Subject	Date	Project
ΔΙΦΑΣΙΚΗ ΡΟΗ	Author	Report

4. Χωριστή ροή

$$\Delta p = \Delta p_f + \Delta p_s$$

Παροχή μάζας

$$\dot{M} = \dot{M}_f + \dot{M}_s = C_1 = \text{σταθ.}$$

όπου

$$\dot{M}_f = \varepsilon \rho_f u A = C_2$$

$$\dot{M}_s = (1-\varepsilon) \rho_s c A = C_3$$

με $\varepsilon = \dfrac{V_f}{V_f + V_s}$ βαθμός πληρότητας

$$\mu_M = \frac{\dot{M}_s}{\dot{M}_f} = \frac{(1-\varepsilon)\rho_s c A}{\varepsilon \rho_f u A}$$ λόγος μίξης

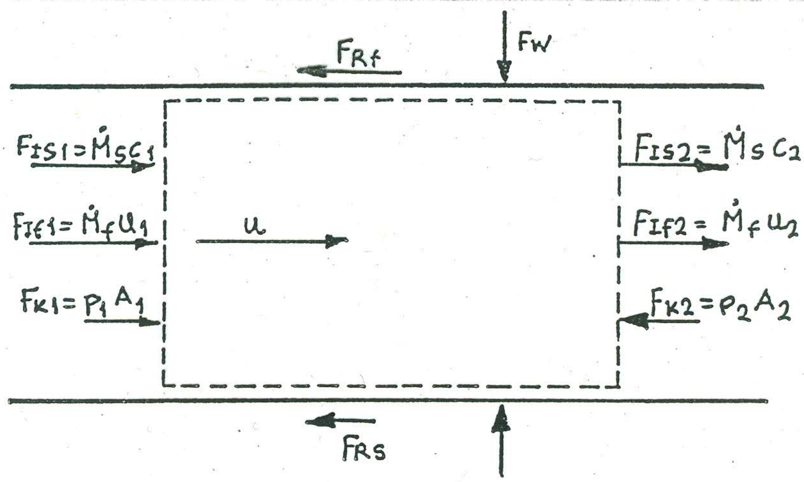
$$C_T = \frac{\dot{V}_s}{\dot{V}_s + \dot{V}_f} = \frac{C_v c A}{C_v c A + (1-C_v) u A}$$ συγκέντρωση μεταφοράς

και

$$C_v = \frac{V_s}{V_s + V_f} = 1 - \varepsilon$$ συγκέντρωση όγκου

Subject	Date	Project
ΔΙΦΑΣΙΚΗ ΡΟΗ	Author	Report

4.1. Θεώρημα ορμής για τα μίγματα

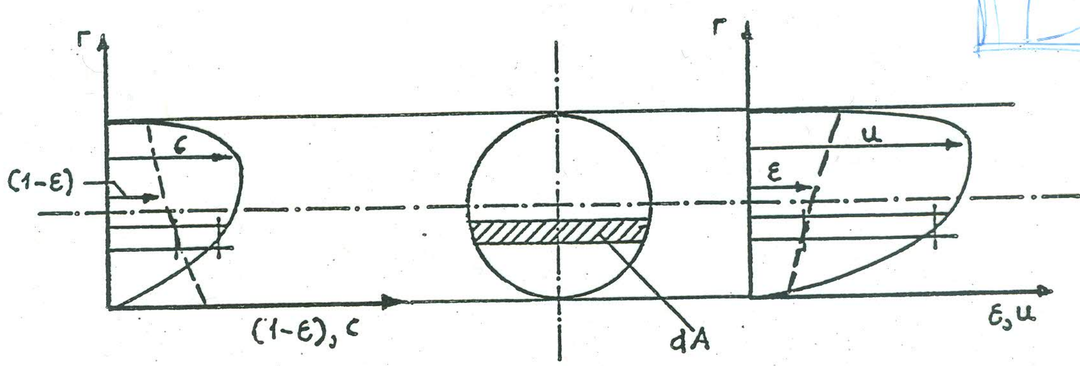


$$\boxed{\dot M_f (u_1 - u_2) + \dot M_s (c_1 - c_2) + p_1 A_1 - p_2 A_2 + F_W + F_{Rf} + F_{Rs} = 0} \quad (4.1)$$

Υπόθεση : u , c → σταθ. ; ε → σταθ. } σε όλη την επιφάνεια A.

