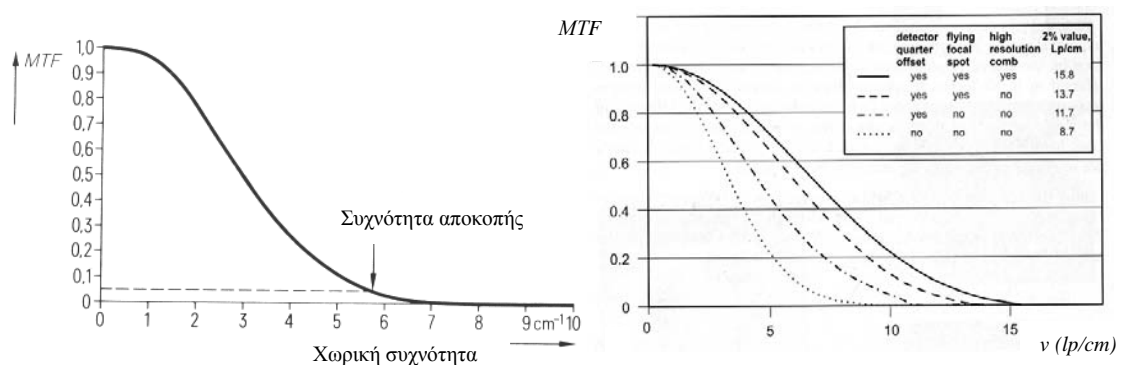
$$MTF(0, \nu) = \frac{|H(0, \nu)|}{H(0)} \quad (4.20)$$

όπου εξ' ορισμού $MTF(0, \nu)|_{\nu=0} = 1$.

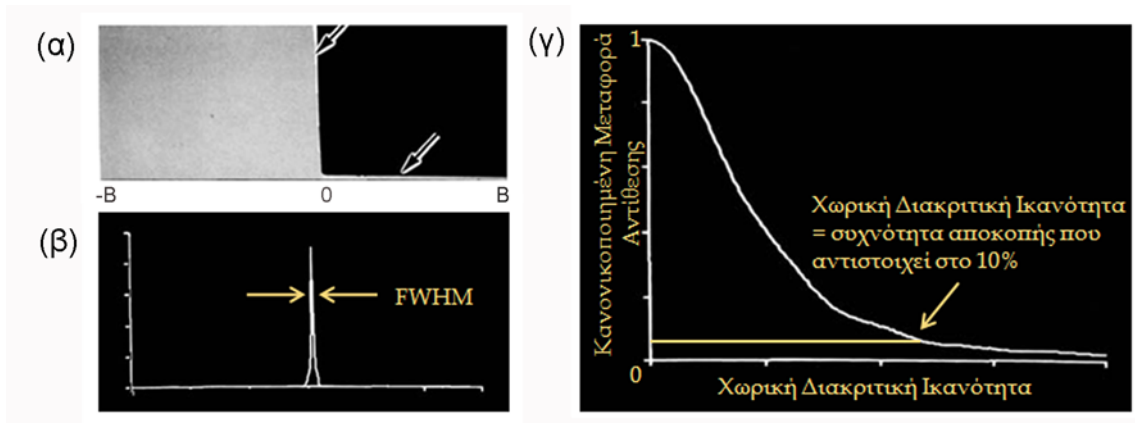
Παράδειγμα θεωρητικής και πειραματικών MTF δίδονται στο Σχήμα 4.15.

Σχηματικά, η σχέση ESF, LSF και MTF παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.16. Σημειώνεται ότι το εύρος (διασπορά) της LSF και της MTF είναι αντίστροφα (Σχήμα 4.17). Δηλαδή, όσο μεγαλύτερη είναι η ασάφεια συστήματος, τόσο ευρύτερη είναι η LSF και ισχνότερη είναι η MTF του, καθώς αποσβένονται περισσότερο οι υψηλές χωρικές συχνότητες. Η MTF αποτελεί δείκτη της ποιότητας του απεικονιστικού συστήματος, καθώς στις χωρικές συχνότητες όπου υπάρχει μειωμένη ή μηδενική τιμή της MTF, εισάγεται ασάφεια στη εικόνα.. Τέλος, η συνολική MTF συστήματος με n συνιστώσες είναι πολλαπλασιαστική (εξ. 4.21), και καθορίζεται από την συνιστώσα i με την πιο υποβαθμισμένη MTF:

