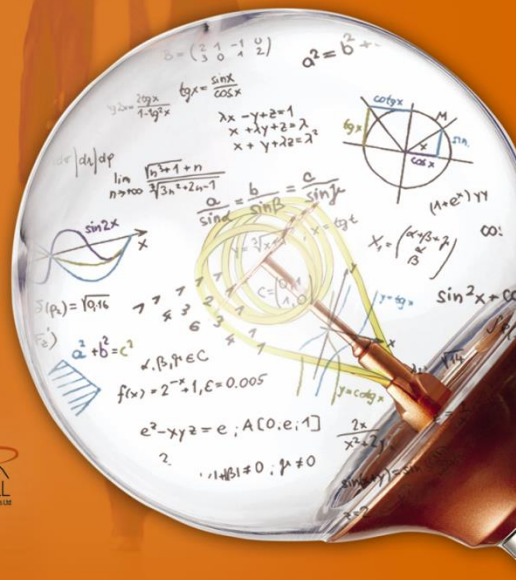


ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Βασικές Αρχές με Έμφαση στην
ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ και τις ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΙΣ

Levine Szabat Stephan

Γενική Επιμέλεια - Πρόλογος
Στέφανος Γ. Γιακουμάτος
Στυλιανός Ι. Κουκούμιλος
Σταύρος Η. Αρβανίτης



Κεφάλαιο 9

Βασικές Αρχές Του
Ελέγχου Υποθέσεων:
Έλεγχοι Ενός Δείγματος



Στόχοι

Σε αυτό το κεφάλαιο μαθαίνετε:

- Τις βασικές αρχές του ελέγχου υποθέσεων
- Πώς να χρησιμοποιείτε τον έλεγχο υποθέσεων στον έλεγχο του μέσου ή του ποσοστού
- Τις θεωρήσεις κάθε διαδικασίας ελέγχου υποθέσεων, πώς να τις αξιολογείτε και τις συνέπειες όταν αυτές παραβιάζονται σοβαρά
- Τις παγίδες & τα δεοντολογικά ζητήματα που εμπεριέχουν οι έλεγχοι υποθέσεων
- Πώς να αποφεύγετε τις παγίδες που εμπεριέχουν οι έλεγχοι υποθέσεων

Τι Είναι Υπόθεση;

- Μια υπόθεση είναι ένας ισχυρισμός για μια παράμετρο του πληθυσμού:



- μέσος πληθυσμού

Παράδειγμα: Ο μέσος μηνιαίος λογαριασμός κινητής τηλεφωνίας σε αυτή την πόλη είναι $\mu = \$42$

- ποσοστό πληθυσμού

Παράδειγμα: Το ποσοστό των ενηλίκων σε αυτή την πόλη με κινητά τηλέφωνα είναι $\pi = 0,68$

Η Μηδενική Υπόθεση, H_0

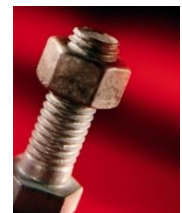
- Δηλώνει τον ισχυρισμό που πρόκειται να ελεγχθεί

Παράδειγμα: Η μέση διάμετρος ενός παραγόμενου μπουλονιού είναι 30mm ($H_0 : \mu = 30$)

- Αναφέρεται πάντα σε μια παράμετρο του πληθυσμού, όχι σε ένα στατιστικό μέτρο του δείγματος

$$H_0 : \mu = 30$$

$$H_0 : \bar{X} = 30$$



Η Μηδενική Υπόθεση, H_0

DCOVA

(συνέχεια)

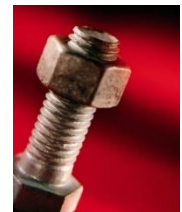
- Ξεκινάμε με τον ισχυρισμό ότι η μηδενική υπόθεση είναι αληθής
 - Παρόμοια με την έννοια του “αθώος μέχρι να αποδειχθεί ένοχος”
- Αναφέρεται στην τωρινή κατάσταση ή ιστορική αξία
- Πάντα περιέχει τα σύμβολα “=”, ή “≤”, ή “≥”
- Μπορεί να απορριφθεί ή μπορεί και να μην απορριφθεί



Η Εναλλακτική Υπόθεση, H_1

DCOVA A

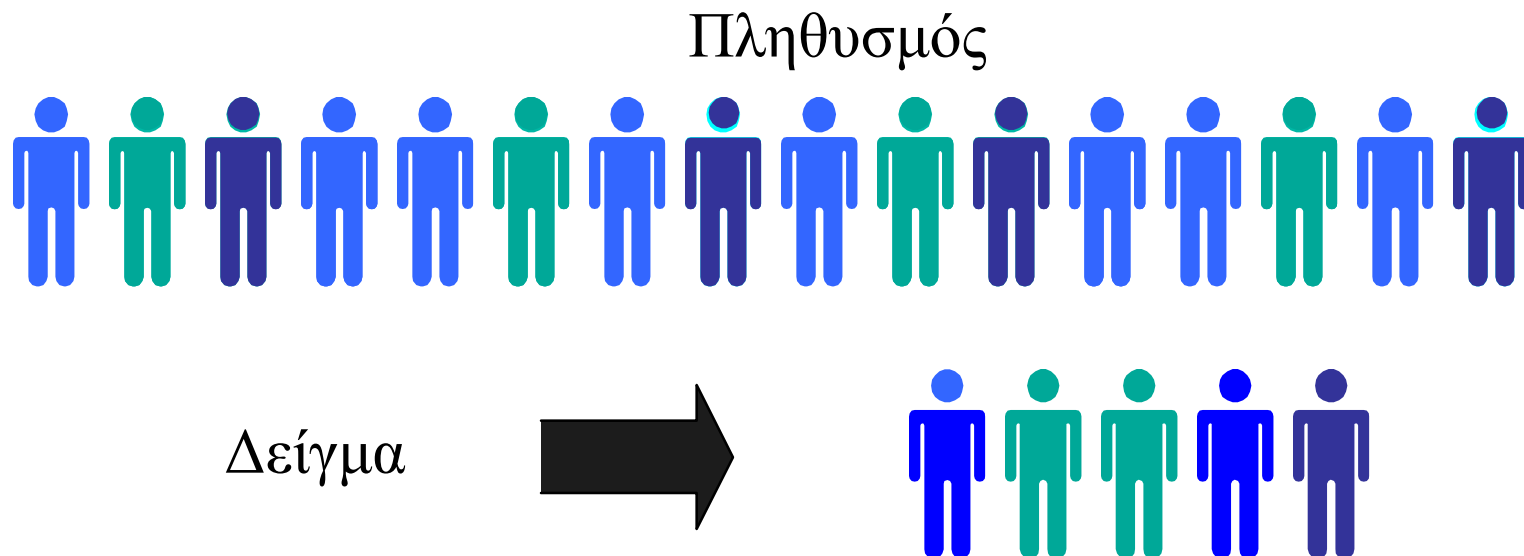
- Είναι το αντίθετο της μηδενικής υπόθεσης
 - π.χ., Η μέση διάμετρος ενός παραγόμενου μπουλονιού δεν είναι ίση με 30mm ($H_1: \mu \neq 30$)
- Αμφισβητεί την υπάρχουσα κατάσταση
- Δεν περιέχει ποτέ τα σύμβολα “=”, ή “≤”, ή “≥”
- Μπορεί να αποδειχθεί ή μπορεί και να μην αποδειχθεί
- Είναι γενικά η υπόθεση που ο ερευνητής προσπαθεί να αποδείξει



Η Διαδικασία Ελέγχου Υποθέσεων

DCOVA

- Ισχυρισμός: Η μέση ηλικία του πληθυσμού είναι 50.
 - $H_0: \mu = 50$, $H_1: \mu \neq 50$
- Πάρτε δείγμα από τον πληθυσμό και βρείτε τον δειγματικό μέσο.



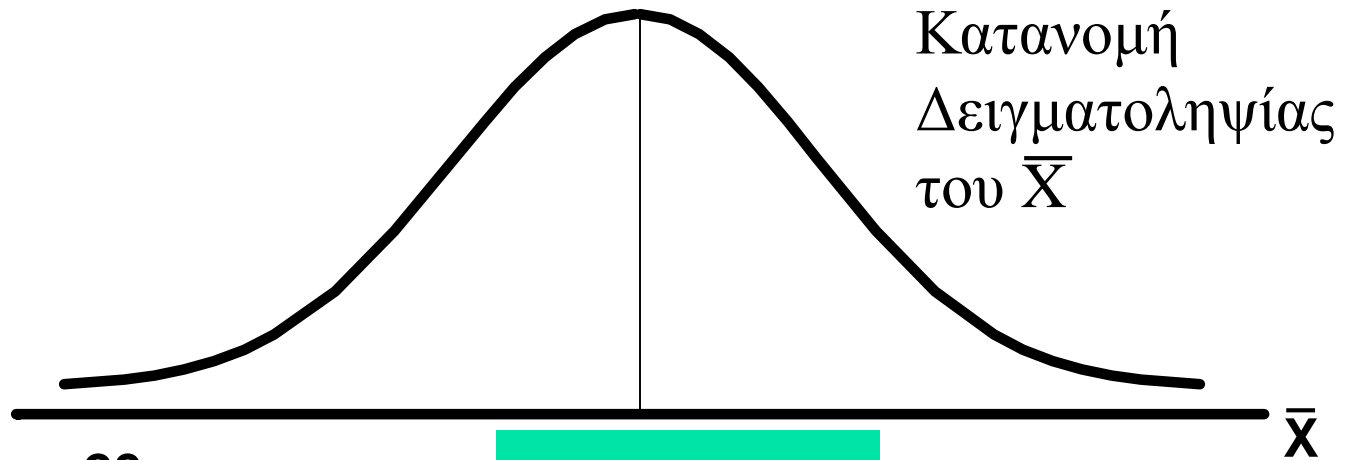
Η Διαδικασία Ελέγχου Υποθέσεων

DCOVA
(συνέχεια)

- Υποθέστε ότι η δειγματική μέση ηλικία ήταν $\bar{X} = 20$.
- Αυτή είναι σημαντικά μικρότερη από την ισχυριζόμενη μέση πληθυσμιακή ηλικία των 50.
- Αν η μηδενική υπόθεση ήταν αληθής, η πιθανότητα να πάρετε ένα τέτοιο διαφορετικό δειγματικό μέσο θα ήταν πολύ μικρή, οπότε απορρίπτετε την μηδενική υπόθεση.
- Με άλλα λόγια, η απόκτηση ενός δειγματικού μέσου των 20 είναι τόσο απίθανη αν ο μέσος πληθυσμού ήταν 50, συμπεραίνετε ότι ο μέσος πληθυσμού δεν πρέπει να είναι 50.

Η Διαδικασία Ελέγχου Υποθέσεων **DCOVA**

(συνέχεια)



20



$\mu = 50$

Αν η H_0 είναι
αληθής

\bar{X}

Αν είναι απίθανο να
πάρετε έναν δειγματικό
μέσο με αυτή την τιμή ...

... Όταν στην πραγματικότητα
αυτός ήταν ο μέσος
πληθυσμού...

... τότε απορρίπτετε
την μηδενική
υπόθεση ότι $\mu = 50$.

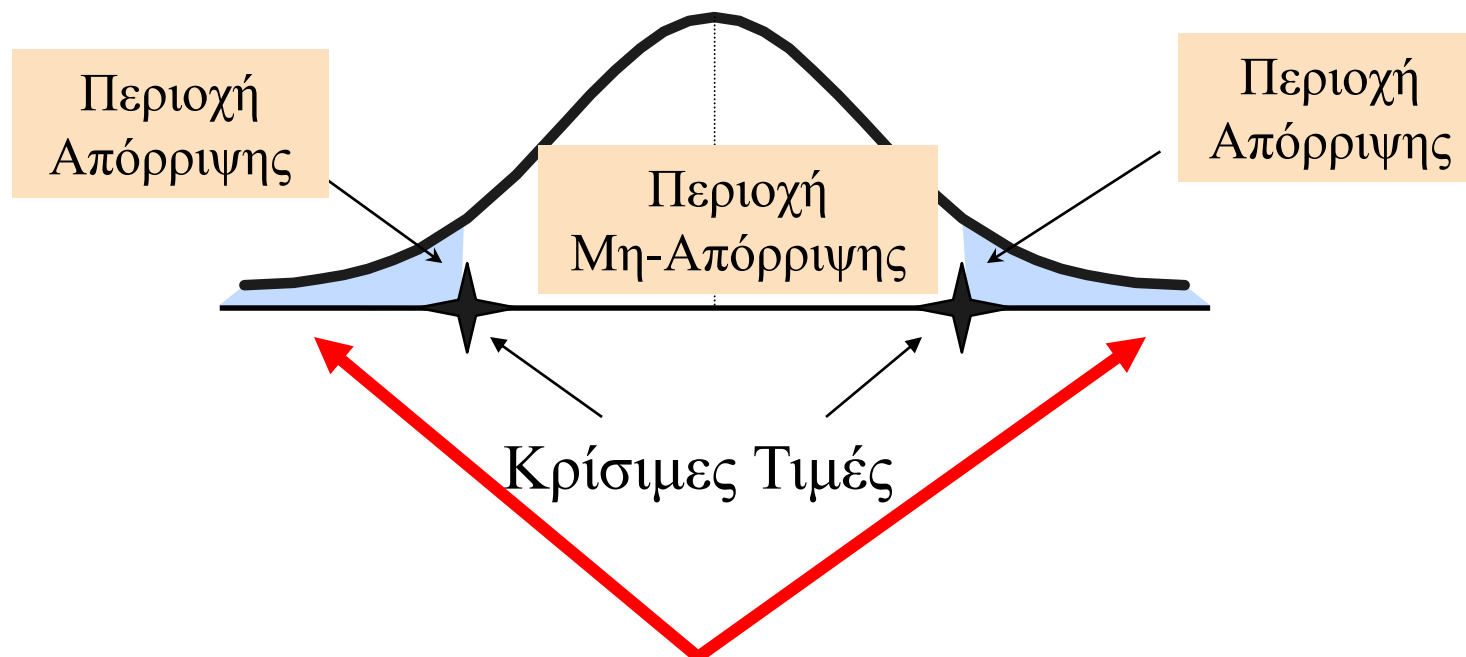
Στατιστική Συνάρτηση Ελέγχου και Κρίσιμες Τιμές

DCOVA A

- Αν ο δειγματικός μέσος είναι κοντά στον δηλωμένο μέσο του πληθυσμού, η μηδενική υπόθεση δεν απορρίπτεται.
- Αν ο δειγματικός μέσος είναι μακριά από τον δηλωμένο μέσο του πληθυσμού, η μηδενική υπόθεση απορρίπτεται.
- Πόσο μακριά είναι το “αρκετά μακριά” για να απορρίψετε την H_0 ;
- Η κρίσιμη τιμή μιας στατιστικής συνάρτησης ελέγχου δημιουργεί μια “γραμμή στην άμμο” για την λήψη αποφάσεων – απαντά στο ερώτημα πόσο μακριά είναι το αρκετά μακριά.