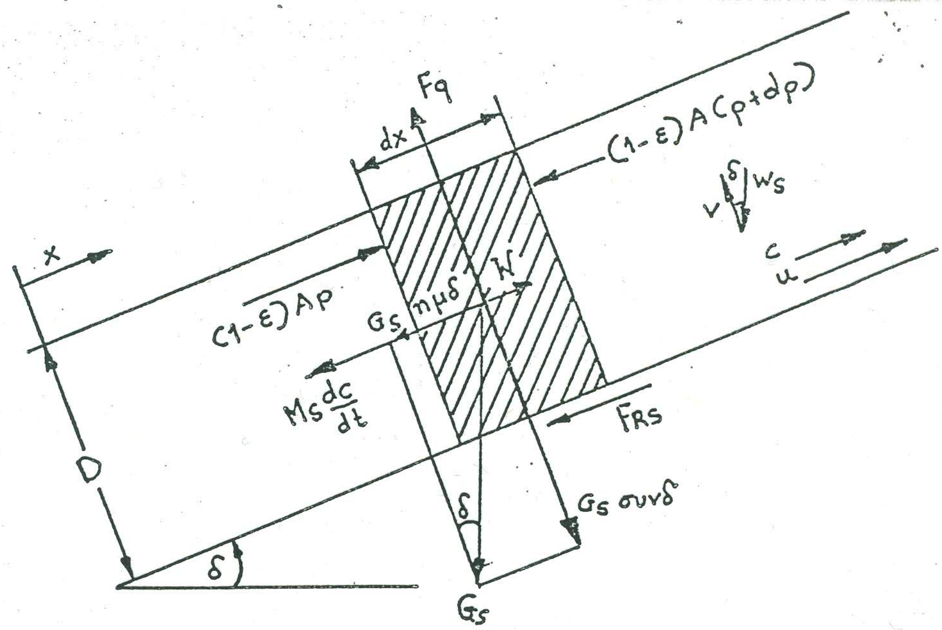
Αν δεν ικανοποιείται η υπόθεση τότε διορθώνονται οι ροές ορμής $\dot M_f u$ και $\dot M_s c$ με διορθ. συντελεστές.

$$\alpha_f = \frac{\int_A \varepsilon(r)\, u^2(r)\, dA}{\varepsilon u^2 A} \qquad \alpha_s = \frac{\int_A (1-\varepsilon(r))\, c^2(r)\, dA}{(1-\varepsilon)\, c^2 A}$$



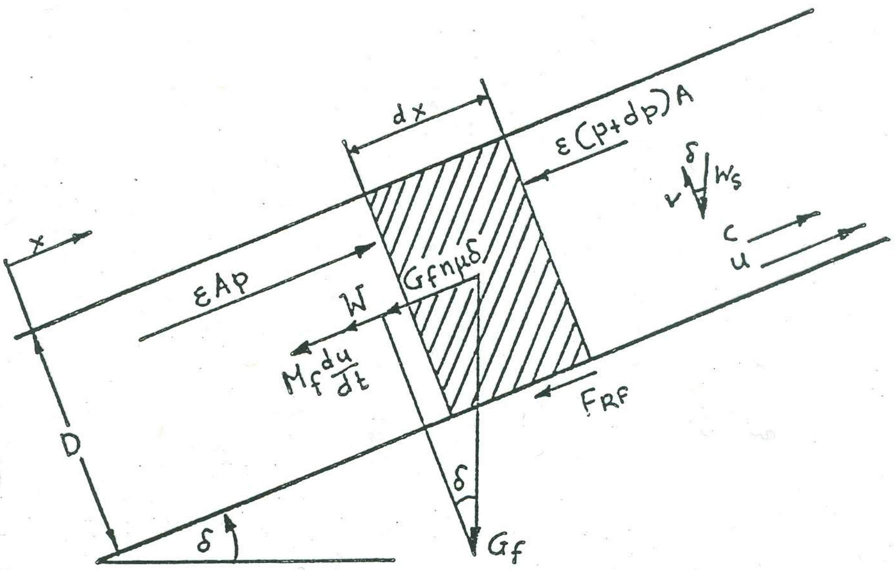
Subject	Date	Project
ΔΙΦΑΣΙΚΗ ΡΟΗ	Author	Report