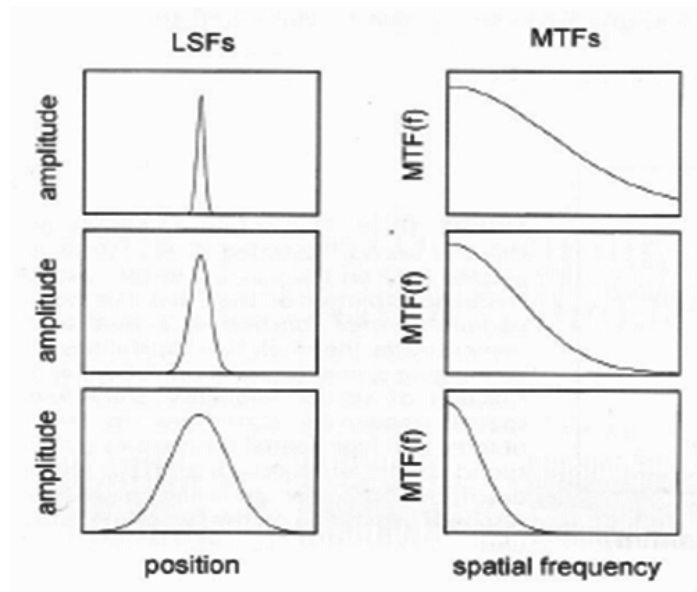
$$MTF(0, \nu) = \prod_{i=1}^n MTF_i(0, \nu) \quad (4.21)$$



Σχήμα 4.15. (α) Θεωρητική (α) η MTF. (β) Πειραματικές καμπύλες MTF · (β) φορητικούς τρόπους σάρωσης σε υπολογιστικό τομογράφο. Δίνονται οι τιμές των χωρικών συχνοτήτων αποκοπής (lp/cm).



Σχήμα 4.16. (α) ESF. (β) LSF. (γ) MTF.



Σχήμα 4.17. LSF και αντίστοιχες MTF.

4.2.2.4. Παράδειγμα υπολογισμού MTF

Έστω συνεχές ημιτονοειδές σήμα της μορφής $f(x) = a + be^{j2\pi ux}$.

Η μέγιστη αντίθεση (διαμόρφωση) του σήματος εισόδου εκφράζεται ως:

$$M_{in} = \frac{|f_{\max}| - |f_{\min}|}{|f_{\max}| + |f_{\min}|} = \frac{(a+b) - (a-b)}{(a+b) + (a-b)} = \frac{b}{a} \quad (4.22)$$

και η έξοδος του $g(x)$ ως:

$$\begin{aligned} g(x) &= S\{a + be^{j2\pi ux}\} \\ &= S\{a\} + S\{be^{j2\pi ux}\} \\ &= a S\{be^{j2\pi(u=0)x}\} + b S\{e^{j2\pi ux}\} \\ &= a H(0) + b H(u) e^{j2\pi ux} \end{aligned} \quad (4.23)$$

όπου S η συνάρτηση απόκρισης συστήματος.

Η διαμόρφωση του σήματος εξόδου εκφράζεται ως:

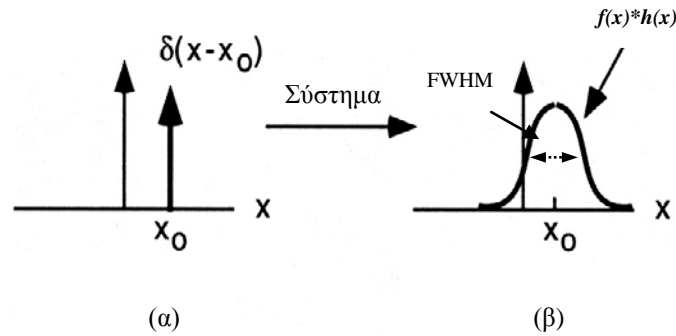
$$M_{out} = \frac{|g_{\max}| - |g_{\min}|}{|g_{\max}| + |g_{\min}|} = \frac{2b H(u)}{2a H(0)} = \frac{b}{a} \frac{H(u)}{H(0)} = M_{in} \frac{H(u)}{H(0)} \quad (4.24)$$

Ο λόγος M_{out}/M_{in} ορίζεται ως η MTF του συστήματος.