Στατιστική Συνάρτηση Ελέγχου και Κρίσιμες Τιμές

Κατανομή Δειγματοληψίας της στατιστικής συνάρτησης ελέγχου



“Πολύ μακριά” Από τον Μέσο της Κατανομής Δειγματοληψίας

Κίνδυνοι στην Λήψη Αποφάσεων Με Τη Χρήση Ελέγχων Υποθέσεων

DCOVA A

■ Σφάλμα Τύπου I

- Απορρίπτετε μια αληθή μηδενική υπόθεση
- Ένα σφάλμα τύπου I είναι ένας “ψευδής συναγερμός”
- Η πιθανότητα ενός Σφάλματος Τύπου I είναι α
 - Καλείται επίπεδο σημαντικότητας του ελέγχου
 - Ορίζεται από τον ερευνητή εκ των προτέρων

■ Σφάλμα Τύπου II

- Αποτυχία να απορρίψετε μια ψευδή μηδενική υπόθεση
- Το σφάλμα τύπου II αντιπροσωπεύει μια “χαμένη ευκαιρία”
- Η πιθανότητα ενός Σφάλματος Τύπου II είναι β

Πιθανά Σφάλματα Ελέγχου Υποθέσεων Στην Λήψη Αποφάσεων

DCOVA
(συνέχεια)

Πιθανά Αποτελέσματα Ελέγχου Υποθέσεων		
	Πραγματική Κατάσταση	
Απόφαση	H_0 Αληθής	H_0 Ψευδής
Δεν Απορρίπτετε την H_0	Κανένα Σφάλμα Πιθανότητα $1 - \alpha$	Σφάλμα Τύπου II Πιθανότητα β
Απορρίπτετε την H_0	Σφάλμα Τύπου I Πιθανότητα α	Κανένα Σφάλμα Ισχύς $1 - \beta$

Πιθανά Σφάλματα Ελέγχου Υποθέσεων Στην Λήψη Αποφάσεων



DCOVA
(συνέχεια)

- Ο συντελεστής εμπιστοσύνης $(1-\alpha)$ είναι η πιθανότητα μη απόρριψης της H_0 όταν είναι αληθής.
- Το επίπεδο εμπιστοσύνης ενός ελέγχου υποθέσεων είναι $(1-\alpha)*100\%$.
- Η ισχύς ενός στατιστικού ελέγχου $(1-\beta)$ είναι η πιθανότητα απόρριψης της H_0 όταν είναι ψευδής.

Σχέση Σφάλματος Τύπου I & II









DCOVA

- Τα Σφάλματα Τύπου I και Τύπου II δεν μπορούν να συμβούν την ίδια στιγμή
 - Ένα σφάλμα Τύπου I μπορεί να συμβεί μόνο αν η H_0 είναι αληθής
 - Ένα σφάλμα Τύπου II μπορεί να συμβεί μόνο αν η H_0 είναι ψευδής

Αν η πιθανότητα σφάλματος Τύπου I (α) , τότε
η πιθανότητα σφάλματος Τύπου II (β) 

Παράγοντες που Επηρεάζουν το Σφάλμα Τύπου II

DCOVA

- Όλα ισοδύναμα,
 - β  όταν η διαφορά μεταξύ της υποθετικής παραμέτρου και της πραγματικής της τιμής 
 - β  όταν α 
 - β  όταν σ 
 - β  όταν n 

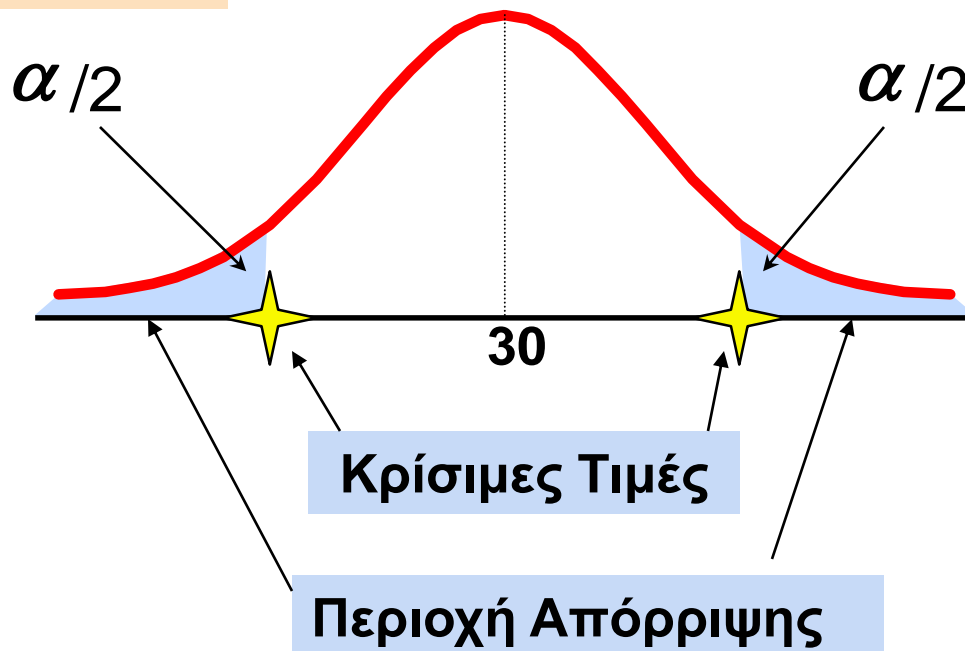
Επίπεδο Σημαντικότητας και η Περιοχή Απόρριψης

DCOVA

$$H_0: \mu = 30$$

$$H_1: \mu \neq 30$$

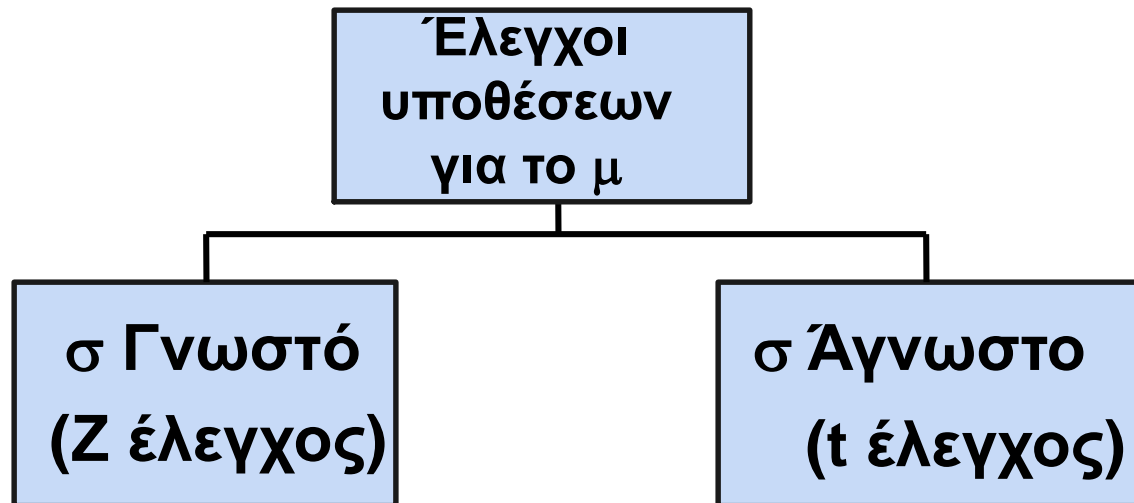
Επίπεδο Σημαντικότητας = α



Αυτός είναι ένας **αμφίπλευρος έλεγχος** διότι υπάρχει μια περιοχή απόρριψης και στα δύο άκρα

Έλεγχοι Υποθέσεων για τον Μέσο

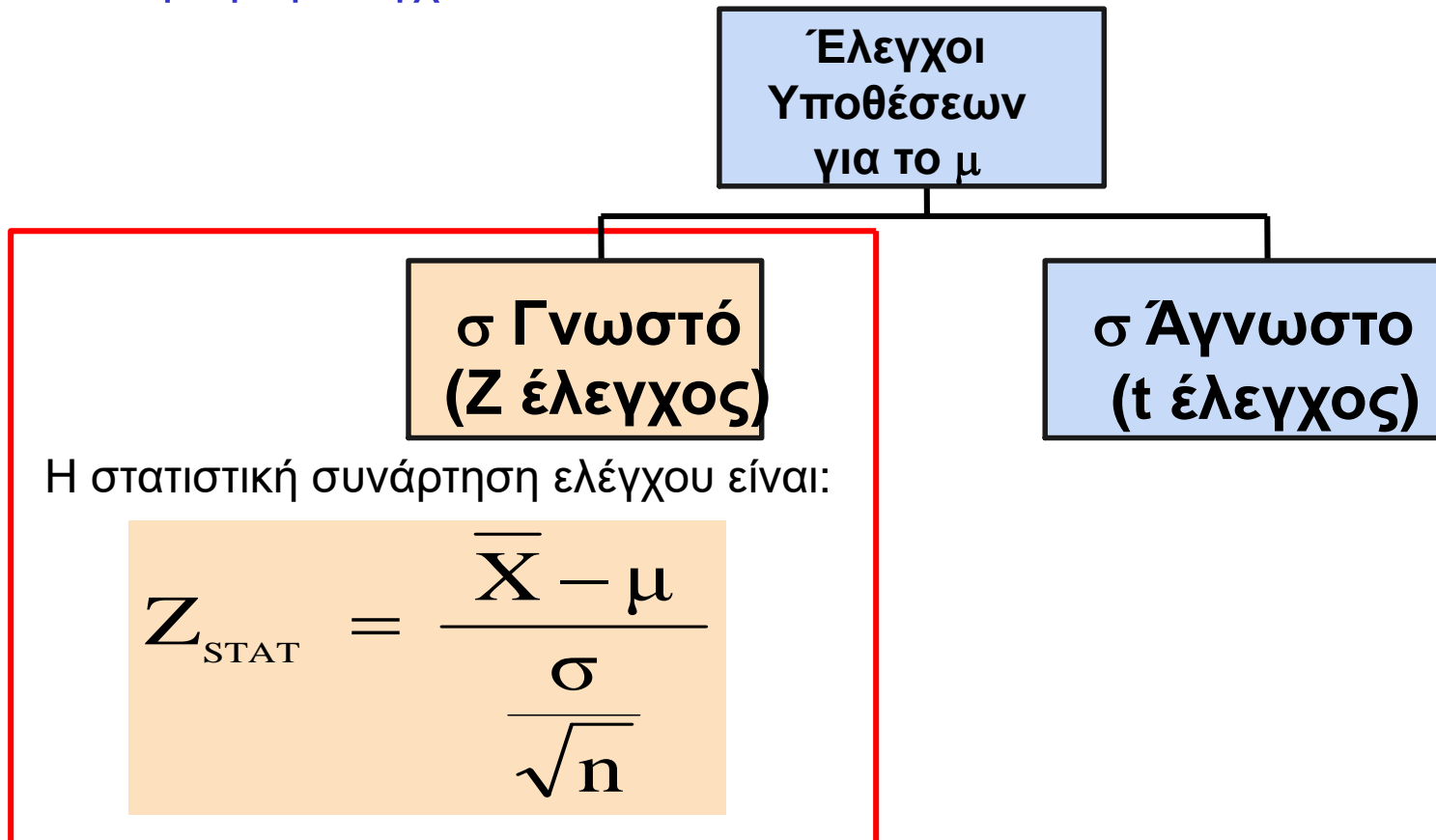
DCOVA



Z Έλεγχος Υποθέσεων για τον Μέσο (σ Γνωστό)

DCOVA A

- Μετατρέψτε το στατιστικό δείγματος (\bar{X}) σε μια Z_{STAT} στατιστική συνάρτηση ελέγχου



