

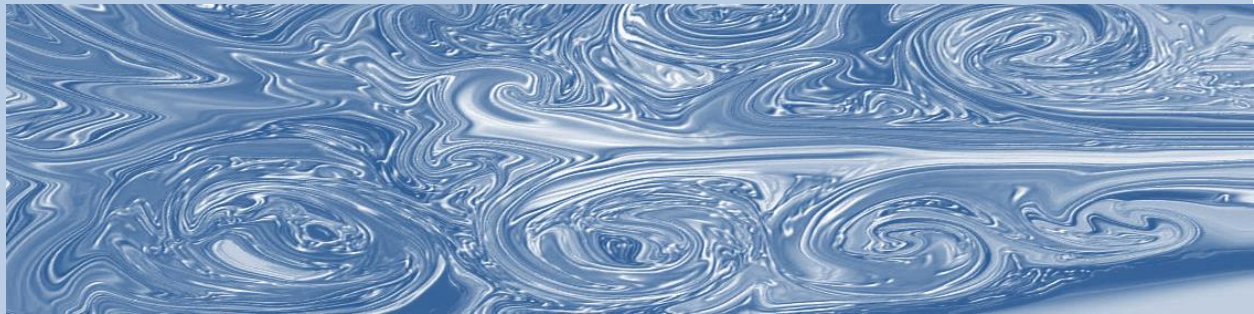


**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ**

**ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΚΑΙ ΑΕΡΟΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, ΑΕΡΟΝΑΥΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ  
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ  
ΑΥΤΗΣ**

**ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ Ι**

**Υπολογισμός Παροχής Μάζας σε Αγωγό Τετραγωνικής Διατομής**



ΠΑΤΡΑ, 2017

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

ΠΙΝΑΚΑΣ 1. ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΤΙΚΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ ΚΑΙ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ.....	10
ΠΙΝΑΚΑΣ 2. ΜΕΤΡΗΜΕΝΕΣ ΤΙΜΕΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΡΟΗΣ ΑΕΡΑ ΣΤΗΝ ΕΞΟΔΟ ΑΓΩΓΟΥ ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ.....	13

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΕΙΚΟΝΩΝ

ΕΙΚΟΝΑ 1. ΑΓΩΓΟΣ ΚΥΚΛΙΚΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ.....	2
ΕΙΚΟΝΑ 2. ΑΓΩΓΟΣ ΟΡΘΟΓΩΝΙΚΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ.....	3
ΕΙΚΟΝΑ 3. ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗ.....	5
ΕΙΚΟΝΑ 4. ΑΓΩΓΟΣ ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ.....	6

### ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

ΣΧΗΜΑ 1. ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΣΤΗ ΘΕΣΗ $X = 0$ CM.....	8
ΣΧΗΜΑ 2. ΠΡΟΦΙΛ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΓΙΑ ΤΟΝ ΑΓΩΓΟ ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ ΣΤΗ ΘΕΣΗ $X = 0$ CM.....	8
ΣΧΗΜΑ 3. ΠΡΟΦΙΛ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΓΙΑ ΤΟΝ ΑΓΩΓΟ ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ ΣΤΗ ΘΕΣΗ $Y = 2$ CM. ....	9

**ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΙ**

$m$  ( $M/T$ ) – παροχή μάζας

$\rho$  ( $M/L^3$ ) – πυκνότητα ρευστού

$\bar{u}$  ( $L/T$ ) – μέση ταχύτητα ρευστού

$A$  ( $L^2$ ) – εμβαδόν διατομής

$R$  ( $L$ ) – ακτίνα κυκλικού αγωγού

$U$  ( $L/T$ ) – μέγιστη ταχύτητα ρευστού στον άξονα αγωγού

$u^+$  (–) – αδιάστατη ταχύτητα ρευστού

$r^+$  (–) – αδιάστατη ακτίνα

$b$  ( $L$ ) – πλάτος αγωγού ορθογωνικής διατομής

$Y$  ( $L$ ) – μέγιστη κατακόρυφη απόσταση από τον άξονα αγωγού ορθογωνικής ή τετραγωνικής διατομής  
έως το τοίχωμά του