4.2.2.5. Σχέση Ασάφειας-Χωρικής Διακριτικής Ικανότητας

Η χωρική διακριτική ικανότητα συστήματος εκτιμάται με δείκτες διασποράς όπως το πλάτος στο ήμισυ της μέγιστης τιμής (Full Width at Half Maximum), συναρτήσεων διασποράς όπως οι PSF, ESF ή LSF (Σχήμα . 4.19(β)). Εναλλακτικά εκτιμάται από τη συχνότητα της MTF που αντιστοιχεί στην κατά 95% (ή 98%) απόσβεση της μέγιστης τιμής της (συχνότητα αποκοπής MTF) (Σχήματα 4.15(β) και 4.16(γ)). Επίσης εκτιμάται μέσω επισκόπησης ζευγών γραμμών διαφόρων χωρικών συχνοτήτων, όπου καθορίζεται από το πλάτος γραμμής του ελάχιστα διακριτού ζεύγους (Σχήμα 4.14(α)).

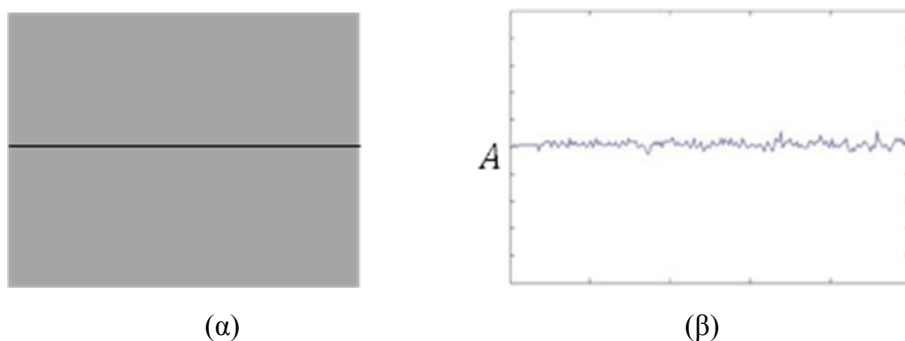
Χαρακτηριστικά παραδείγματα χωρικής διακριτικής ικανότητας συστημάτων μαστογραφίας, υπολογιστικής τομογραφίας και υπολογιστικής τομογραφίας μονού φωτονίου είναι 20, 0,7 και 0,1 lp/mm, αντίστοιχα.



Σχήμα 4.19. (α) Μοναδιαία κρουστική συνάρτηση. (β) Καθορισμός χωρικής διακριτικής ικανότητας συστήματος βάσει του πλάτους στο ήμισυ της μέγιστης τιμής (FWHM) της PSF.

4.3. Θόρυβος Εικόνας

Η παρουσία ανεπιθύμητης πληροφορίας (τόνων του γκρι) στην εικόνα αποτελεί επίσης σημαντικό παράγοντα υποβάθμισης της ποιότητας εικόνας, και ειδικότερα στις υψηλές χωρικές συχνότητες (μικρού μεγέθους αντικείμενα). Η ανεπιθύμητη πληροφορία γίνεται αντιληπτή από την αδυναμία του συστήματος να απεικονίσει ομοιογενώς μια μακροσκοπικά ομοιογενή περιοχή ενός αντικειμένου (Σχήμα 4.20), *στατιστικός ή ακτινογραφικός θόρυβος* ή ως επιπροβολή δομών του αντικειμένου, στην προβολική απεικόνιση, *θόρυβος δομής*. Κύρια πηγή του στατιστικού θορύβου εικόνας είναι ο κβαντικός θόρυβος, οποίος είναι συνέπεια της σύστασης της εικόνας από κβάντα πληροφορίας (δηλ. Χ-φωτόνια). Συγκεκριμένα, οφείλεται στις τυχαίες διακυμάνσεις του αριθμού των φωτονίων που αλληλεπιδρούν με τον ανιχνευτή εικόνας, και επομένως επηρεάζουν τη σύσταση (καταγραφή) και επομένως την ποιότητα εικόνας (Σχ.4.21).