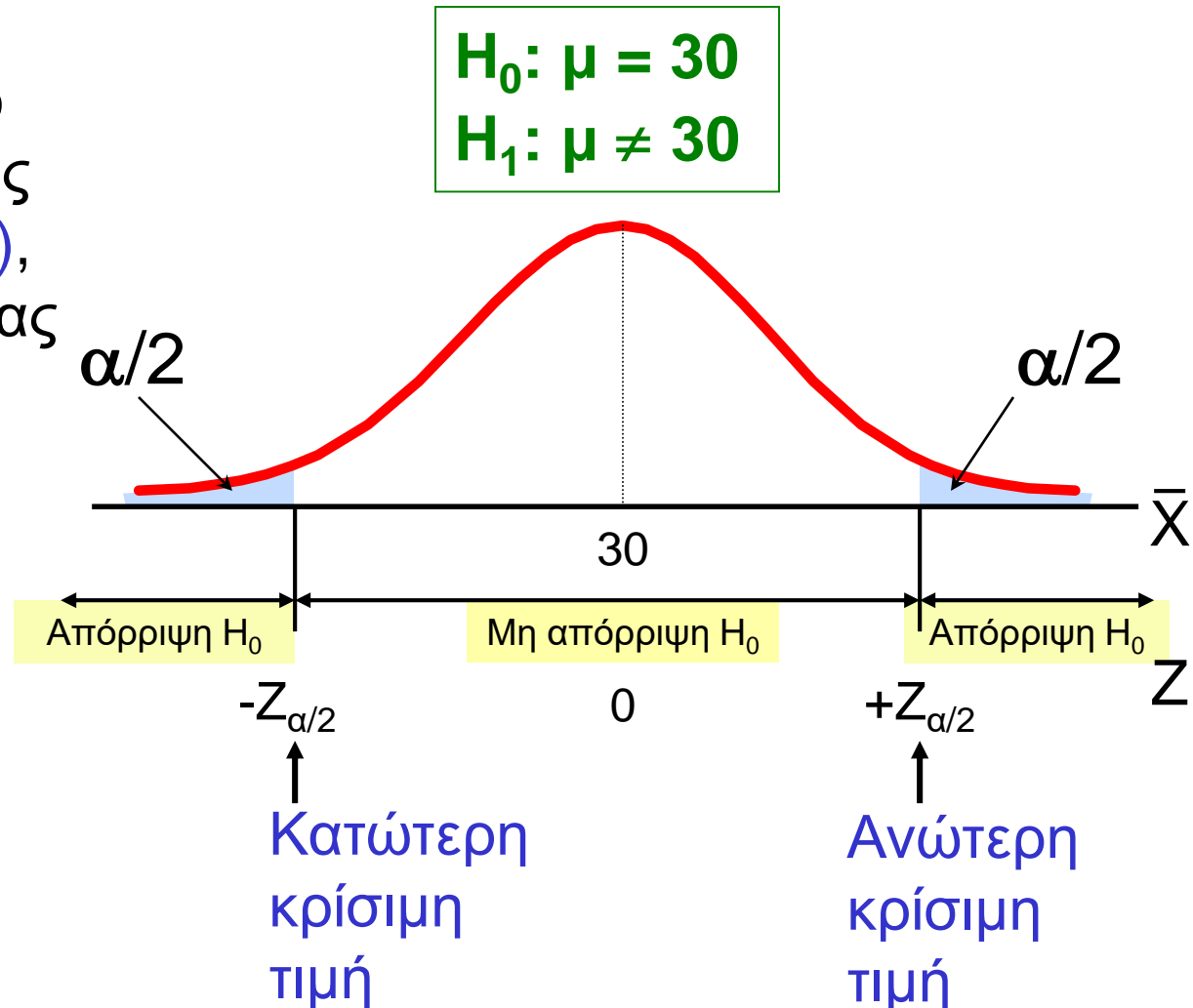
Η Προσέγγιση της Κρίσιμης Τιμής Στον Έλεγχο

DCOVA

- Για έναν αμφίπλευρο έλεγχο για τον μέσο, σ γνωστό:
- Μετατρέψτε το στατιστικό δείγματος (\bar{X}) σε στατιστική συνάρτηση ελέγχου (Z_{STAT})
- Προσδιορίστε τις κρίσιμες Z τιμές για ένα καθορισμένο επίπεδο σημαντικότητας α από έναν πίνακα ή χρησιμοποιώντας λογισμικό υπολογιστή
- **Κανόνας Απόφασης:** Αν η στατιστική συνάρτηση ελέγχου «πέφτει» μέσα στην περιοχή απόρριψης, απορρίπτετε την H_0 , διαφορετικά δεν απορρίπτετε την H_0

Αμφίπλευροι Έλεγχοι

- Υπάρχουν δύο τιμές αποκοπής (κρίσιμες τιμές), προσδιορίζοντας τις περιοχές απόρριψης



6 Βήματα στον Έλεγχο Υποθέσεων

DCOVA

1. Διατυπώστε την μηδενική υπόθεση, H_0 και την εναλλακτική υπόθεση, H_1
2. Επιλέξτε το επίπεδο σημαντικότητας, α , και το μέγεθος του δείγματος, n . Το επίπεδο σημαντικότητας βασίζεται στη σχετική σημασία των σφαλμάτων Τύπου I και Τύπου II
3. Προσδιορίστε την κατάλληλη στατιστική συνάρτηση ελέγχου και κατανομή δειγματοληψίας
4. Προσδιορίστε τις κρίσιμες τιμές που διαιρούν τις περιοχές απόρριψης και μη απόρριψης

6 Βήματα στον Έλεγχο Υποθέσεων

DCOVA
(συνέχεια)

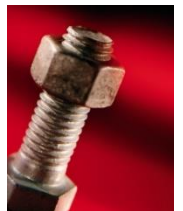
5. Συλλέξτε τα δεδομένα και υπολογίστε την τιμή της στατιστικής συνάρτησης ελέγχου
6. Πάρτε την στατιστική απόφαση και διατυπώστε το διοικητικό συμπέρασμα. Αν η στατιστική συνάρτηση ελέγχου «πέφτει» μέσα στην περιοχή μη απόρριψης, δεν απορρίπτετε την μηδενική υπόθεση H_0 . Αν η στατιστική συνάρτηση ελέγχου «πέφτει» μέσα στην περιοχή απόρριψης, απορρίπτετε την μηδενική υπόθεση. Εκφράστε το διοικητικό συμπέρασμα στο πλαίσιο του προβλήματος

Παράδειγμα Ελέγχου Υποθέσεων

DCOVA A

Ελέγξτε τον ισχυρισμό ότι η πραγματική μέση διάμετρος ενός παραγόμενου μπουλονιού είναι 30mm. (Υποθέστε $\sigma = 0,8$)

1. Διατυπώστε την κατάλληλη μηδενική και εναλλακτική υπόθεση
 - $H_0: \mu = 30$ $H_1: \mu \neq 30$ (Αυτός είναι ένας αμφίπλευρος έλεγχος)
2. Καθορίστε το επιθυμητό επίπεδο σημαντικότητας και το μέγεθος του δείγματος
 - Υποθέστε ότι τα $\alpha = 0,05$ και $n = 100$ επιλέγονται για αυτόν τον έλεγχο



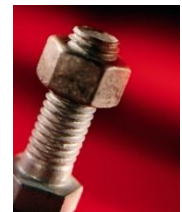
Παράδειγμα Ελέγχου Υποθέσεων (συνέχεια)

DCOVA A

3. Προσδιορίστε την κατάλληλη τεχνική
 - σ υποτίθεται γνωστό οπότε αυτός είναι ένας Z έλεγχος.
4. Προσδιορίστε τις κρίσιμες τιμές
 - Για $\alpha = 0,05$ οι κρίσιμες Z τιμές είναι $\pm 1,96$
5. Συλλέξτε τα δεδομένα και υπολογίστε την στατιστική συνάρτηση ελέγχου
 - Υποθέστε ότι τα αποτελέσματα του δείγματος είναι $n = 100$, $\bar{X} = 29,84$ ($\sigma = 0,8$ υποτίθεται γνωστό)

Επομένως η στατιστική συνάρτηση ελέγχου είναι:

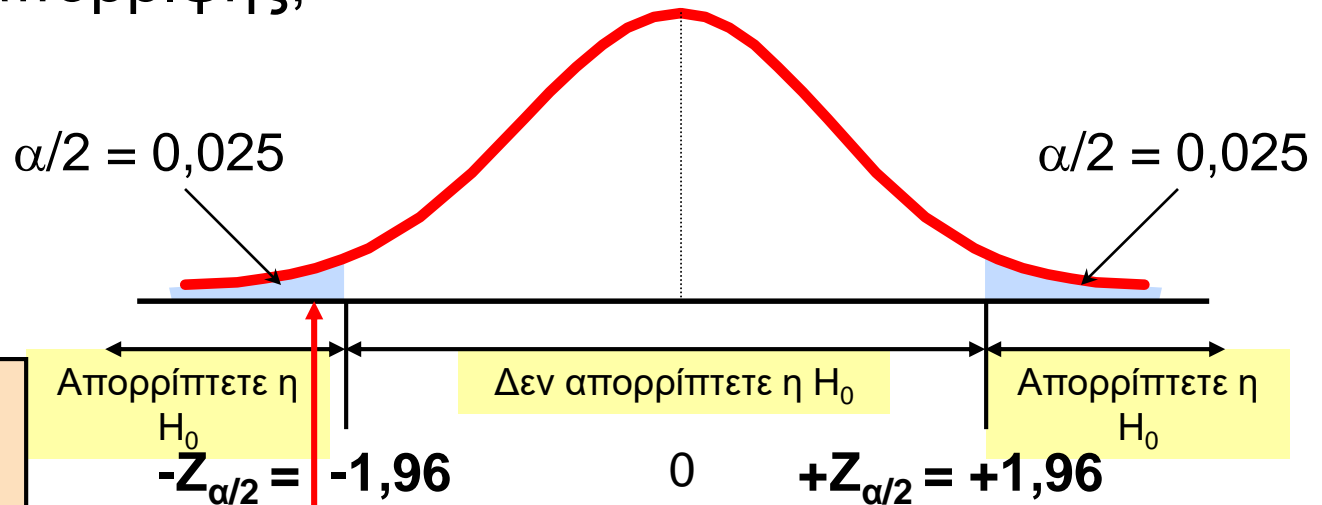
$$Z_{\text{STAT}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{29,84 - 30}{\frac{0,8}{\sqrt{100}}} = \frac{-0,16}{0,08} = -2,0$$



Παράδειγμα Ελέγχου Υποθέσεων (συνέχεια)

DCOVA

6. Είναι η στατιστική συνάρτηση ελέγχου μέσα στην περιοχή απόρριψης;



Απορρίπτετε την H_0
αν $Z_{STAT} < -1,96$ ή
 $Z_{STAT} > 1,96$,
διαφορετικά δεν
απορρίπτετε την H_0

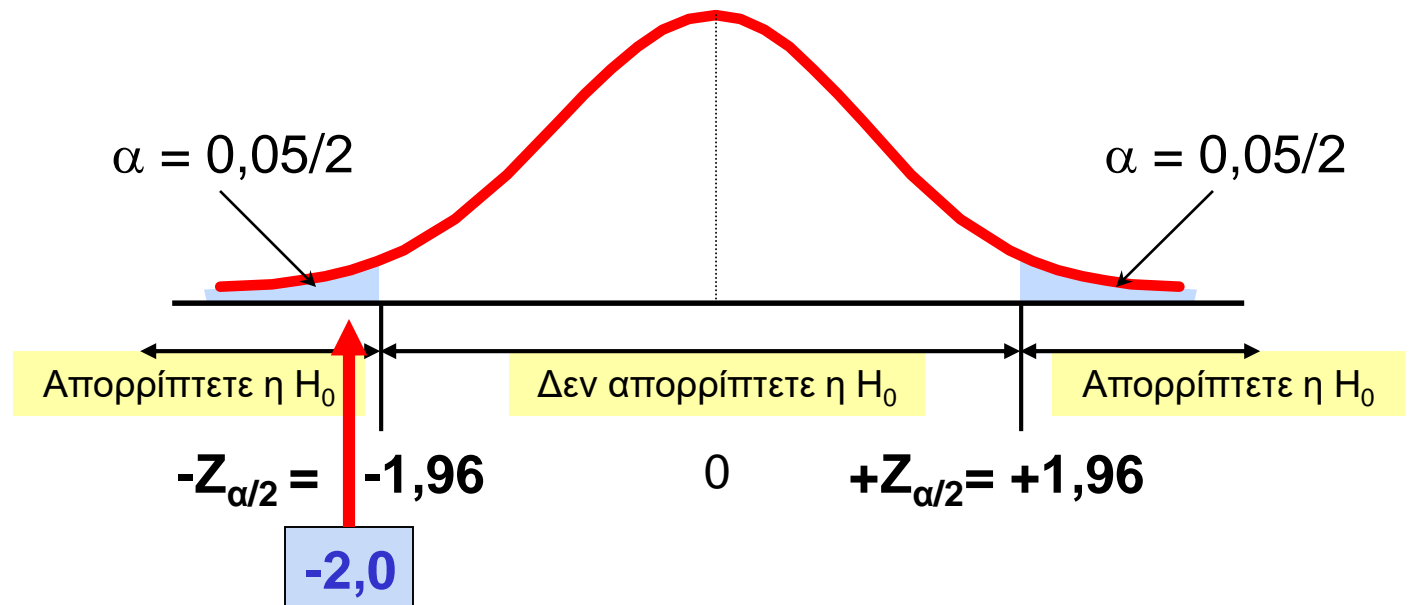
Εδώ, $Z_{STAT} = -2,0 < -1,96$, οπότε η
στατιστική συνάρτηση ελέγχου είναι
μέσα στην περιοχή απόρριψης



Παράδειγμα Ελέγχου Υποθέσεων (συνέχεια)

DCOVA

6 (συνέχεια). Πάρτε μια απόφαση και ερμηνεύστε το αποτέλεσμα



Αφού $Z_{STAT} = -2,0 < -1,96$, απορρίπτετε την μηδενική υπόθεση και συμπεραίνετε ότι υπάρχει επαρκής ένδειξη ότι η μέση διάμετρος του παραγόμενου μπουλονιού δεν είναι ίση με 30



Προσέγγιση της p -τιμής στον Έλεγχο

DCOVA A

- p -τιμή: Η πιθανότητα απόκτησης μιας στατιστικής συνάρτησης ελέγχου ίσης ή περισσότερο ακραίας από την παρατηρούμενη τιμή δείγματος **δεδομένου ότι η H_0 είναι αληθής**
 - Η p -τιμή καλείται επίσης το παρατηρούμενο επίπεδο σημαντικότητας
 - Είναι η μικρότερη τιμή του α για την οποία η H_0 μπορεί να απορριφθεί

