

ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙV
10-2-2020

ΘΕΜΑ 1 (3.0 Μ)

Να βρεθούν οι ιδιοτιμές και ιδιοσυναρτήσεις της εξίσωσης $-\frac{d^2y}{dx^2} = \lambda y + 2y$ με συνοριακές συνθήκες $y'(0) = y'(2) = 0$, $x \in [0, 2]$. Στη συνέχεια αναπτύξτε τη συνάρτηση $f(x) = 4\delta\left(x - \frac{1}{2}\right)$ στις παραπάνω ιδιοσυναρτήσεις.

ΘΕΜΑ 2 (2.0 Μ)

Ο μετασχηματισμός Fourier της συνεχούς συνάρτησης $f(x)$ είναι $\tilde{f}(k) = e^{-k^2}$. Βρείτε το μετασχηματισμό Fourier της συνάρτησης $f(2x+3)$.

ΘΕΜΑ 3 (3.0 Μ)

Να επιλυθεί η μονοδιάστατη εξίσωση διάχυσης $\left(3\frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)u(x,t) = 0$, $x \in [0, 3]$, με συνοριακές συνθήκες $u(0,t) = u(3,t) = 0$ και αρχική συνθήκη $u(x,0) = T_0$.

ΘΕΜΑ 4 (2.0 Μ)

Χρησιμοποιήστε τη μέθοδο της συνάρτησης Green για την επίλυση της εξίσωσης $y''(x) - x^2 = 0$, $x \in [0, 1]$ με συνοριακές συνθήκες $y(0) = 0$, $y(1) = 0$.

ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙV
2-9-2019

ΘΕΜΑ 1 (3.0 Μ)

Να βρεθούν οι ιδιοτιμές και ιδιοσυναρτήσεις της εξίσωσης $-\frac{d^2y}{dx^2} = \lambda y - 2y$ με συνοριακές συνθήκες $y'(0) = y'(4) = 0$, $x \in [0, 4]$. Στη συνέχεια αναπτύξτε τη συνάρτηση $f(x) = 3\delta(x-2)$ στις παραπάνω ιδιοσυναρτήσεις.

ΘΕΜΑ 2 (2.0 Μ)

Βρείτε μια σχέση που ισχύει μεταξύ του μετασχηματισμού Fourier της συνάρτησης $f(3x+7)$ και του μετασχηματισμού Fourier της συνάρτησης $f(x)$. Η $f(x)$ είναι συνεχής συνάρτηση.

ΘΕΜΑ 3 (3.0 Μ)

Να επιλυθεί η μονοδιάστατη εξίσωση διάχυσης $\left(2\frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)u(x,t) = 0$, $x \in [0,1]$, με συνοριακές συνθήκες $u(0,t) = u(1,t) = 0$ και αρχική συνθήκη $u(x,0) = T_0$.

ΘΕΜΑ 4 (2.0 Μ)

Χρησιμοποιήστε τη μέθοδο της συνάρτησης Green για την επίλυση της εξίσωσης $y''(x) + 2x - 4 = 0$, $x \in [0,1]$ με συνοριακές συνθήκες $y(0) = 0$, $y(1) = 0$.

ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙV
25-6-2019

ΘΕΜΑ 1 (3.0 Μ)

Να βρεθούν οι ιδιοτιμές και ιδιοσυναρτήσεις της εξίσωσης $-\frac{d^2y}{dx^2} = \lambda y + 2y$ με συνοριακές συνθήκες $y'(0) = y(1) = 0$, $x \in [0,1]$. Στη συνέχεια αναπτύξτε τη συνάρτηση $f(x) = x$ στις παραπάνω ιδιοσυναρτήσεις.

ΘΕΜΑ 2 (2.0 Μ)

I. Βρείτε το μετασχηματισμό Fourier της συνάρτησης $f(x) = \begin{cases} x, & -1 \leq x \leq 1 \\ 0, & x < -1, x > 1 \end{cases}$.

II. Βρείτε την τιμή του ολοκληρώματος $I = \int_{-\infty}^{\infty} \delta\left(\frac{x}{3} - 4\right) \cos^2\left(\frac{\pi x}{4}\right) dx$.