Σχήμα 4.20. Τόνοι του γκρι κατά μήκος της οριζόντιας γραμμής της μακροσκοπικά ομοιογενούς εικόνας (α) έντασης A. Οι μικρές διακυμάνσεις του σήματος, εκατέρωθεν του A, αντιστοιχούν στο στατιστικό θόρυβο εικόνας. Εάν δεν υπήρχε θόρυβος, το σήμα στο (β) θα ήταν σταθερό και ίσο με A.

Ο στατιστικός θόρυβος θεωρείται ως αποτέλεσμα στοχαστικής διαδικασίας. Στοχαστικό θεωρείται ένα σύστημα που όταν εφοδιάζεται με δύο διαδοχικές (χρονικά) εισόδους παρέχει όμοια, αλλά όχι ακριβώς την ίδια έξοδο, σε αντίθεση με ένα ντετερμινιστικό σύστημα που παρέχει την ακριβώς ίδια έξοδο. Οι στοχαστικές διαδικασίες χαρακτηρίζονται από στατιστικές παραμέτρους, 1ης ή 2ης τάξης, όπως μέση τιμή, διακύμανση, αυτοσυσχέτιση και αυτοδιακύμανση, οι οποίες υπολογίζονται μέσω πολλών απεικονίσεων του ίδιου αντικειμένου, υπό τις ίδιες συνθήκες (ensemble averages). Υποθέτοντας ότι οι διαδικασίες που παράγουν θόρυβο στις ιατρικές εικόνες είναι εργοδικές, οι υπολογισμοί που απαιτούνται για τον υπολογισμό των ανωτέρω παραμέτρων μπορούν να αντικατασταθούν από τις αντίστοιχες στατιστικές μετρήσεις επί μίας εικόνας. Επίσης, η υπόθεση της στασιμότητας (stationarity) σημαίνει ότι οι μετρήσεις δεν θα διαφέρουν για διαφορετικές θέσεις στην εικόνα.

Υποθέτοντας N , το πλήθος των κβάντων (X-φωτονίων) που προσπίπτουν σε ομοιογενή περιοχή αντικειμένου, και το αντίστοιχο πλήθος μετρήσεων επί της εικόνας του αντικειμένου (εικονοστοιχεία), και μέση τιμή $\mu = \bar{N}$, τότε στατιστικοί δείκτες όπως η διακύμανση, σ^2 , η τυπική απόκλιση σ , ο συντελεστής μεταβλητότητας Coefficient of Variation (COV) και ο λόγος σήματος προς θόρυβο (Signal to Noise Ratio, SNR) μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εκτίμηση του θορύβου:

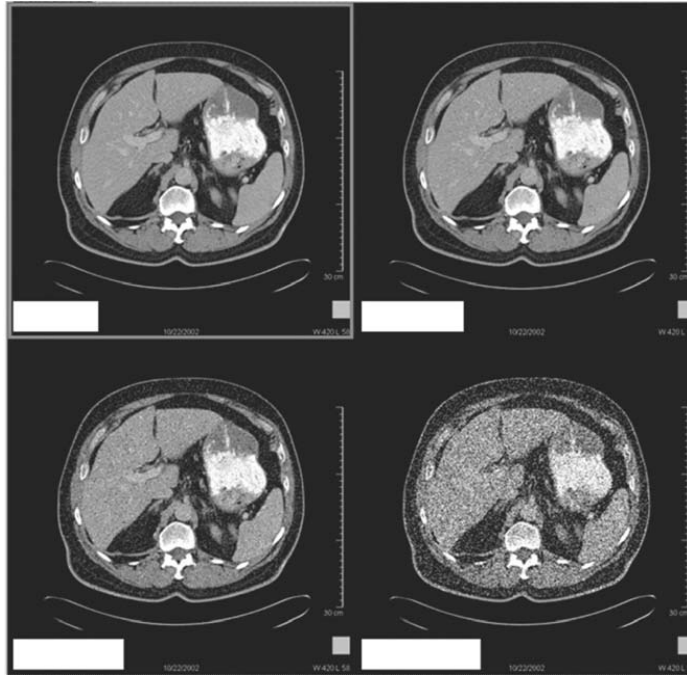
$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \left[\sum_i^N (Ni - \bar{N})^2 \right] \quad (4.25)$$