Προσέγγιση της p -τιμής στον Έλεγχο: Ερμηνεύοντας την p -τιμή

DCOVA A

- Συγκρίνετε την p -τιμή με το α

- Αν p -τιμή $< \alpha$, απορρίπτετε την H_0
- Αν p -τιμή $\geq \alpha$, δεν απορρίπτετε την H_0

- Θυμηθείτε

- Αν η p -τιμή είναι χαμηλή τότε η H_0 πρέπει να φύγει

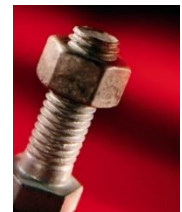
Τα 5 Βήματα προσέγγισης της p -τιμής στον Έλεγχο Υποθέσεων

DCOVA A

1. Διατυπώστε την μηδενική υπόθεση, H_0 , και την εναλλακτική υπόθεση, H_1
2. Επιλέξτε το επίπεδο σημαντικότητας, α , και το μέγεθος του δείγματος, n . Το επίπεδο σημαντικότητας βασίζεται στην σχετική σημασία των κινδύνων των σφαλμάτων τύπου I και τύπου II.
3. Προσδιορίστε την κατάλληλη στατιστική συνάρτηση ελέγχου και κατανομή δειγματοληψίας
4. Συλλέξτε δεδομένα και υπολογίστε την τιμή της στατιστικής συνάρτησης ελέγχου και της p -τιμής
5. Πάρτε την στατιστική απόφαση και διατυπώστε το διοικητικό συμπέρασμα. Αν η p -τιμή είναι $< \alpha$ τότε απορρίπτετε την H_0 , διαφορετικά δεν απορρίπτετε την H_0 . Διατυπώστε το διοικητικό συμπέρασμα στο πλαίσιο του προβλήματος

Ελέγξτε τον ισχυρισμό ότι η πραγματική μέση διάμετρος ενός παραγόμενου μπουλονιού είναι 30mm. (Υποθέστε $\sigma = 0,8$)

1. Διατυπώστε την κατάλληλη μηδενική και εναλλακτική υπόθεση
 - $H_0: \mu = 30$ $H_1: \mu \neq 30$ (Αυτός είναι ένας αμφίπλευρος έλεγχος)
2. Καθορίστε το επιθυμητό επίπεδο σημαντικότητας και το μέγεθος δείγματος
 - Υποθέστε ότι τα $\alpha = 0,05$ και $n = 100$ επιλέγονται για αυτόν τον έλεγχο



Παράδειγμα ρ-τιμής Ελέγχου Υποθέσεων

(συνέχεια)

DCOVA

3. Προσδιορίστε την κατάλληλη τεχνική
 - σ υποτίθεται γνωστό οπότε αυτός είναι ένας Z έλεγχος.
 4. Συλλέξτε τα δεδομένα, υπολογίστε την στατιστική συνάρτηση ελέγχου και την ρ-τιμή
 - Υποθέστε οτι τα αποτελέσματα του δείγματος είναι $n = 100$, $\bar{X} = 29,84$ ($\sigma = 0,8$ υποτίθεται γνωστό)
- Έτσι η στατιστική συνάρτηση ελέγχου είναι:

$$Z_{\text{STAT}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{29,84 - 30}{\frac{0,8}{\sqrt{100}}} = \frac{-0,16}{0,08} = -2,0$$

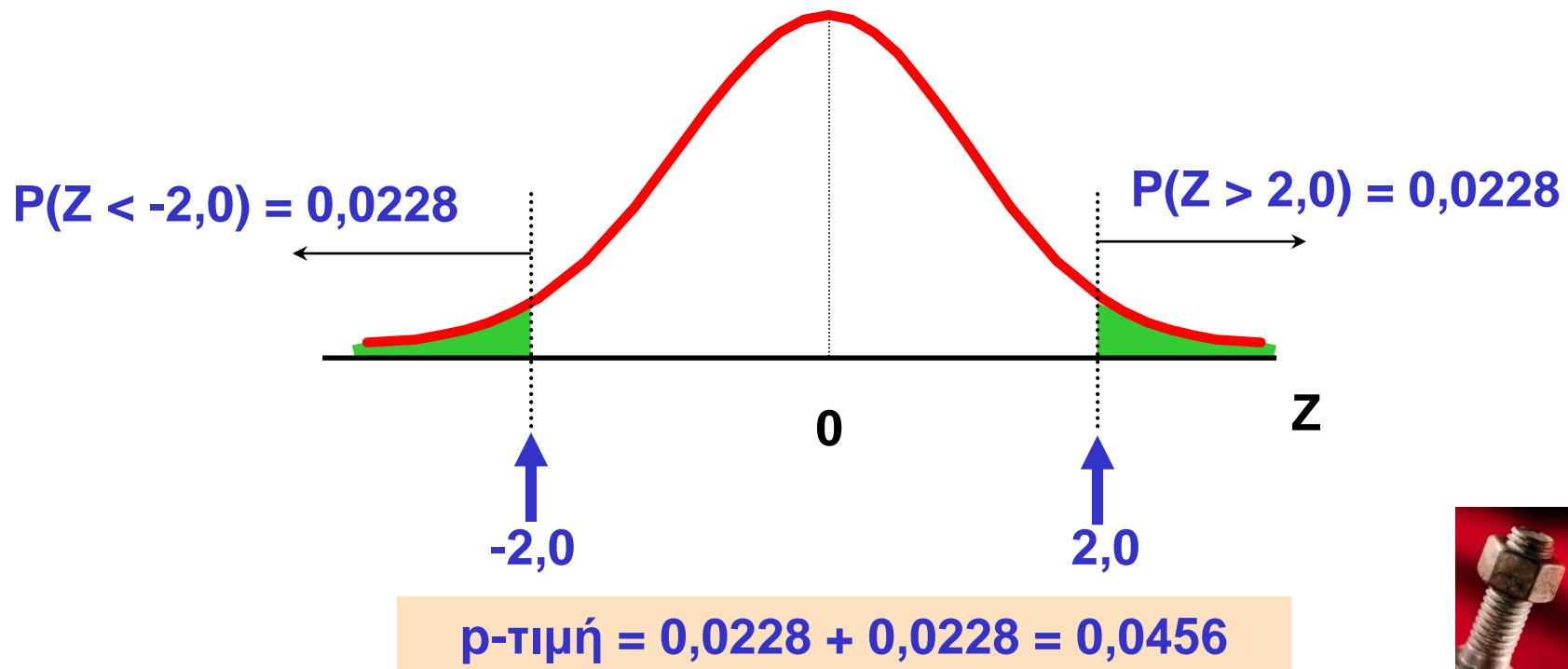


Παράδειγμα της p -Τιμής Ελέγχου Υποθέσεων: Υπολογίζοντας την p -τιμή

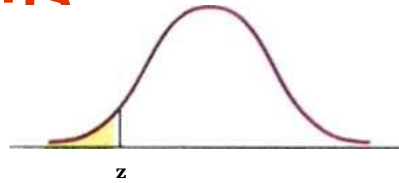
(συνέχεια)
DCOVA

4. (συνέχεια) Υπολογίστε την p -τιμή.

- Πόσο πιθανό είναι να πάρετε μια Z_{STAT} ίση με -2 (ή κάτι πιο μακριά από τον μέσο (0) , σε κάθε κατεύθυνση) αν η H_0 είναι αληθής;



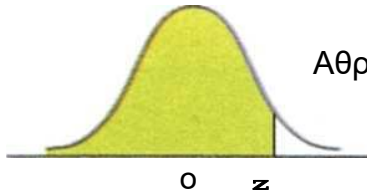
Αθροιστικές πιθανότητες τυποποιημένης κανονικής κατανομής



Αθροιστικές πιθανότητες τυποποιημένης κανονικής κατανομής $P(-\infty < Z < z)$

Z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
-3,0	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010
-2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
-2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
-2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
-2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
-2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
-2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
-2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
-2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
-2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
-2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
-1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
-1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
-1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
-1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
-1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
-1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
-1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
-1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
-1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
-1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
-0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
-0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
-0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
-0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
-0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
-0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
-0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
-0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
-0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
-0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641

Αθροιστικές πιθανότητες τυποποιημένης κανονικής κατανομής



Αθροιστικές πιθανότητες τυποποιημένης κανονικής κατανομής $P(-\infty < Z < z)$

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

$$1 - 0,9722 = 0,0278$$

Παράδειγμα p-τιμής Ελέγχου Υποθέσεων

(συνέχεια)

DCOVA

- 5. Είναι η p-τιμή $< \alpha$;
 - Αφού p-τιμή = 0,0456 $< \alpha = 0,05$ Απορρίπτετε την H_0
- 5. (συνέχεια) Διατυπώστε το διοικητικό συμπέρασμα στο πλαίσιο της κατάστασης.
 - Υπάρχει επαρκής ένδειξη για να συμπεράνετε ότι η μέση διάμετρος ενός παραγόμενου μπουλονιού δεν είναι ίση με 30mm.



Σύνδεση Μεταξύ των Αμφίπλευρων Ελέγχων και των Διαστημάτων Εμπιστοσύνης

DCOVA

- Για $\bar{X} = 29,84$, $\sigma = 0,8$ και $n = 100$, το 95% διάστημα εμπιστοσύνης είναι:

$$29,84 - (1,96) \frac{0,8}{\sqrt{100}} \text{ εως } 29,84 + (1,96) \frac{0,8}{\sqrt{100}}$$

$$29,6832 \leq \mu \leq 29,9968$$

- Αφού αυτό το διάστημα δεν περιλαμβάνει τον υποθετικό μέσο (30), απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση στο $\alpha = 0.05$



Μπορείτε Πάντα Πραγματικά να Γνωρίζετε το σ ;

DCOVA A

- Πιθανόν όχι!
- Σε όλες σχεδόν τις πραγματικές επιχειρηματικές καταστάσεις, το σ δεν είναι γνωστό.
- Αν υπάρχει μια κατάσταση όπου το σ είναι γνωστό τότε το μ είναι επίσης γνωστό (αφού για να υπολογίσετε το σ πρέπει να γνωρίζετε το μ).
- Αν πραγματικά γνωρίζετε το μ δεν θα υπήρχε ανάγκη να συγκεντρώσετε ένα δείγμα για να το εκτιμήσετε.

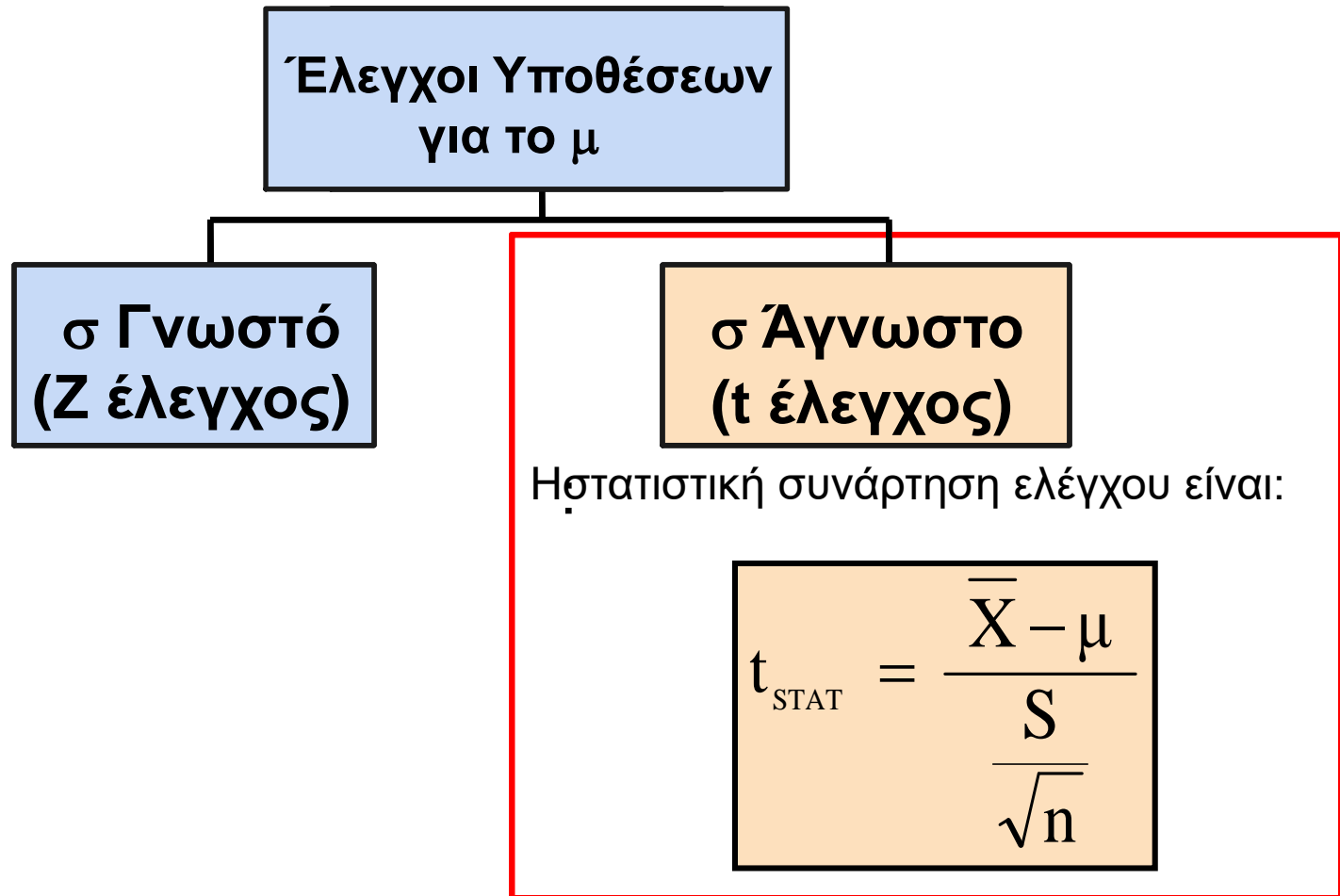
Έλεγχος Υποθέσεων: σ Άγνωστο

DCOVA

- Αν η τυπική απόκλιση του πληθυσμού είναι άγνωστη, χρησιμοποιείτε αντί αυτού την δειγματική τυπική απόκλιση S (τυπική απόκλιση του δείγματος).
- Λόγω αυτής της αλλαγής, χρησιμοποιείτε την κατανομή t αντί της κατανομής Z για να ελέγξετε την μηδενική υπόθεση σχετικά με τον μέσο.
- Όταν χρησιμοποιείτε την κατανομή t πρέπει να υποθέσετε ότι ο πληθυσμός που λαμβάνετε δειγματοληψία ακολουθεί κανονική κατανομή.
- Όλα τα άλλα βήματα, έννοιες, και συμπεράσματα είναι τα ίδια.

t Έλεγχος Υποθέσεων για τον Μέσο (σ Άγνωστο)

- Μετατρέψτε το στατιστικό δείγματος (\bar{X}) σε μια t_{STAT} στατιστική συνάρτηση ελέγχου



Παράδειγμα: Αμφίπλευρος Έλεγχος (σ Άγνωστο)

DCOVA

Το μέσο κόστος ενός δωματίου ξενοδοχείου στην Νέα Υόρκη λέγεται ότι είναι \$168 ανά διανυκτέρευση. Για να διαπιστωθεί αν ισχύει αυτό, λαμβάνεται ένα τυχαίο δείγμα 25 ξενοδοχείων και έχει ως αποτέλεσμα ένα \bar{X} ίσο με \$172,50 και ένα S ίσο με \$15,40. Ελέγξτε τις κατάλληλες υποθέσεις για $\alpha = 0,05$.

