6.1 Υδραυλική μεταφορά μέσω αγωγού κεκλιμένου προς τα άνω

Για την περίπτωση της υδραυλικής μεταφοράς μέσω αγωγού κεκλιμένου προς τα άνω, όταν στη γενική εξίσωση απώλειας πίεσης εισαχθεί η αναλογία μίξης, ο αδιάστατος βαθμός πληρότητας αντικαθίσταται μέσω της συγκέντρωσης όγκου από τη σχέση :

$$\varepsilon = 1 - c_v \tag{6.1}$$

και για το συντελεστή τριβής λ_z θα χρησιμοποιηθεί η σχέση:

$$\lambda_z = \lambda_z^* \frac{c}{u} + \frac{2\beta}{\frac{c}{u}Fr^2} \frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_s} \tag{6.2}$$

όπου β ο συντελεστής βάρους και Fr ο χαρακτηριστικός αριθμός Froude. Τότε η **εξίσωση απώλειας πίεσης** γίνεται :

$$dp = -\Big[\, \rho_f\, g\, \eta\mu\delta\, dl + (\lambda_f + \mu_m \lambda_z)\frac{\rho_f}{2}\frac{u^2 dl}{d}(1-c_v) + (1-c_v)\rho_f\, u\, du + \\ +(1-c_v)\rho_f\, \mu_m\, u\, dc \,\Big] \tag{6.3}$$

και αντίστοιχα η **εξίσωση κίνησης**:

$$\frac{3}{4}\frac{c_w}{d_s}\rho_f(u-c)|u-c| = (1-c_v)\left[\rho_s\left(g\eta\mu\delta + \lambda_z^* \frac{c^2}{2d} + c\frac{dc}{dl}\right) - \rho_f\left(g\eta\mu\delta + \lambda_f \frac{u^2}{2d} + u\frac{du}{dl}\right)\right] - \\ - \frac{c_v}{1-c_v}(\rho_s - \rho_f) g \frac{w_s}{u}\sigma\upsilon\nu^2\delta \tag{6.4}$$

όπου για το συντελεστή βάρους β χρησιμοποιείται η σχέση :

$$\beta = \eta\mu\delta + \frac{w_s}{u}\sigma\upsilon\nu^2\delta \tag{6.5}$$

6.2 Κατακόρυφη υδραυλική μεταφορά

6.2.1 Εξίσωση απώλειας πίεσης και εξίσωση κίνησης

Η εξίσωση απώλειας πίεσης για την κατακόρυφη υδραυλική μεταφορά, προκύπτει από την εξίσωση (6.3), θέτοντας όπου $\delta = 90^0$. Για την κατακόρυφη μεταφορά ο συντελεστής βάρους είναι $\beta = 1$.

Η εξίσωση 6.2 γίνεται :

$$\lambda_z = \lambda_z^* \frac{u}{c} + \frac{2}{\frac{c}{u} Fr^2} \frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_s} \tag{6.6}$$

και έτσι προκύπτει για την εξίσωση απώλειας πίεσης:

$$dp = -\left[\rho_f g dl + (\lambda_f + \mu_m \lambda_z) \frac{\rho_f}{2} u^2 \frac{dl}{d} (1 - c_v) + (1 - c_v) \rho_f u du + (1 - c_v) \rho_f \mu_m u dc\right] \tag{6.7}$$

Η εξίσωση κίνησης, όπως προκύπτει αντίστοιχα από τη σχέση (6.4), γίνεται :

$$\frac{3}{4} \frac{c_w}{d_s} \rho_f (u - c) |u - c| = (1 - c_v) \left[\rho_s \left(g + \lambda_z^* \frac{c^2}{2d} + c \frac{dc}{dl}\right) - \rho_f \left(g + \lambda_f \frac{u^2}{2d} + u \frac{du}{dl}\right)\right] \tag{6.8}$$

Οι όροι της επιτάχυνσης μπορούν γενικά στην υδραυλική μεταφορά να θεωρηθούν αμελητέοι, επειδή οι ταχύτητες είναι μικρές και η συνολική πτώση πίεσης, ιδιαίτερα σε μεγάλες αποστάσεις μεταφοράς, είναι μεγάλη. Επειδή η συμπιεστότητα εδώ δεν παίζει κανένα ρόλο, η πτώση πίεσης κατά μήκος του αγωγού μεταφοράς είναι λόγω της βαρύτητας γραμμική, ούτως ώστε η εξίσωση απώλειας πίεσης (6.7), παραλείποντας τους όρους της επιτάχυνσης, γράφεται ως εξής :

$$\frac{\Delta P}{\Delta l} = -\left[\rho_f g + (\lambda_f + \mu_m \lambda_z) \frac{\rho_f}{2} \frac{u^2}{d} (1 - c_v)\right] \tag{6.9}$$

η εξίσωση κίνησης (6.8), γίνεται αντίστοιχα :

$$\frac{3}{4} \frac{c_w}{d_s} \rho_f (u - c) |u - c| = (1 - c_v) \left[(\rho_s - \rho_f) g + \rho_s \frac{\lambda_z^* c^2}{2d} - \rho_f \lambda_f \frac{u^2}{2d}\right] \tag{6.10}$$

6.3 Οριζόντια υδραυλική μεταφορά

6.3.1 Εξισώσεις απώλειας πίεσης και κίνησης

Η εξίσωση απώλειας πίεσης για την οριζόντια υδραυλική μεταφορά συνάγεται από τις σχέσεις (6.2) , (6.3) και (6.5) όταν τεθεί δ=0°. Ο συντελεστής βάρους β θα γίνει τώρα $\beta = w_s / u$.

Έτσι η εξίσωση απώλειας πίεσης παίρνει τη μορφή:

$$dp = -\left[\left(\lambda_f + \mu_m \lambda_z\right) \frac{\rho_f}{2} \frac{u^2 dl}{d} (1 - c_v) + (1 - c_v)\rho_f u du + (1 - c_v)\rho_f \mu_m u dc \right] \tag{6.16}$$

και η εξίσωση κίνησης γίνεται :

$$\frac{3}{4}\frac{c_w}{d_s}\rho_f (u - c)|u - c| = (1 - c_v)\left[\rho_s\left(\lambda_z^* \frac{c^2}{2d} + c\frac{dc}{dl}\right) - \rho_f\left(\lambda_f \frac{u^2}{2d} + u\frac{du}{dl}\right)\right] - \frac{c_v}{1 - c_v}(\rho_s - \rho_f) g \frac{w_s}{u} \tag{6.17}$$

Θεωρώντας τους όρους της επιτάχυνσης αμελητέους και απαλείφοντάς τους από τις παραπάνω εξισώσεις, έχουμε για την εξίσωση απώλειας πίεσης :

$$\frac{\Delta P}{\Delta l} = -\left(\lambda_f + \mu_m \lambda_z\right) \frac{\rho_f}{2} \frac{u^2}{d} (1 - c_v) \tag{6.18}$$

και για την εξίσωση κίνησης :

$$\frac{3}{4}\frac{c_w}{d_s}\rho_f (u - c)|u - c| = (1 - c_v)\left[\rho_s \lambda_z^* \frac{c^2}{2d} - \rho_f \lambda_f \frac{u^2}{2d} - c_v (\rho_s - \rho_f) g \frac{w_s}{u}\right] \tag{6.19}$$