Υποθέτοντας ότι η μορφή της στατιστικής κατανομής του θορύβου είναι Poisson ($\mu = \sigma^2$):

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \bar{N} \\ \sigma &= \sqrt{\bar{N}} \end{aligned} \quad (4.26)$$

$$COV = \frac{\sigma}{\bar{N}} \quad (4.27)$$

$$SNR = \frac{\bar{N}}{\sigma} = \frac{\bar{N}}{\sqrt{\bar{N}}} = \sqrt{\bar{N}} \quad (4.28)$$



Σχήμα 4.21. Η αρχική 512x512 εικόνα και τρεις εκδοχές της με προσθήκη στατιστικού θορύβου σε 1000, 10000 και 100000 εικονοστοιχεία, οι συντεταγμένες των οποίων επιλέχθηκαν με γεννήτρια τυχαίων αριθμών. Η τροποποίηση των αρχικών τιμών αυτών των εικονοστοιχείων κυμάνθηκε από 0,7-1,3 της αρχικής τους τιμής και πάλι με χρήση γεννήτριας τυχαίων αριθμών.

4.3.1. Λόγος Σήματος προς Θόρυβο

Ο λόγος σήματος προς θόρυβο (Signal-to-Noise Ratio, SNR) χρησιμοποιείται για να χαρακτηρίσει το αληθές σήμα εικόνας (αντικείμενο) σε περιβάλλον θορύβου και ορίζεται ως:

$$SNR_1 = 10 \cdot \log_{10} \left[\frac{\sigma_f^2}{\sigma_n^2} \right] \text{ (dB)} \quad (4.29)$$

Οι δείκτες f και n αντιστοιχούν στο αντικείμενο και σε περιοχή εκτίμησης του στατιστικού θορύβου, αντιστοίχως. Η διακύμανση θορύβου εικόνας, σ_n^2 , υπολογίζεται από τη διακύμανση των τιμών των εικονοστοιχείων περιοχής που αναμένεται να είναι μακροσκοπικά ομοιογενής. Επίσης, εναλλακτικά η διακύμανση των τόνων του γκρι του αντικειμένου μπορεί να αντικατασταθεί από το δυναμικό εύρος των τόνων του γκρι στη συνολική περιοχή αντικειμένου και υποβάθρου του:

$$SNR_2 = 20 \log_{10} \frac{|Arg \max[f(m,n)] - Arg \min[f(m,n)]|}{\sigma_n} \text{ (dB)} \quad (4.30)$$

Τέλος, ο λόγος τοπικής αντίθεσης προς θόρυβο (Contrast-to-Noise Ratio, CNR) αποτελεί ένα ακόμα χρήσιμο μέτρο ποιότητας εικόνας, το οποίο συνδυάζει την τοπική αντίθεση αντικειμένου και το θόρυβο εικόνας.

$$CNR = \frac{\bar{f} - \bar{b}}{\sigma_b} \quad (4.31)$$

Η διαφορά των ανωτέρω δεικτών SNR_1 , SNR_2 και CNR συνίσταται στο ότι στον αριθμητή υπεισέρχεται διαφορετική εκτίμηση για το σήμα, ενώ στον παρονομαστή η εκτίμηση θορύβου στις δύο πρώτες εξισώσεις αναφέρεται σε μη γειτονική περιοχή εικόνας (στατιστικός θόρυβος) έναντι του σήματος περιοχής που γειτνιάζει με το αντικείμενο ενδιαφέροντος (υπόβαθρο).