(Υποθέστε ότι η κατανομή πληθυσμού είναι κανονική)



$$H_0: \mu = 168$$

$$H_1: \mu \neq 168$$

Λύση Παραδείγματος: Αμφίπλευρος Έλεγχος t

DCOVA

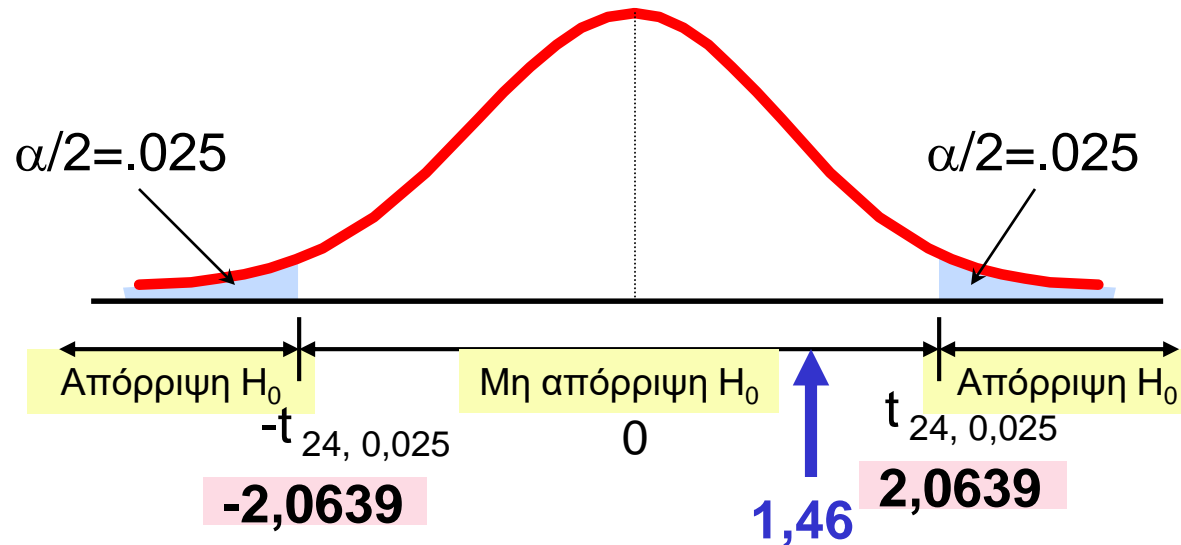
$$H_0: \mu = 168$$
$$H_1: \mu \neq 168$$

- $\alpha = 0.05$
- $n = 25, df = 25-1=24$

- σ είναι άγνωστο, έτσι χρησιμοποιείτε μια **t στατιστική συνάρτηση**

- Κρίσιμη Τιμή:

- $\pm t_{24, 0,025} = \pm 2,0639$



$$t_{STAT} = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{172,50 - 168}{\frac{15,40}{\sqrt{25}}} = 1,46$$

Δεν απορρίπτετε την H_0 : ανεπαρκής ένδειξη ότι το πραγματικό μέσο κόστος είναι διαφορετικό από \$168

Επίπεδο εμπιστοσύνης	0,800	0,900	0,950	0,980	0,990	0,995	0,998	0,999	
Μονόπλευρος	0,1000	0,0500	0,0250	0,0100	0,0050	0,0025	0,0010	0,0005	
Δίπλευρος	0,2000	0,1000	0,0500	0,0200	0,0100	0,005	0,0020	0,0010	
1	3,078	6,314	12,706	31,820	63,657	127,321	318,309	636,619	
2	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	14,089	22,327	31,599	
3	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	7,453	10,215	12,924	
4	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	5,598	7,173	8,610	
5	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	4,773	5,893	6,869	
6	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	4,317	5,208	5,959	
7	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,029	4,785	5,408	
8	1,397	1,860	2,306	2,897	3,355	3,833	4,501	5,041	
B	9	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	3,690	4,297	4,781
α	10	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	3,581	4,144	4,587
θ	11	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	3,497	4,025	4,437
μ	12	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,428	3,930	4,318
ο	13	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,372	3,852	4,221
ί	14	1,345	1,761	2,145	2,625	2,977	3,326	3,787	4,140
	15	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,286	3,733	4,073
E	16	1,337	1,746	2,120	2,584	2,921	3,252	3,686	4,015
λ	17	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,222	3,646	3,965
ε	18	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,197	3,610	3,922
υ	19	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,174	3,579	3,883
θ	20	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,153	3,552	3,850
ε	21	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,135	3,527	3,819
ρ	22	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,119	3,505	3,792
ί	23	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,104	3,485	3,768
α	24	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,090	3,467	3,745
ς	25	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,078	3,450	3,725
	26	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,067	3,435	3,707
	27	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,057	3,421	3,690
	28	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,047	3,408	3,674
	29	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,038	3,396	3,659
	30	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,030	3,385	3,646

Πίνακας Student t

Η Χρήση του t-ελέγχου Προυποθέτει οτι ο Πληθυσμός Είναι Κανονικός

DCOVA

- Όσο το μέγεθος του δείγματος δεν είναι πολύ μικρό και ο πληθυσμός δεν είναι πολύ ασύμμετρος, ο t-έλεγχος μπορεί να χρησιμοποιηθεί.
- Για να αξιολογήσετε την υπόθεση κανονικότητας:
 - Προσδιορίστε πόσο προσεχτικά τα στατιστικά δείγματος αντιστοιχούν στις θεωρητικές ιδιότητες της κανονικής κατανομής.
 - Κατασκευάστε ένα ιστόγραμμα ή φυλλογράφημα ή θηκόγραμμα ή ένα διάγραμμα κανονικής πιθανότητας.
 - Η Ενότητα 6.3 περιλαμβάνει περισσότερες λεπτομέρειες στην αξιολόγηση της κανονικότητας.

Παράδειγμα Αμφίπλευρου t Ελέγχου Με τη Χρήση Μιας ρ-τιμής από το Excel

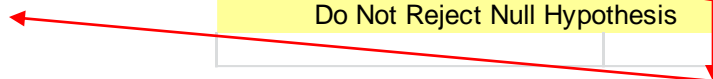
DCOVA_A

- Αφού πρόκειται για έναν t-έλεγχο δεν μπορούμε να υπολογίσουμε την ρ-τιμή χωρίς κάποια βοήθεια υπολογισμού.
- Το αποτέλεσμα του Excel κάνει αυτό:

t Test for the Hypothesis of the Mean			
Data			
Null Hypothesis $\mu=$	\$	168,00	
Level of Significance		0,05	
Sample Size		25	
Sample Mean	\$	172,50	
Sample Standard Deviation	\$	15,40	
Intermediate Calculations			
Standard Error of the Mean	\$	3,08	=B8/SQRT(B6)
Degrees of Freedom		24	=B6-1
t test statistic		1,46	= (B7-B4)/B11
Two-Tail Test			
Lower Critical Value		-2,0639	=TINV(B5,B12)
Upper Critical Value		2,0639	=TINV(B5,B12)
p-value		0,157	=TDIST(ABS(B13),B12,2)
Do Not Reject Null Hypothesis			=IF(B18<B5, "Reject null hypothesis", "Do not reject null hypothesis")

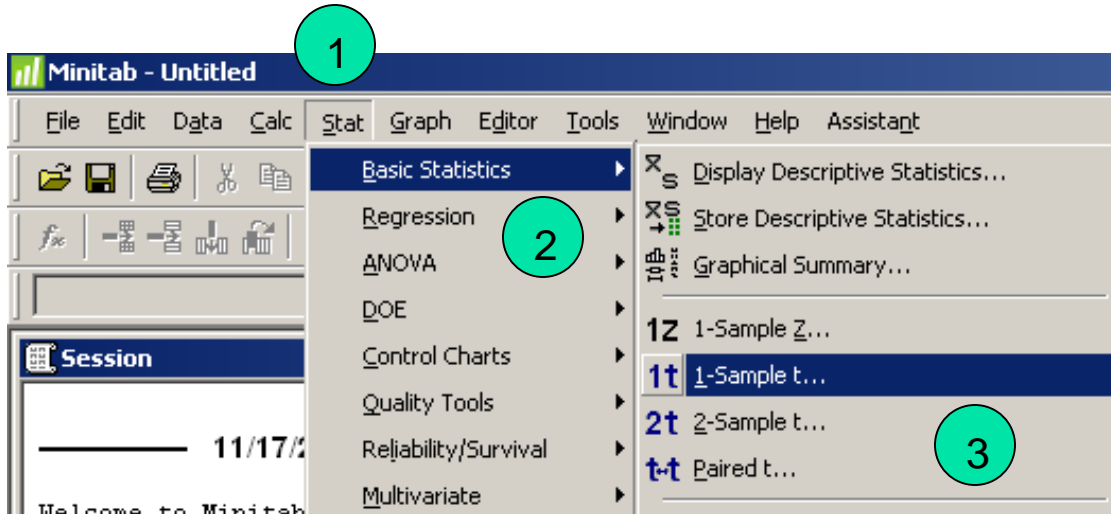
$\rho\text{-τιμή} > \alpha$

Οπότε δεν απορρίπτεται η H_0

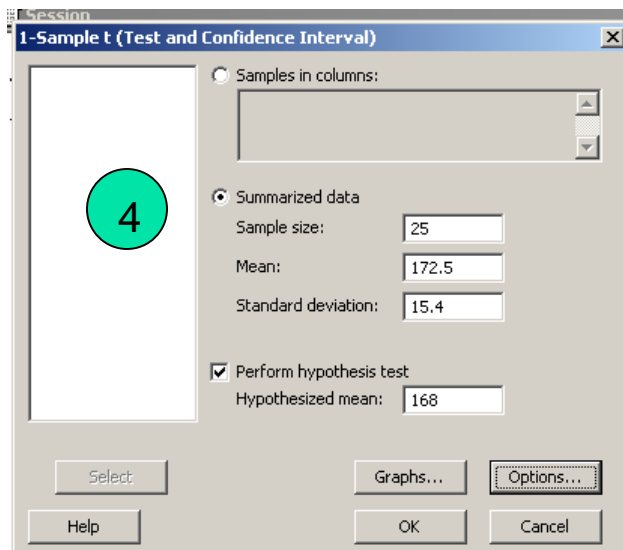


Παράδειγμα Αμφίπλευρου t Ελέγχου Με την Χρήση Μιας p -τιμής από το Minitab

DCOVA



p -τιμή $> \alpha$
Έτσι δεν απορρίπτεται η H_0



One-Sample T

Test of $\mu = 168$ vs not = 168

N	Mean	StDev	SE Mean	95% CI	T	P
25	172.50	15.40	3.08	(166.14, 178.86)	1.46	0.157

Σχέση Μεταξύ Αμφίπλευρων Ελέγχων με Διαστήματα Εμπιστοσύνης

DCOVA A

- Για $\bar{X} = 172,5$, $S = 15,40$ και $n = 25$, το 95% διάστημα εμπιστοσύνης για το μ είναι:

$$172,5 - (2,0639) \frac{15,4}{\sqrt{25}} \text{ εως } 172,5 + (2,0639) \frac{15,4}{\sqrt{25}}$$

$$166,14 \leq \mu \leq 178,86$$

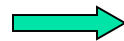
- Αφού αυτό το διάστημα περιέχει τον υποθετικό μέσο (**168**), δεν απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση στο $\alpha = 0,05$

