

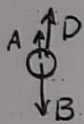
Subject	Date	Project
	Author	Report

Να συγκριθεί η οριακή ταχύτητα με την οποία πέφτει σταγόνα νερού διαμέτρου $d = 5 \text{ mm}$ σε ακίνητο αέρα πυκνότητας $\rho_a = 1.2 \text{ kg/m}^3$ και κινηματικού ιξώδους $\nu_a = 1.45 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, με την οριακή ταχύτητα σφαιρικής φυσαλίδας ίδιας διαμέτρου, που ανυψώνεται σε νερό πυκνότητας $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$ και κινηματικού ιξώδους $\nu_v = 1.14 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$. Ο συντελεστής αντίστασης της σφαίρας δίνεται από τη σχέση $C_D = 0.4 + \frac{26}{Re^{0.8}}$

και ο αριθμός Reynolds από τη σχέση $Re = \frac{ud}{\nu}$, όπου u η οριακή ταχύτητα, d η διάμετρος της σφαίρας και ν το κινηματικό ιξώδες του ρευστού που περιρρέει τη σφαίρα. (Για την επαναληπτική διαδικασία υποθέστε αρχική τιμή $C_D = 0.4$).

Λύση

a. Πρώτη σταγόνα νερού στον αέρα.



Για την οριακή ταχύτητα αλληλοκαταρρέει ισορροπία δυνάμεων

$$D = B - A \quad \text{αντίσταση} = \text{βάρος} - \text{άνωση σταγόνας}$$

Είναι $D = C_D \frac{1}{2} \rho_a u^2 \pi r^2$ $r = \text{ακτίνα σφαίρας}$

$$B = \rho_v g V = \rho_v g \frac{4}{3} \pi r^3 \quad V = \text{όγκος σφαίρας}$$

$$A = \rho_a g V_a = \rho_a g \frac{4}{3} \pi r^3$$

Άρα $C_D \frac{1}{2} \rho_a u^2 \pi r^2 = \rho_v g \frac{4}{3} \pi r^3 - \rho_a g \frac{4}{3} \pi r^3 \Rightarrow$

$$\Rightarrow C_D \frac{1}{2} \rho_a u^2 \pi r^2 = \frac{4}{3} \pi r^3 g (\rho_v - \rho_a) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u = \sqrt{\frac{8}{3} \frac{r g}{C_D} \frac{\rho_v - \rho_a}{\rho_a}}$$

Απλοποιώ με επί και έχω:

$$u = \sqrt{\frac{8}{3} \frac{0.0025 \cdot 9.81}{0.4} \left(\frac{1000}{1.2} - 1 \right)} \Rightarrow u = \frac{7.38}{\sqrt{C_D}}$$

Subject

Date

Project

Author

Report

Ενοπέρως $U = \frac{7.38}{\sqrt{C_D}}$

Για $C_{D_1} = 0.4 \Rightarrow U_1 = 11.67 \text{ m/s} \Rightarrow$

$Re_1 = \frac{U \cdot d}{\nu_a} = \frac{11.67 \times 0.005}{1.45 \times 10^{-5}} = 4024 \Rightarrow$

$\Rightarrow C_{D_2} = 0.4 + \frac{26}{Re^{0.8}} \Rightarrow C_{D_2} = 0.434$

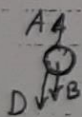
Για $C_{D_2} = 0.434 \Rightarrow U_2 = 11.2 \text{ m/s} \Rightarrow$

$Re_2 = \frac{11.2 \times 0.005}{1.45 \times 10^{-5}} = 3862 \Rightarrow$

$\Rightarrow C_{D_3} = 0.4 + \frac{26}{Re^{0.8}} \Rightarrow C_{D_3} = 0.435 \approx 0.434 = C_{D_2}$

Άρα $C_D = 0.435$ με $U = 11.2 \text{ m/s}$

β) Ανύψωση φελλού στο νερό.



Για να οριστεί ταχύτητα ανέμου:

$D = A - B$

άνεμος = άνεμος - βάρος φελλού.

Είνα $D = C_D \frac{1}{2} \rho U^2 n r^2$

$A = \rho_v g V_{\text{φελ}} = \rho_v g \frac{4}{3} n r^3$

$B = \rho_a g V = \rho_a g \frac{4}{3} n r^3$

Άρα $C_D \frac{1}{2} \rho U^2 n r^2 = \rho_v g \frac{4}{3} n r^3 - \rho_a g \frac{4}{3} n r^3 \Rightarrow$

$\Rightarrow U = \sqrt{\frac{8}{3} \frac{r g}{C_D} \frac{\rho_v - \rho_a}{\rho_v}}$

Subject

Date

Project

Author

Report

Αρχικά δοκιμή με τιμές και έχω:

$$U = \sqrt{\frac{8}{3} \frac{0.0025 \cdot 9.81}{C_D} \left(1 - \frac{1.2}{1000}\right)} \Rightarrow U = \frac{0.2556}{\sqrt{C_D}}$$

Για $C_{D1} = 0.4 \Rightarrow U_1 = 0.404 \text{ m/s} \Rightarrow$

$$\rightarrow Re_1 = \frac{U d}{\nu} = \frac{0.404 \times 0.005}{1.14 \times 10^{-6}} = 1772 \Rightarrow$$

$$\rightarrow C_{D2} = 0.4 + \frac{26}{Re^{0.8}} \Rightarrow C_{D2} = 0.4655$$

Για $C_{D2} = 0.4655 \Rightarrow U_2 = 0.3746 \text{ m/s} \Rightarrow$

$$\rightarrow Re_2 = \frac{0.3746 \times 0.005}{1.14 \times 10^{-6}} = 1643 \Rightarrow$$

$$\rightarrow C_{D3} = 0.4 + \frac{26}{Re^{0.8}} \Rightarrow C_{D3} = 0.4695$$

Για $C_{D3} = 0.4695 \Rightarrow U_3 = 0.373 \text{ m/s} \Rightarrow$

$$\rightarrow Re_3 = \frac{0.373 \times 0.005}{1.14 \times 10^{-6}} = 1636 \Rightarrow$$

$$C_{D4} = 0.4 + \frac{26}{Re^{0.8}} \Rightarrow C_{D4} = 0.4698 \approx 0.4695 = C_{D3}$$

Άρα $C_D = 0.4698$ και $U = 0.373 \text{ m/s}$

Και ερωτήματα έχουμε:

$$\frac{U_{\text{σταθ}}}{U_{\text{φύση}}} = \frac{11.2}{0.373} = 30.0268 \quad \text{Αντάρα}$$

$$\frac{U_{\text{σταθ}}}{U_{\text{φύση}}} \approx 30$$