4.2. Ισοζυγισμός δυνάμεων στο σωματίδιο στερεάς ύλης



$$-G_s\,\eta\mu\delta - M_s\frac{dc}{dt} - (1-\varepsilon)A\,dp + W - F_{Rs} = 0 \tag{4.2}$$

4.3. Ισοζυγισμός ισχύος για τον φορέα



$$-G_f\,\eta\mu\delta\,u - M_f\frac{du}{dt}u - \varepsilon\,dp\,A\,u - W u - F_{Rf}\,u - w_s\left(G_s - \rho_f g V_s\right)\sigma\upsilon\nu^2\delta = 0 \tag{4.3}$$

Subject	Date	Project
ΔΙΦΑΣΙΚΗ ΡΟΗ	Author	Report

Γενική εξίσωση κίνησης

$$W = \varepsilon \left[G_s \,\text{ημ}\delta + F_{Rs} + M_s \frac{dc}{dt} - \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \left(G_f \,\text{ημ}\delta + F_{Rf} + M_f \frac{du}{dt} + (G_s - \rho_f g V_s)\, \text{συν}^2\delta \,\frac{W_s}{u} \right) \right] \qquad (4.4)$$

Γενική εξίσωση απώλειας πίεσης

$$dp = -\frac{1}{A} \left[G_f \,\text{ημ}\delta + F_{Rf} + M_f \frac{du}{dt} + (G_s - \rho_f g V_s) \frac{W_s}{u} \text{συν}^2\delta + G_s \,\text{ημ}\delta + F_{Rs} + M_s \frac{dc}{dt} \right] \qquad (4.5)$$

Αναλύοντας τις δυνάμεις τριβής έχουμε:

$$F_{Rf} = \varepsilon \lambda_f \frac{\rho_f}{2} u^2 \frac{dx}{D} A = \lambda_f M_f \frac{u^2}{2D} \qquad (4.6)$$

$$F_{Rs} = (1-\varepsilon) \lambda_z^* \frac{\rho_s}{2} c^2 \frac{dx}{D} A = \lambda_z^* M_s \frac{c^2}{2D} \qquad (4.7)$$

και η εξ. (4.5) γράφεται

$$dp = -\left[\varepsilon \rho_f g \,dx \,\text{ημ}\delta + \varepsilon \lambda_f \frac{\rho_f}{2} u^2 \frac{dx}{D} + \varepsilon \rho_f u \,du + (1-\varepsilon)(\rho_s - \rho_f) g \,dx \,\text{συν}^2\delta \frac{W_s}{u} + (1-\varepsilon) \rho_s g \,dx \,\text{ημ}\delta + (1-\varepsilon) \lambda_z^* \frac{\rho_s}{2} c^2 \frac{dx}{D} + (1-\varepsilon) \rho_s c \,dc \right] \qquad (4.8)$$

με $\frac{du}{dt} = \frac{du}{dx}\frac{dx}{dt} = \frac{du}{dx} u$ και $\frac{dc}{dt} = \frac{dc}{dx}\frac{dx}{dt} = \frac{dc}{dx} c$