Μονόπλευροι Έλεγχοι

- Σε πολλές περιπτώσεις, η εναλλακτική υπόθεση επικεντρώνεται σε μια συγκεκριμένη κατεύθυνση

$$H_0: \mu \geq 3$$

$$H_1: \mu < 3$$



Αυτός είναι ένας **κατώτερου**-άκρου έλεγχος αφού η εναλλακτική υπόθεση επικεντρώνεται στο κατώτερο άκρο κάτω από τον μέσο 3

$$H_0: \mu \leq 3$$

$$H_1: \mu > 3$$

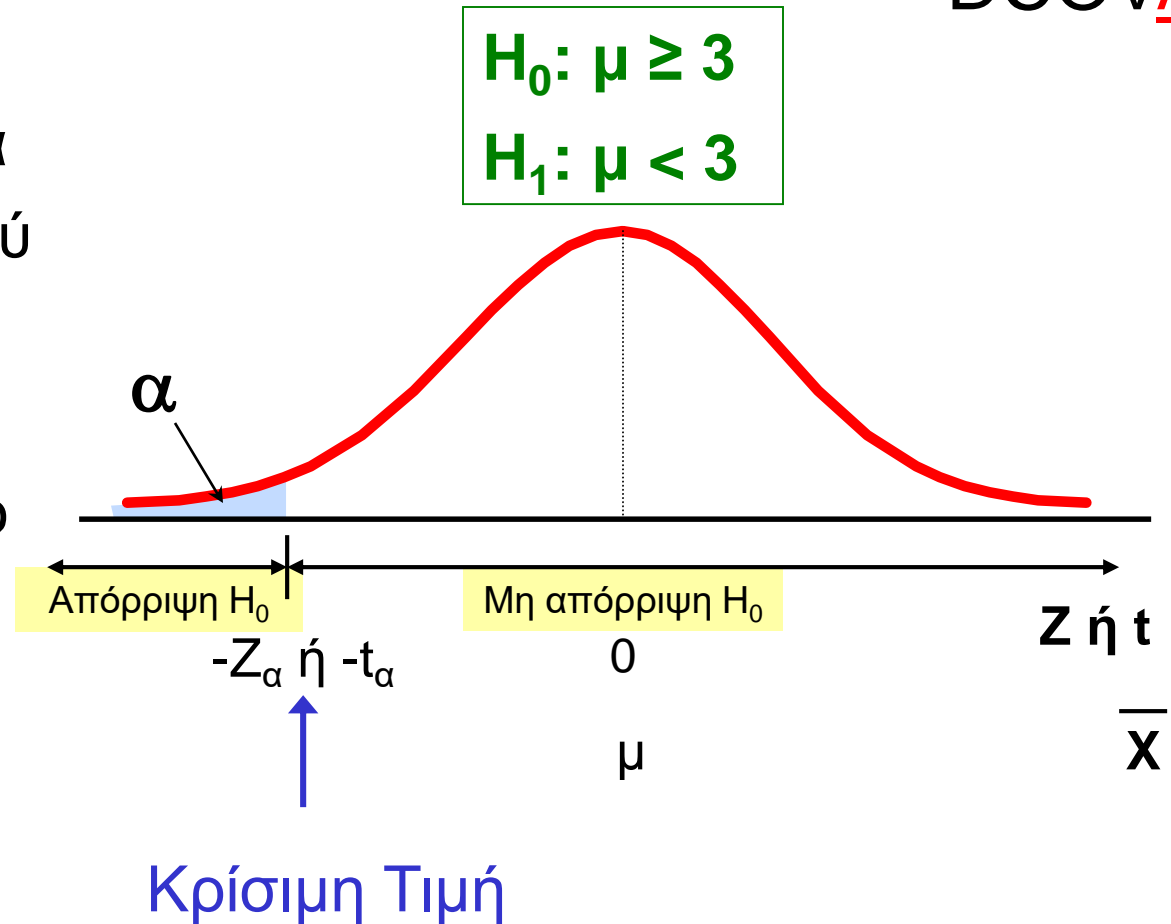


Αυτός είναι ένας **ανώτερου**-άκρου έλεγχος αφού η εναλλακτική υπόθεση επικεντρώνεται στο ανώτερο άκρο πάνω από τον μέσο 3

Κατώτερου-Άκρου Έλεγχου

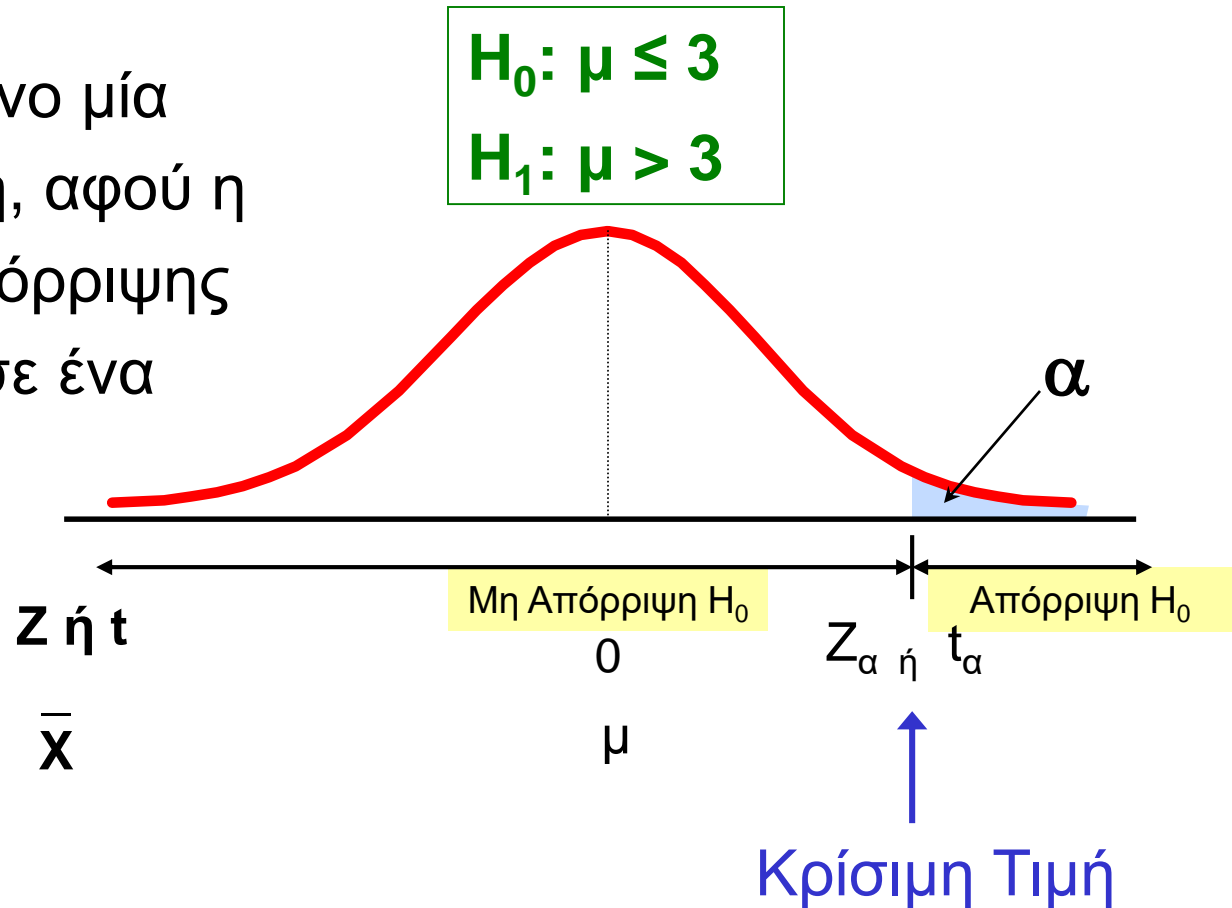
DCOVA

- Υπάρχει μόνο μία κρίσιμη τιμή, αφού η περιοχή απόρριψης είναι μόνο σε ένα άκρο



Ανώτερου-Άκρου Έλεγχου

- Υπάρχει μόνο μία κρίσιμη τιμή, αφού η περιοχή απόρριψης είναι μόνο σε ένα άκρο



Παράδειγμα: Ανώτερου-Άκρου t Έλεγχος για τον Μέσο (σ άγνωστο)

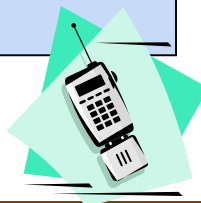
DCOVA

Ένας διευθυντής μιας εταιρείας τηλεφώνων πιστεύει ότι οι μηνιαίες χρεώσεις των κινητών τηλεφώνων των πελατών έχουν αυξηθεί, και τώρα έχουν μέσο όρο πάνω από \$52 το μήνα. Η εταιρεία επιθυμεί να ελέγξει αυτόν τον ισχυρισμό. (Υποθέστε έναν κανονικό πληθυσμό)

Σχηματίστε τον έλεγχο υποθέσεων:

$H_0: \mu \leq 52$ ο μέσος όρος δεν υπερβαίνει τα \$52 ανά μήνα

$H_1: \mu > 52$ ο μέσος όρος **είναι** μεγαλύτερος από \$52 ανά μήνα (δηλ., υπάρχει επαρκής ένδειξη για την στήριξη του ισχυρισμού του διευθυντή)



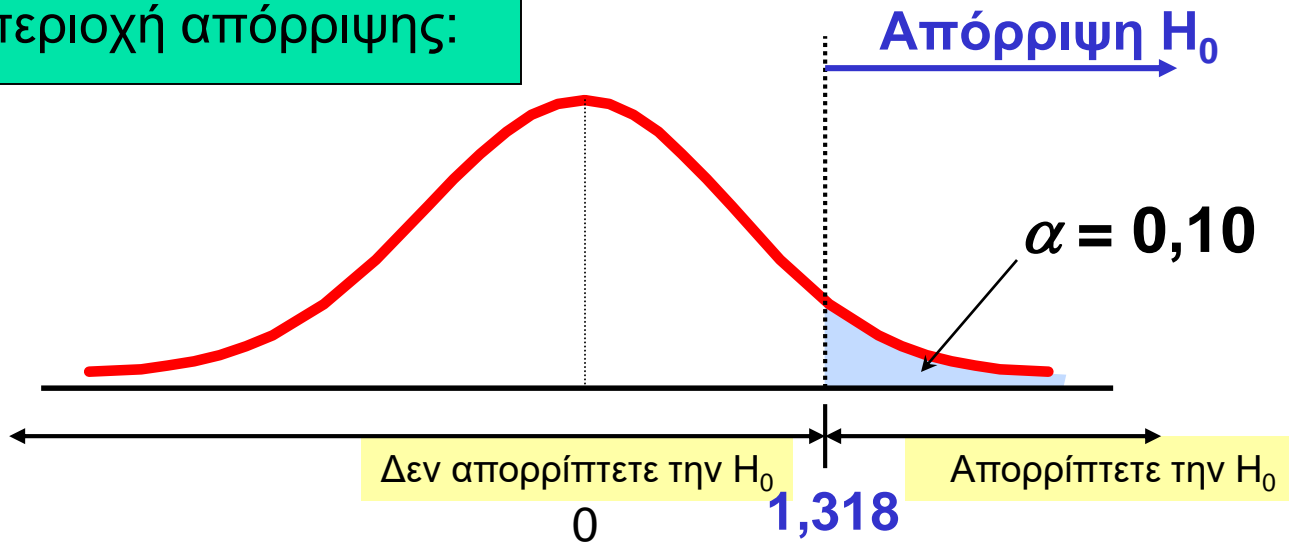
Παράδειγμα. Έλεγχος της περιοχής Απόρριψης

(συνέχεια)

DCOVA

- Υποθέστε ότι το $\alpha = 0,10$ επιλέγεται για αυτόν τον έλεγχο και $n = 25$.

Βρείτε την περιοχή απόρριψης:



Απορρίπτετε την H_0 αν $t_{STAT} > 1,318$



Επίπεδο εμπιστοσύνης	0,800	0,900	0,950	0,980	0,990	0,995	0,998	0,999	
Μονόπλευρος	0,1000	0,0500	0,0250	0,0100	0,0050	0,0025	0,0010	0,0005	
Δίπλευρος	0,2000	0,1000	0,0500	0,0200	0,0100	0,005	0,0020	0,0010	
1	3,078	6,314	12,706	31,820	63,657	127,321	318,309	636,619	
2	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	14,089	22,327	31,599	
3	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	7,453	10,215	12,924	
4	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	5,598	7,173	8,610	
5	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	4,773	5,893	6,869	
6	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	4,317	5,208	5,959	
7	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,029	4,785	5,408	
8	1,397	1,860	2,306	2,897	3,355	3,833	4,501	5,041	
B	9	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	3,690	4,297	4,781
α	10	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	3,581	4,144	4,587
θ	11	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	3,497	4,025	4,437
μ	12	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,428	3,930	4,318
ο	13	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,372	3,852	4,221
ί	14	1,345	1,761	2,145	2,625	2,977	3,326	3,787	4,140
	15	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,286	3,733	4,073
E	16	1,337	1,746	2,120	2,584	2,921	3,252	3,686	4,015
λ	17	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,222	3,646	3,965
ε	18	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,197	3,610	3,922
υ	19	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,174	3,579	3,883
θ	20	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,153	3,552	3,850
ε	21	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,135	3,527	3,819
ρ	22	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,119	3,505	3,792
ί	23	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,104	3,485	3,768
α	24	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,090	3,467	3,745
ς	25	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,078	3,450	3,725
	26	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,067	3,435	3,707
	27	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,057	3,421	3,690
	28	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,047	3,408	3,674
	29	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,038	3,396	3,659
	30	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,030	3,385	3,646

Πίνακας Student t

Παράδειγμα: Στατιστική Συνάρτηση Ελέγχου

(συνέχεια)

DCOVA A

Λάβετε δείγμα και υπολογίστε την στατιστική συνάρτηση ελέγχου

Υποθέστε ότι ένα δείγμα λαμβάνεται με τα ακόλουθα αποτελέσματα: $n = 25$, $\bar{X} = 53,1$, και $S = 10$

- Τότε η στατιστική συνάρτηση ελέγχου είναι:

$$t_{\text{STAT}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{53,1 - 52}{\frac{10}{\sqrt{25}}} = 0,55$$