4.3.2. Μοντέλο Ανιχνευσιμότητας Rose

Υποθέτοντας Poisson κατανομή θορύβου εικόνας, το σήμα παρουσία θορύβου σε μια περιοχή εικόνας που αναμένεται να είναι ομοιογενής απεικονιστικά, το SNR είναι:

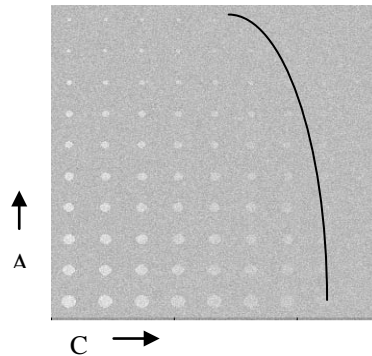
$$SNR = \frac{A \cdot \bar{N}}{\sigma} = \frac{A \cdot \bar{N}}{\sqrt{A \cdot \bar{N}}} = \sqrt{A \cdot \bar{N}} \quad (4.32)$$

όπου A το εμβαδόν της επιφάνεια της περιοχής, \bar{N} η μέση τιμή των διαβαθμίσεων της περιοχής λαμβάνοντας υπόψη ότι για Poisson κατανομή $\sigma^2 = \bar{N}$.

Παρουσία σήματος αντίθεσης C σε περιβάλλον θορύβου αντιστοιχεί σε:

$$SNR = \frac{C \cdot A \cdot \bar{N}}{\sigma} = \frac{C \cdot A \cdot \bar{N}}{\sqrt{A \cdot \bar{N}}} = C \cdot \sqrt{A \cdot \bar{N}} \quad (4.33)$$

Παράδειγμα ανίχνευσης κυκλικών δομών (διαμέτρου ή εμβαδού αυτών) συναρτήσει αντίθεσης (contrast) παρέχεται στο Σχήμα 4.22. Το όριο ανιχνευσιμότητάς τους αντιστοιχεί στην παραβολική καμπύλη.



Σχήμα 4.22. Όριο ανιχνευσιμότητας κυκλικών δομών, μεταβαλλόμενη αντίθεση (C) και μεγέθους (A , area), παρουσία θορύβου, σύμφωνα με το μοντέλο του Rose. Η καμπύλη στο σχήμα αντιστοιχεί στο όριο ανιχνευσιμότητας.

4.3.3. Συχνотικό περιεχόμενο θορύβου

Αναφέρεται στην αναπαράσταση του θορύβου ως συνάρτηση της χωρικής συχνότητας, με την ονομασία φάσμα ισχύος θορύβου (*Noise Power Spectrum-NPS*) ή φάσμα Wiener.

Η χρήση των στατιστικών δεικτών ανομοιογένειας όπως αυτοί που αναφέρονται στις εξισώσεις (4.26, 4.27, 4.28) έχει περιορισμούς καθώς δεν εμπεριέχει πληροφορία για τη συχνότητα του θορύβου. Στο σχήμα 4.23 τα δύο σήματα χαρακτηρίζονται από την ίδια διακύμανση, αλλά διαφορετική συχνότητα θορύβου. Για το σκοπό αυτό εισάγεται η **συνάρτηση αυτοδιακύμανσης (autocovariance function-ACF)**, η οποία περιγράφει τη διαφοροποίηση των τόνων του γκρι σε μακροσκοπικά ομοιογενή περιοχή εικόνας, συναρτήσει των αποστάσεων x και y ανάμεσα στα διάφορα εικονοστοιχεία της περιοχής στα οποία γίνεται η μέτρηση.

$$ACF(x, y) = \lim_{X, Y \rightarrow \infty} \frac{1}{2X} \frac{1}{2Y} \int_{-X}^X \int_{-Y}^Y \Delta f(x', y') \Delta f(x'+x, y'+y) dx' dy' \quad (4.34)$$