UNIVERSITY OF PATRAS
FLUID MECHANICS LABORATORY

Page of

Subject	Date	Project
	Author	Report

Αντίσταση στερεών σωματιδίων

$$W = c_w \frac{\rho_f}{2} (u-c)|u-c| \frac{\pi d_s^2}{4} \frac{M_s}{\frac{\pi d_s^3}{6} \rho_s}$$

όπου c_w = συντελ. αντίστασης

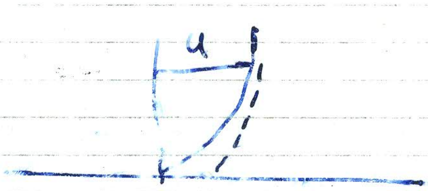
d_s = διάμετρος σωματιδίων

Γενική εξίσωση κίνησης.

$$\boxed{\frac{3}{4} \frac{c_w}{d_s} \rho_f (u-c)|u-c| = \varepsilon \left[\rho_s \left(g\,\eta\mu\delta + \lambda_z^* \frac{c^2}{2D} + c \frac{dc}{dx} \right) - \rho_f \left(g\,\eta\mu\delta + \lambda_f \frac{u^2}{2D} + u \frac{du}{dx} \right) - \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} (\rho_s - \rho_f) g \frac{w_s}{u} \sigma\upsilon\nu^2\delta \right]} \quad (4.9)$$

Ειδικές περιπτώσεις

1. Κατακόρυφη μεταφορά $\longrightarrow \delta = 90^\circ \longrightarrow \eta\mu\delta = 1$ και $\sigma\upsilon\nu\delta = 0$
2. Οριζόντια μεταφορά $\longrightarrow \delta = 0^\circ \longrightarrow \eta\mu\delta = 0$ και $\sigma\upsilon\nu\delta = 1$



$$\boxed{D = C_D \cdot \frac{1}{2} \rho u^2 \cdot A.}$$

Subject	Date	Project
ΔΙΦΑΣΙΚΗ ΡΟΗ	Author	Report

4.4 Ασυμπίεστη αραιή πνευματική μεταφορά.

Χρήση : Γενικών Εξισώσεων (4.8) και (4.9)

Για διευκόλυνση και λόγω μικρής βαρύτητας αμελούνται οι όροι που αφορούν το βάρος και την επιτάχυνση του φορέα καθώς και η άνωση που ασκεί ο φορέας στα σωματίδια.

Τα ανωτέρω ισχύουν με την προϋπόθεση της **αραιής** μεταφοράς $\longrightarrow \varepsilon = 1$

Με απλοποίηση των γενικών εξισώσεων προκύπτει:

$$\boxed{\Delta p = -\left(\lambda_f \frac{\rho_f}{2} u^2 \frac{\Delta x}{D} + \mu_m \rho_f \frac{u}{c} g \Delta x \beta + \mu_m \rho_f u c + \mu_m \lambda_z^* \frac{\rho_f}{2} u c \frac{\Delta x}{D}\right) \qquad (4.10)}$$

όπου

$$\beta = \eta\mu\delta + \frac{w_s}{u} \sigma\upsilon\nu^2\delta \quad = \text{συντελεστής βάρους}$$

Για σταθερή ταχύτητα μπορεί να αμεληθεί και η επιτάχυνση της στερεάς ύλης, οπότε:

$$\boxed{\frac{3}{4}\frac{c_w}{d_s} \rho_f (u-c)|u-c| = \rho_s\left(g\,\eta\mu\delta + \lambda_z^* \frac{c^2}{2D}\right) - \lambda_f \rho_f \frac{u^2}{2D} - \mu_m \rho_f \frac{w_s}{c} g\,\sigma\upsilon\nu^2\delta \qquad (4.11)}$$

Καταιόρυφη ροή $\delta = 90 \rightarrow \beta = 1$ $\qquad c = u - w_s$

Οριζόντια ροή $\delta = 0^\circ \rightarrow \beta = \frac{w_s}{u}$ $\qquad c = \dfrac{u}{1 + w_s\sqrt{\dfrac{\lambda_z^*}{2Dg}}}$