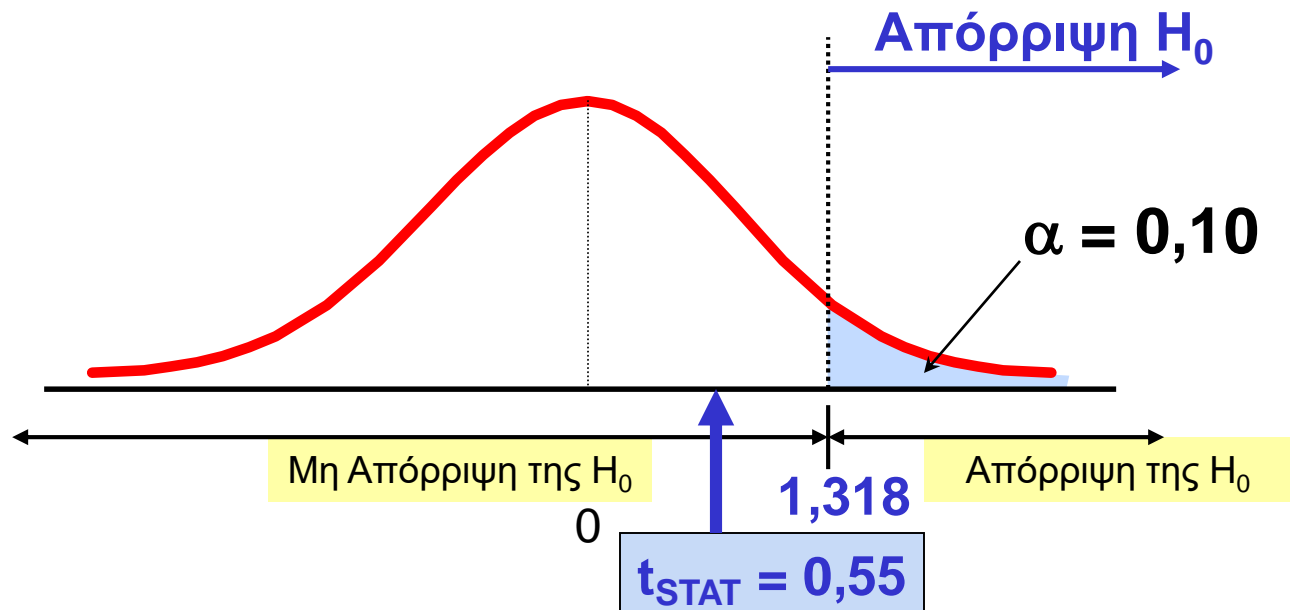


Παράδειγμα: Απόφαση

(συνέχεια)

DCOVA

Λάβετε μια απόφαση και ερμηνεύστε το αποτέλεσμα:



Δεν απορρίπτετε την H_0 αφού $t_{STAT} = 0,55 < 1,318$

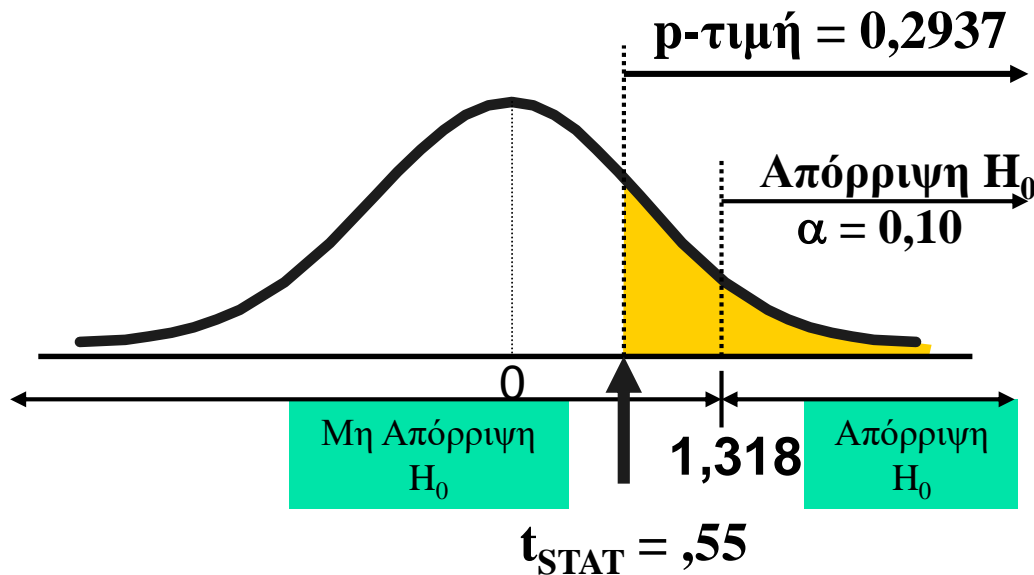
δεν υπάρχει επαρκής ένδειξη ότι η μέση χρέωση είναι πάνω από \$52



Παράδειγμα: Χρήση Της p -τιμής για Τον Έλεγχο

DCOVA

- Υπολογίστε την p -τιμή και συγκρίνετε με το α (p -τιμή κάτω από την υπολογισμένη με την χρήση του λογιστικού φύλλου του excel (excel spreadsheet) στην επόμενη σελίδα)



Δεν απορρίπτετε την H_0 αφού p -τιμή = ,2937 > α = ,10



Λογιστικό Φύλλο του Excel (Excel Spreadsheet) που Υπολογίζει την ρ-τιμή για το Άνω Άκρο t Ελέγχου

DCOVA

t Test for the Hypothesis of the Mean

Data	
Null Hypothesis $\mu=$	52.00
Level of Significance	0.1
Sample Size	25
Sample Mean	53.10
Sample Standard Deviation	10.00

Intermediate Calculations	
Standard Error of the Mean	2.00
Degrees of Freedom	24
t test statistic	0.55
Upper Tail Test	
Upper Critical Value	1.318
p-value	0.2937
Do Not Reject Null Hypothesis	

=B8/SQRT(B6)

=B6-1

=(B7-B4)/B11

=TINV(2*B5,B12)

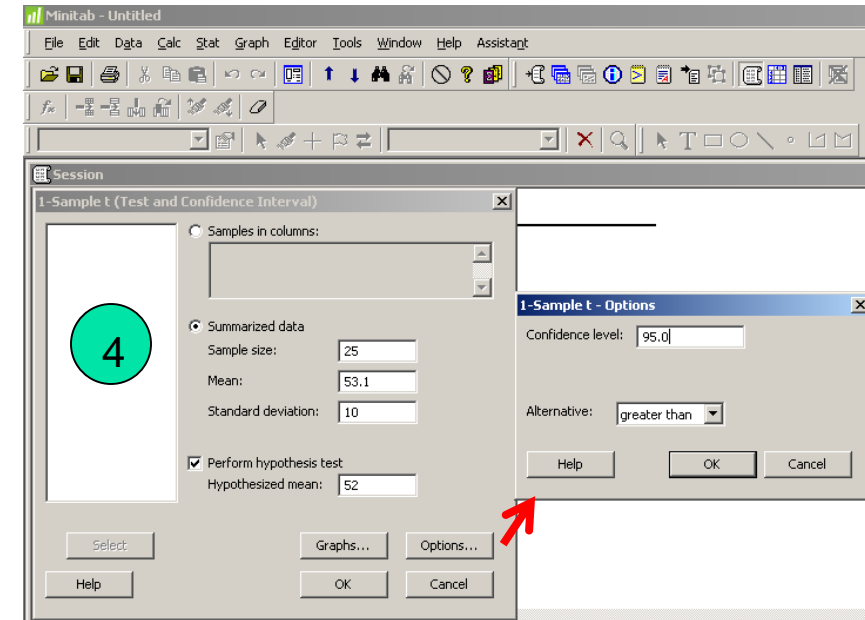
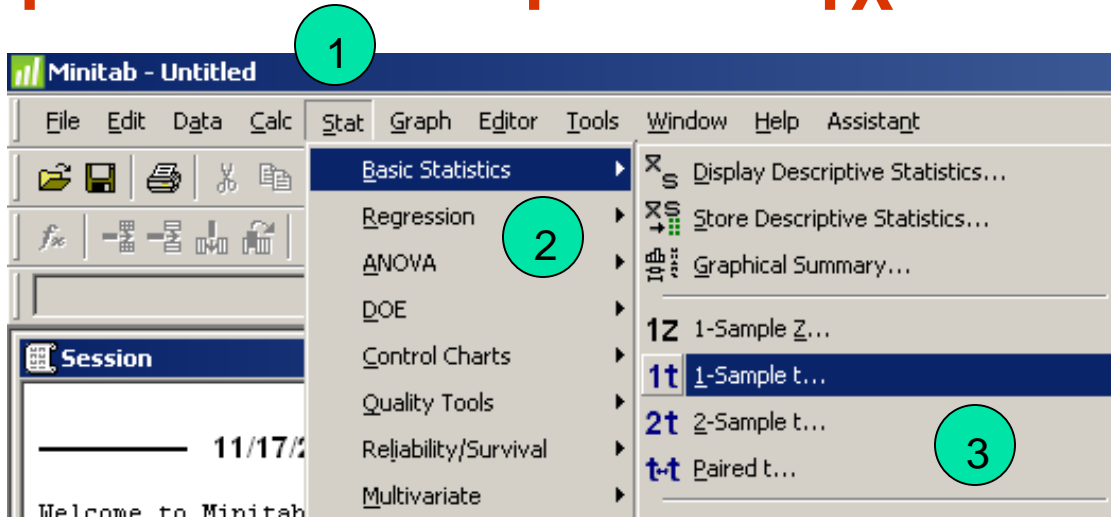
=TDIST(ABS(B13),B12,1)

=IF(B18<B5, "Reject null hypothesis",

"Do not reject null hypothesis")

Χρήση του Minitab στον υπολογισμό της p-τιμής για Το Άνω Άκρο t Ελέγχου

DCOVA



$p\text{-τιμή} > \alpha$
Έτσι δεν απορρίπτετε την H_0

One-Sample T

Test of $\mu = 52$ vs > 52

N	Mean	StDev	SE Mean	95% Lower Bound	T	P
25	53.10	10.00	2.00	49.68	0.55	0.294

Έλεγχοι Υποθέσεων για Ποσοστά

DCOVA

- Περιλαμβάνει κατηγορικές μεταβλητές
- Δύο πιθανά αποτελέσματα
 - Έχει χαρακτηριστικά ενδιαφέροντος
 - Δεν έχει χαρακτηριστικά ενδιαφέροντος
- Το κλάσμα ή το ποσοστό του πληθυσμού στην κατηγορία ενδιαφέροντος υποδηλώνεται με π

- Το δειγματικό ποσοστό στην κατηγορία ενδιαφέροντος υποδηλώνεται με p

$$p = \frac{X}{n} = \frac{\text{αριθμός στην κατηγορία ενδιαφέροντος στο δείγμα}}{\text{μέγεθος δείγματος}}$$

- Όταν και το $n\pi$ και το $n(1-\pi)$ είναι τουλάχιστον 5, το p μπορεί να προσεγγισθεί από μια κανονική κατανομή με μέσο και τυπική απόκλιση



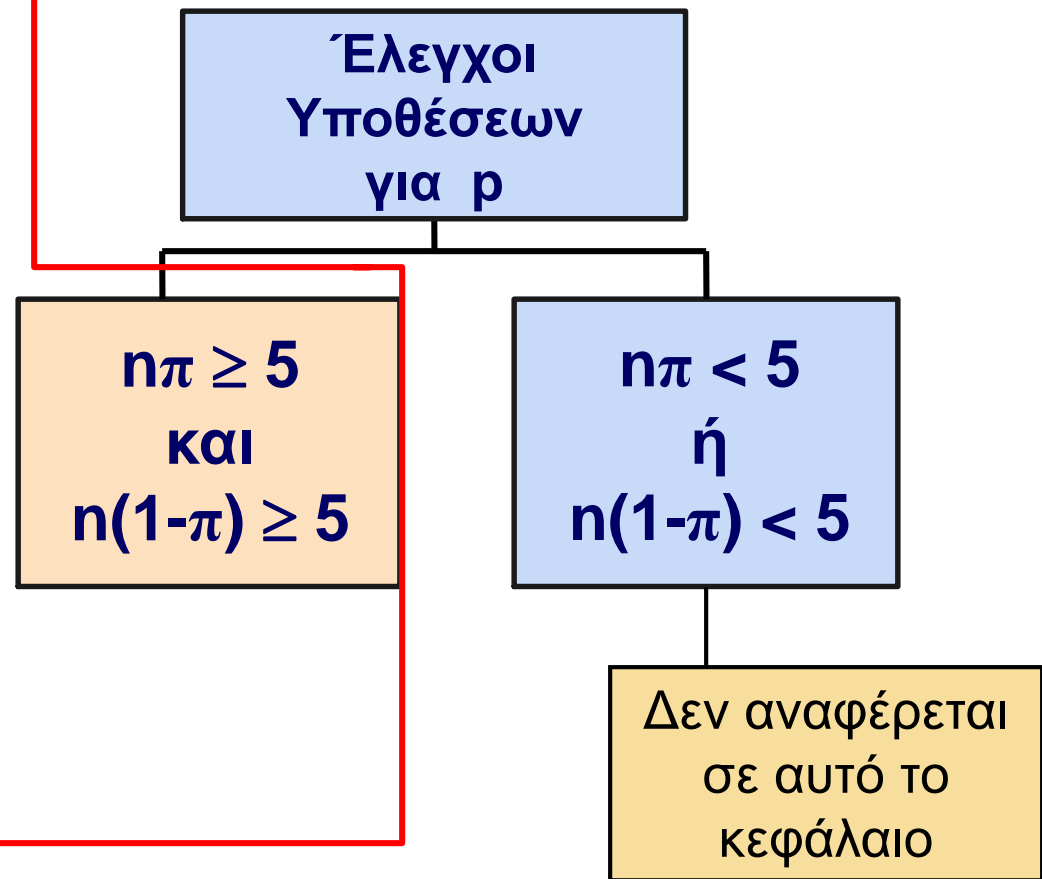
$$\mu_p = \pi$$

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}$$

Έλεγχοι Υποθέσεων για Ποσοστά

- Η κατανομή δειγματοληψίας του p είναι κατά προσέγγιση κανονική, οπότε η στατιστική συνάρτηση ελέγχου είναι μια Z_{STAT} τιμή:

$$Z_{STAT} = \frac{p - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1 - \pi)}{n}}}$$

