

Άσκηση 3 (ppt)

Να βρεθεί ο αντίστροφος του πίνακα A με την μέθοδο του επαυξημένου πίνακα.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ -3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Λύση

$$[A|I] = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{\substack{L_2 \rightarrow L_2 - 2L_1 \\ L_3 \rightarrow L_3 + 3L_1}} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 11 & 3 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

$$\xrightarrow{L_3 \rightarrow L_3 + L_2} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{L_3 \rightarrow \frac{1}{9}L_3} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1/9 & 1/9 & 1/9 \end{array} \right]$$

$$\xrightarrow{\substack{L_1 \rightarrow L_1 - 3L_3 \\ L_2 \rightarrow L_2 + 2L_3}} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 6/9 & -3/9 & -3/9 \\ 0 & -1 & 0 & -16/9 & 11/9 & 2/9 \\ 0 & 0 & 1 & 1/9 & 1/9 & 1/9 \end{array} \right]$$

$$\xrightarrow{L_2 \rightarrow (-1)L_2} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 6/9 & -3/9 & -3/9 \\ 0 & 1 & 0 & 16/9 & -11/9 & -2/9 \\ 0 & 0 & 1 & 1/9 & 1/9 & 1/9 \end{array} \right]$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 6/9 & -3/9 & -3/9 \\ 16/9 & -11/9 & -2/9 \\ 1/9 & 1/9 & 1/9 \end{bmatrix} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 6 & -3 & -3 \\ 16 & -11 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$