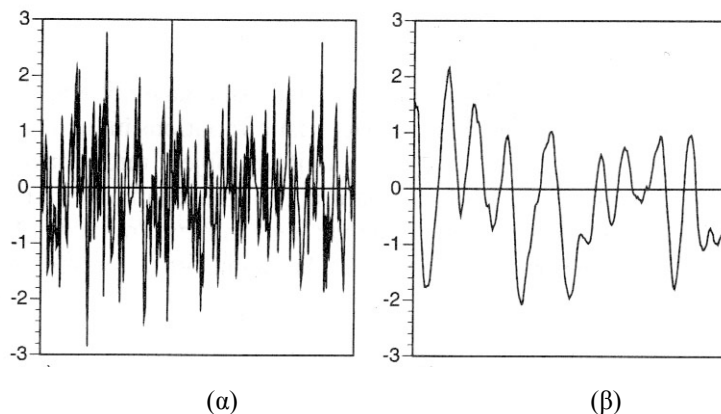
όπου:

$2X, 2Y$ οι διαστάσεις της περιοχής εικόνας στην οποία γίνεται η μέτρηση, $f(x', y')$ η τιμή του εικονοστοιχείου στο σημείο (x', y') και $\Delta f(x', y')$ η διαφορά της τιμής του εικονοστοιχείου από τη μέση τιμή των τιμών των εικονοστοιχείων την περιοχή της μέτρησης.

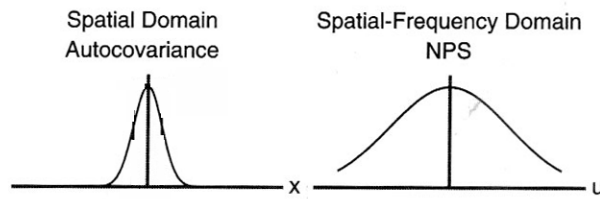
Η ACF είναι το άθροισμα των γινομένων των διαφοροποιήσεων (αυξομειώσεις Δf) που αντιστοιχούν στο σημείο (x', y') και στα σημεία που απέχουν κατά x και y .

Ο Fourier μετασχηματισμός της συνάρτησης αυτοδιακύμανσης παρέχει τη δυνατότητα περιγραφής του θορύβου συναρτήσει των συχνοτήτων u και v (Σχ.4.24).

$$NPS(u, v) = F\{ACF(x, y)\} \quad (4.35)$$



Σχήμα 4.23. Σήματα με ίδια διακύμανση θορύβου αλλά διαφορετικό συχνотικό περιεχόμενο.



Σχήμα 4.24. Συνάρτηση αυτοδιακύμανσης και αντίστοιχο φάσμα ισχύος θορύβου (NPS).

4.3.4. Συμπέρασμα

Στην ενότητα αυτή παρουσιάστηκε η έννοια της ποιότητας της ψηφιακής ιατρικής εικόνας καθώς και βασικές ποσοτικές παράμετροι, αντίθεση, ασάφεια και θόρυβος, που χρησιμοποιούνται για την περιγραφή της. Η χρήση του μετασχηματισμού Fourier, παρέχει τη δυνατότητα του χαρακτηρισμού της μεταφοράς αντίθεσης και θορύβου απεικονιστικού συστήματος, μέσω παραμέτρων του συχνοτικού περιεχομένου, όπως η συνάρτηση μεταφοράς διαμόρφωσης (MFT) και το φάσμα ισχύος θορύβου (NPS).

4.3.5. Βιβλιογραφία

1. Image Quality Metrics for Digital Systems. Handbook of Medical Imaging, Vol. I. J. Beutel, H.L. Kundel, R.R. Van Metter (eds.), SPIE Press 2000, Chapter 3, pp. 161-219.
2. Applied Linear System Theory. Handbook of Medical Imaging, Vol. I. J. Beutel, H.L. Kundel, R.R. Van Metter (eds.), SPIE Press 2000, Chapter 2, pp. 82-156.
3. Digital Medical Image Fundamentals. *PACS and imaging informatics: basic principles and applications*, H.K. Huang. 2010 John Wiley & Sons 2010, Inc., Chapter 2, pp. 33-61.