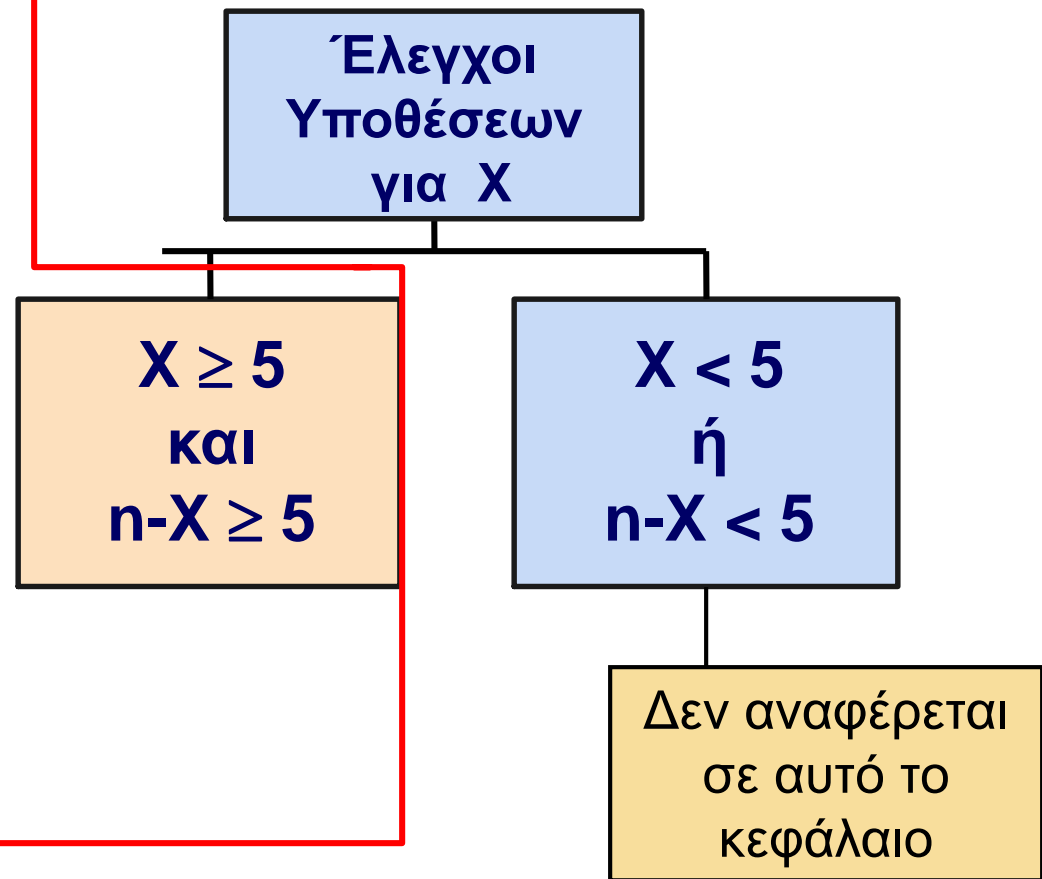


Z Έλεγχος για το Ποσοστό σε οτι αφορά τον Αριθμό στην Κατηγορία Ενδιαφέροντος

DCOVA

- Ένα ισοδύναμο με την τελευταία διαφάνεια σχήμα, αλλά σε οτι αφορά τον αριθμό στην κατηγορία ενδιαφέροντος, X :

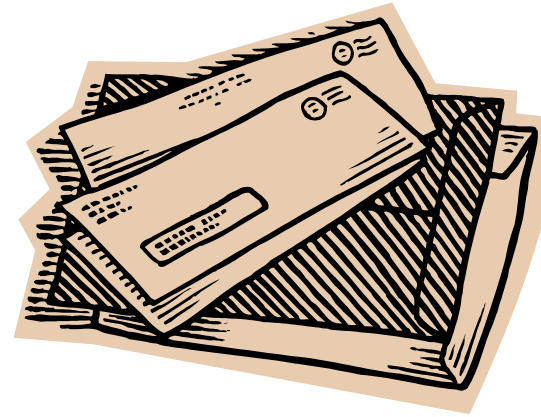
$$Z_{\text{STAT}} = \frac{X - n\pi}{\sqrt{n\pi(1-\pi)}}$$



Παράδειγμα: Z Έλεγχος για το Ποσοστό

DCOVA

Μια εταιρεία μάρκετινγκ ισχυρίζεται ότι λαμβάνει το 8% απαντήσεων από την ηλεκτρονική αλληλογραφία. Για να ελεγχθεί αυτός ο ισχυρισμός, ερευνήθηκε ένα τυχαίο δείγμα 500 με 25 απαντήσεις. Ελέγξτε σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0,05$.



Ελέγξτε:

$$n\pi = (500)(0,08) = 40$$

$$n(1-\pi) = (500)(0,92) = 460$$



Z Έλεγχος για το Ποσοστό: Λύση

DCOVA

$$H_0: \pi = 0,08$$

$$H_1: \pi \neq 0,08$$

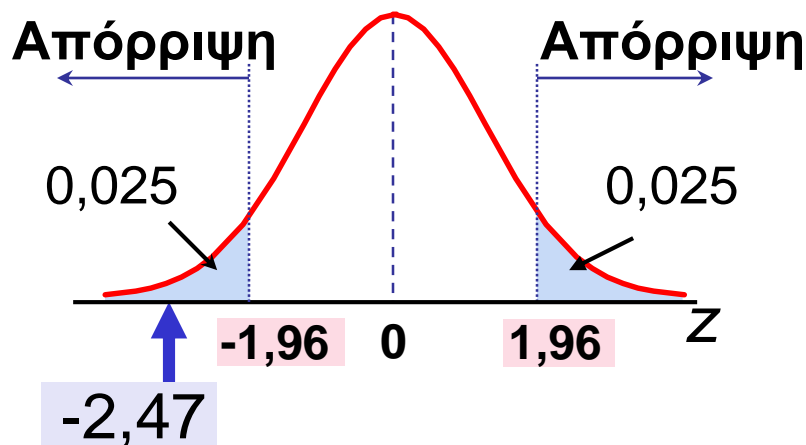
$$\alpha = 0,05$$

$$n = 500, \quad p = 0,05$$

Στατιστική Συνάρτηση Ελέγχου:

$$Z_{\text{STAT}} = \frac{p - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1 - \pi)}{n}}} = \frac{0,05 - 0,08}{\sqrt{\frac{0,08(1 - 0,08)}{500}}} = -2,47$$

Κρίσιμες Τιμές: $\pm 1,96$



Απόφαση:

Απόρριψη της H_0 σε $\alpha = 0,05$

Συμπέρασμα:

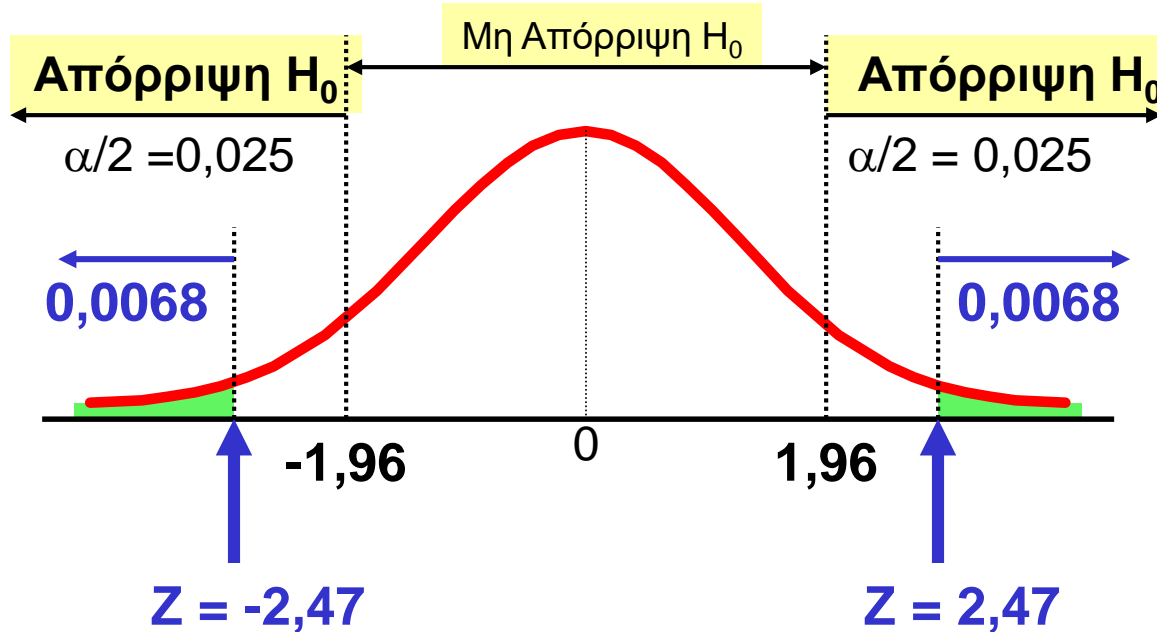
Υπάρχει επαρκής ένδειξη για να απορρίψετε τον ισχυρισμό της εταιρείας για ποσοστό απαντήσεων 8%.

Λύση p-Τιμής

(συνέχεια)

DCOVA

Υπολογίζετε την p-τιμή και συγκρίνετε με το α
(Για έναν αμφίπλευρο έλεγχο η p-τιμή είναι πάντα αμφίπλευρη)



p-τιμή = 0,0136:

$$P(Z \leq -2,47) + P(Z \geq 2,47) \\ = 2(0,0068) = 0,0136$$

Απορρίπτετε την H₀ αφού p-τιμή = 0,0136 < α = 0,05

Ερωτήσεις Προς Αντιμετώπιση Στο Στάδιο Του Σχεδιασμού

- Ποιος είναι ο στόχος της έρευνας, της μελέτης, ή του πειράματος;
- Πώς μπορείτε να μεταφράσετε αυτό τον στόχο σε μια μηδενική και μια εναλλακτική υπόθεση;
- Είναι ο έλεγχος υπόθεσης μονόπλευρος ή αμφίπλευρος;
- Μπορεί να επιλεγεί τυχαίο δείγμα;
- Τι είδους δεδομένα θα συλλεχθούν; Αριθμητικά; Κατηγορικά;
- Ποιο επίπεδο σημαντικότητας πρέπει να χρησιμοποιηθεί;
- Είναι το προβλεπόμενο μέγεθος δείγματος αρκετά μεγάλο για να επιτευχθεί η επιθυμητή ισχύς;
- Ποια διαδικασία στατιστικού ελέγχου πρέπει να χρησιμοποιηθεί και γιατί;
- Σε ποια συμπεράσματα & ερμηνείες μπορείτε να καταλήξετε από τα αποτελέσματα του προγραμματισμένου ελέγχου υποθέσεων;

Η αποτυχία αναλογισμού αυτών των ερωτήσεων μπορεί να οδηγήσει σε προκατειλημμένα ή ελλιπή αποτελέσματα

Στατιστική Σημαντικότητα έναντι Πρακτικής Σημαντικότητας

- Στατιστικά σημαντικά αποτελέσματα (απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης) δεν έχουν πάντα πρακτική σημασία
 - Αυτό είναι πιθανότερο να συμβεί όταν το μέγεθος του δείγματος είναι πολύ μεγάλο
- Πρακτικά σημαντικά αποτελέσματα μπορεί να διαπιστωθεί ότι είναι στατιστικά ασήμαντα (αποτυχία απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης)
 - Αυτό είναι πιθανότερο να συμβεί όταν το μέγεθος του δείγματος είναι σχετικά μικρό

Αναφορά Ευρημάτων & Δεοντολογικά Ζητήματα

- Πρέπει να τεκμηριώνουν & να αναφέρουν τόσο τα καλά όσο & τα κακά αποτελέσματα
- Δεν πρέπει να αναφέρουν μόνο τα στατιστικά σημαντικά αποτελέσματα
- Οι αναφορές πρέπει να κάνουν διάκριση μεταξύ των φτωχών ερευνητικών μεθοδολογιών και της μη δεοντολογικής συμπεριφοράς
- Δεοντολογικά ζητήματα μπορεί να προκύψουν:
 - Στην χρήση ανθρώπινων περιπτώσεων
 - Στην μέθοδο συλλογής δεδομένων
 - Στον τύπο του ελέγχου που χρησιμοποιείται
 - Στο επίπεδο σημαντικότητας που χρησιμοποιείται
 - Στον καθαρισμό και την απόρριψη δεδομένων
 - Στην αποτυχία αναφοράς σχετικών ευρημάτων

Περίληψη Κεφαλαίου

- Σε αυτό το κεφάλαιο αναλύσαμε:
- Τις βασικές αρχές του ελέγχου υποθέσεων
- Πώς να χρησιμοποιείτε τον έλεγχο υποθέσεων στον έλεγχο του μέσου ή του ποσοστού
- Τις θεωρήσεις κάθε διαδικασίας ελέγχου υποθέσεων, πώς να τις αξιολογείτε και τις συνέπειες όταν αυτές παραβιάζονται σοβαρά
- Τις παγίδες & τα δεοντολογικά ζητήματα που εμπεριέχουν οι έλεγχοι υποθέσεων
- Πώς να αποφεύγετε τις παγίδες που εμπεριέχουν οι έλεγχοι υποθέσεων