$P_d$  ( $M/L T^2$ ) – δυναμική πίεση

$n$  (–) – σταθερά εξαρτώμενη από τον αριθμό Reynolds

**ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ**

<b>ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ .....</b>	<b>II</b>
<b>ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΕΙΚΟΝΩΝ .....</b>	<b>III</b>
<b>ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ.....</b>	<b>IV</b>
<b>ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΙ .....</b>	<b>V</b>
<b>ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ .....</b>	<b>VI</b>
<b>1. ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ.....</b>	<b>1</b>
<b>2. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ .....</b>	<b>1</b>
<b>3. ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗ.....</b>	<b>5</b>
<b>4. ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ .....</b>	<b>6</b>
<b>5. ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ – ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ .....</b>	<b>7</b>
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ .....</b>	<b>11</b>

## 1. ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ

Αντικείμενο της εργαστηριακής άσκησης είναι ο υπολογισμός της παροχής μάζας που διέρχεται από αγωγό τετραγωνικής διατομής, μέσω της μετρούμενης σε αυτόν κατανομής ταχύτητας.

Η κατανομή ταχύτητας προκύπτει λαμβάνοντας αρκετές μετρήσεις του συγκεκριμένου μεγέθους στη διατομή εξόδου του αγωγού της πειραματικής εγκατάστασης και σε διάφορες (κατάλληλα επιλεγμένες) θέσεις. Έπειτα, από την κατανομή ταχύτητας, υπολογίζεται η παροχή μάζας που διέρχεται από τον αγωγό τετραγωνικής διατομής, με τη βοήθεια της μεθόδου Simpson (ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ).

Σκοπός της εργαστηριακής άσκησης είναι η εξοικείωση με τη χρήση μετρητικών οργάνων και τη λήψη πειραματικών μετρήσεων, καθώς και η σύγκριση πειραματικών και θεωρητικών αποτελεσμάτων.

## 2. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ

Σύμφωνα με την εξίσωση της συνέχειας σε μια μόνιμη και ασυμπίεστη ροή, η ταχύτητα του ρευστού είναι αντιστρόφως ανάλογη της διατομής. Ισχύει, δηλαδή, ότι:

$$m = \rho \bar{u} A \leftrightarrow \bar{u} = \frac{m}{\rho A} \quad (1)$$

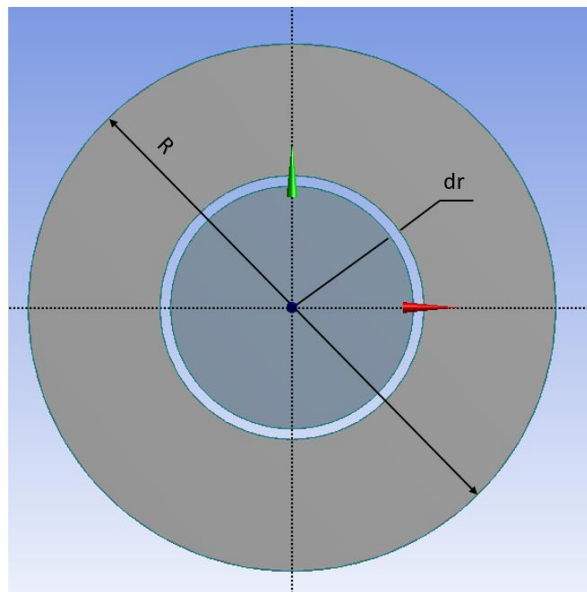
Ωστόσο, η ανωτέρω σχέση δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό της παροχής μάζας που διέρχεται από μια διατομή εμβαδού  $A$ , δεδομένου ότι η μέση ταχύτητα του ρευστού  $\bar{u}$  που περιλαμβάνεται στην ανωτέρω σχέση είναι ένα μέγεθος σταθερό ενώ στην πραγματικότητα η ταχύτητα που μετρείται παρουσιάζει κατανομή, η οποία εξαρτάται από το είδος της ροής (στρωτή ή τυρβώδης). Για τον λόγο αυτό, η παροχή μάζας  $m$  που διέρχεται από μια διατομή επιφάνειας  $A$  υπολογίζεται με τη βοήθεια του ολοκληρώματος των στιγμιαίων τιμών της ταχύτητας  $u$  του ρευστού, με όρια ολοκλήρωσης τα όρια της εκάστοτε διατομής.

Για λόγους πληρότητας, αλλά και ευκολότερης κατανόησης, στη συνέχεια αποδεικνύεται, αρχικά, η σχέση υπολογισμού της παροχής μάζας για αγωγό κυκλικής διατομής και έπειτα η αντίστοιχη σχέση για αγωγό ορθογωνικής διατομής.