ΘΕΜΑ 3 (3.0 Μ)

Να επιλυθεί η μονοδιάστατη εξίσωση διάχυσης $\left(\frac{\partial}{\partial t} - \alpha \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)u(x,t) = 0$, $x \in [0,3]$, με συνοριακές συνθήκες $u(0,t) = u(3,t) = 0$ και αρχική συνθήκη $u(x,0) = T_0$. Η σταθερά α είναι θετική.

ΘΕΜΑ 4 (2.0 Μ)

Χρησιμοποιήστε τη μέθοδο της συνάρτησης Green για την επίλυση της εξίσωσης $y''(x) - x^2 = 0$, $x \in [0,1]$ με συνοριακές συνθήκες $y(0) = 0$, $y(1) = 0$.

ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙV
1-2-2019

ΘΕΜΑ 1 (3.0 Μ)

Να βρεθούν οι ιδιοτιμές και ιδιοσυναρτήσεις της εξίσωσης $-\frac{d^2y}{dx^2} = \lambda y$ με συνοριακές συνθήκες $y'(0) = y(2) = 0$, $x \in [0, 2]$. Στη συνέχεια αναπτύξτε τη συνάρτηση $g(x) = x$ στις παραπάνω ιδιοσυναρτήσεις.

ΘΕΜΑ 2 (2.0 Μ)

I. Βρείτε το μετασχηματισμό Fourier της συνάρτησης $f(x) = xe^{-2|x|}$.

II. Βρείτε την τιμή του ολοκληρώματος $I = \int_{-\infty}^{\infty} \delta\left(\frac{x}{3} - 2\right) \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) dx$.

ΘΕΜΑ 3 (3.0 Μ)

Να επιλυθεί η μονοδιάστατη εξίσωση αγωγής θερμότητας $\left(\frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)u(x, t) = 0$, $x \in [0, 9]$,

με συνοριακές συνθήκες $u(0, t) = u(9, t) = 0$ και αρχική συνθήκη $u(x, 0) = \begin{cases} 0 & 0 < x < 3 \\ 2 & 3 < x < 9 \end{cases}$.

ΘΕΜΑ 4 (2.0 Μ)

Χρησιμοποιήστε τη μέθοδο της συνάρτησης Green για την επίλυση της εξίσωσης $y'' + 16y + 24 = 0$, $x \in [0, 2\pi]$ με συνοριακές συνθήκες $y(0) = 0$, $y'(2\pi) = 0$.

ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ
ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ IV
Εξετάσεις Σεπτεμβρίου 2018

ΘΕΜΑ 1 (2.0 M)

Να βρεθούν οι ιδιοτιμές και ιδιοσυναρτήσεις της εξίσωσης $\frac{d^2y}{dx^2} = \lambda y$ στο διάστημα $x \in [0,1]$ με συνοριακές συνθήκες $y'(0) = y(1) = 0$.

ΘΕΜΑ 2 (3.0 M)

I. Βρείτε το μετασχηματισμό Fourier της συνάρτησης $f(x) = xe^{-|x|}$.

II. Βρείτε τις τιμές των ολοκληρωμάτων $I_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\delta'(x-3)}{x^2} dx$ και $I_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(3x) \cos(\pi x) dx$, όπου $\delta(x)$ η συνάρτηση δέλτα.

ΘΕΜΑ 3 (2.5 M)

Να επιλυθεί η μονοδιάστατη εξίσωση διάχυσης

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial u}{\partial t} = 0$$

στο διάστημα $x \in [0, L]$, με συνοριακές συνθήκες: $u_x(0, t) = 0$, $u_x(L, t) = 0$ και αρχική συνθήκη

$$u(x, 0) = b\left(x - \frac{L}{2}\right).$$

ΘΕΜΑ 4 (2.5 M)

Να επιλυθεί η παρακάτω διαφορική εξίσωση

$$y'' + y = 2018, \quad 0 \leq x \leq \pi/2$$

σε συνδυασμό με τις συνοριακές συνθήκες $y(0) = y(\pi/2) = 0$ με τη μέθοδο της συνάρτησης Green.