Αναπλ. Καθηγήτρια

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΞΑΣΚΗΣΗΣ Νο 5

ΑΣΚΗΣΗ 1 (Μη ομογενείς, γραμμικές διαφορικές εξισώσεις, με σταθερούς συντελεστές): Με χρήση της μεθόδου των προσδιοριστέων συντελεστών, να βρεθεί μια μερική λύση $y_p(x)$ των κάτωθι διαφορικών εξισώσεων:

(i) $y''(x)-2y'(x)-3y(x)=x$ Απ. $y_p(x)=\frac{2}{9}-\frac{x}{3}$

(ii) $9y''(x)-12y'(x)+4y(x)=e^{-3x}$ Απ. $y_p(x)=\frac{e^{-3x}}{121}$

(iii) $2y''(x)+4y'(x)-7y(x)=7\cos(2x)$ Απ. $y_p(x)=\frac{56}{289}\sin(2x)-\frac{105}{289}\cos(2x)$

(iv) $y''(x)+4y'(x)-5y(x)=-3e^{x}$ Απ. $y_p(x)=-\frac{xe^{x}}{2}$

(v) $y''(x)-4y'(x)-5y(x)=-648x^2e^{5x}$ Απ. $y_p(x)=\left(-6x+18x^2-36x^3\right)e^{5x}$

(vi) $y'''(x)+10y''(x)+34y'(x)+$
$+40y(x)=2e^{-3x}\cos x$ Απ. $y_p(x)=\frac{xe^{-3x}}{2}\left(\sin x-\cos x\right)$

(vii) $y^{(4)}(x)-8y'''(x)+25y''(x)-$
$-36y'(x)+20y(x)=e^{2x}\cos x$ Απ. $y_p(x)=-\frac{x}{2}e^{2x}\sin x$

(viii) $y^{(4)}(x)-18y''(x)+81y(x)=e^{3x}$ Απ. $y_p(x)=\frac{x^2}{72}e^{3x}$

ΑΣΚΗΣΗ 2 (Μη ομογενείς, γραμμικές διαφορικές εξισώσεις, με σταθερούς συντελεστές): Με χρήση της μεθόδου μεταβολής των παραμέτρων, να βρεθεί μια μερική λύση $y_p(x)$ των κάτωθι διαφορικών εξισώσεων:

(i) $y''(x)-2y'(x)+y(x)=e^{x}\ln x$,
$x>0$ Απ. $y_p(x)=\frac{x^2e^{x}}{4}\left(2\ln x-3\right)$

(ii) $y''(x)-9y(x)=\frac{1}{1+e^{3x}}$ Απ. $y_p(x)=-\frac{1}{18}+\frac{e^{3x}}{18}\ln\left(1+e^{-3x}\right)-$
$-\frac{e^{-3x}}{18}\ln\left(1+e^{3x}\right)$

(iii) $y''(x)-2y'(x)+y(x)=\frac{e^{x}}{x}$, $x>0$ Απ. $y_p(x)=xe^{x}\left(\ln x-1\right)$

(iv) $y''(x)-4y'(x)+4y(x)=\frac{e^{2x}}{x^2}$, $x>0$ Απ. $y_p(x)=-e^{2x}\left(\ln x+1\right)$

(v) $y''(x)+3y'(x)+2y(x)=\cos e^{x}$ Απ. $y_p(x)=-e^{-2x}\cos e^{x}$

(vi) $y'''(x)-2y''(x)=-\frac{1+2x}{x^2}$, $x>0$ Απ. $y_p(x)=x\ln x-x-\frac{1}{2}$

(vii) $y'''(x)-3y''(x)+3y'(x)-y(x)=\frac{e^{x}}{x}$,
$x>0$ Απ. $y_p(x)=\frac{x^2}{4}e^{x}\left(2\ln x-3\right)$