Στις αποδείξεις που ακολουθούν, χρησιμοποιούνται -όπως συμβαίνει εν γένει σε προβλήματα ρευστομηχανικής- αδιάστατα μεγέθη. Ένα οποιοδήποτε μέγεθος καθίσταται αδιάστατο εάν διααιρεθεί με το μέγεθος αναφοράς του.

Έτσι, για έναν αγωγό κυκλικής διατομής, ακτίνας  $R$ , Εικόνα 1, η στοιχειώδης παροχή μάζας  $dm$  που διέρχεται από έναν δακτύλιο ακτίνας  $dr$  είναι:

$$dm = \rho u dA = \rho u (2\pi r dr) \quad (2)$$



Εικόνα 1. Αγωγός κυκλικής διατομής.

όπου με ολοκλήρωση στο διάστημα  $[0, R]$  προκύπτει η παροχή μάζας στη συνολική διατομή του κυκλικού αγωγού, η οποία ισούται με:

$$m = \rho \int_0^R u 2\pi r dr = \rho 2\pi \int_0^R u r dr \quad (3)$$

$$u^+ = \frac{u}{U} \leftrightarrow u = u^+ U \quad (4)$$



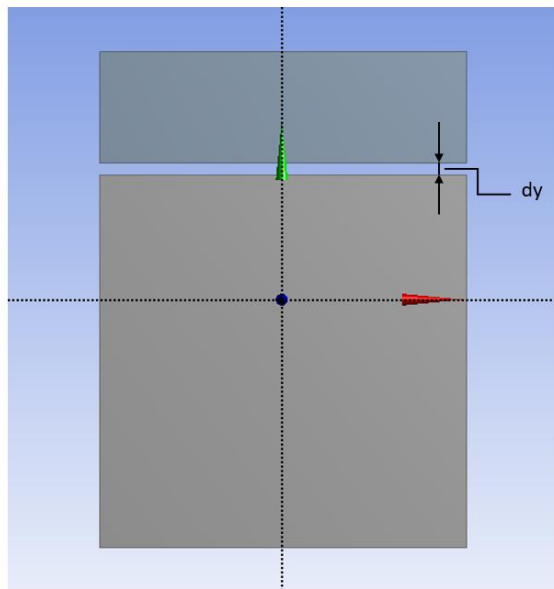
$$r^+ = \frac{r}{R} \leftrightarrow r = r^+ R \quad (5)$$

Αδιαστατοποιώντας τα μεγέθη της ταχύτητας και της ακτίνας που εμφανίζονται στην εξ. (3), με τη βοήθεια των εξ. (4) και (5), η τελική σχέση που δίνει την παροχή μάζας σε αγωγό κυκλικής διατομής, ακτίνας  $R$ , είναι:

$$m = \rho 2\pi \int_0^1 u^+ U r^+ R R dr^+ \leftrightarrow m = 2\pi \rho U R^2 \int_0^1 u^+ r^+ dr^+ \quad (6)$$

Όμοια, χρησιμοποιώντας την εξ. (2), προκύπτει και η παροχή μάζας για αγωγό ορθογωνικής διατομής, Εικόνα 2, όπου η στοιχειώδης διατομή  $dA$  ισούται με  $dA = b \cdot dy$ .

$$dm = \rho u dA = \rho u b dy \quad (7)$$



Εικόνα 2. Αγωγός ορθογωνικής διατομής.

Ολοκληρώνοντας την εξ. (7) στο διάστημα  $[0, Y]$  προκύπτει η παροχή μάζας στο ήμισυ του αγωγού ορθογωνικής διατομής (λόγω του ότι το σημείο αναφοράς και μέτρησης των αποστάσεων είναι τοποθετημένο στο κέντρο του αγωγού), η οποία ισούται με:

$$m = \rho \int_0^Y u b dy = \rho b \int_0^Y u dy \quad (8)$$

$$u^+ = \frac{u}{U} \leftrightarrow u = u^+ U \quad (9)$$

$$y^+ = \frac{y}{Y} \leftrightarrow y = y^+ Y \quad (10)$$

Αδιαστατοποιώντας τα μεγέθη της ταχύτητας και της κατακόρυφης απόστασης  $y$  από τον άξονα του αγωγού ορθογωνικής διατομής που εμφανίζονται στην εξ. (8), με τη βοήθεια των εξ. (9) και (10), η τελική σχέση που δίνει την παροχή μάζας στο ήμισυ του αγωγού ορθογωνικής διατομής είναι:

$$m = \rho b \int_0^1 u^+ U Y dy^+ \leftrightarrow m = \rho b U Y \int_0^1 u^+ dy^+ \quad (11)$$

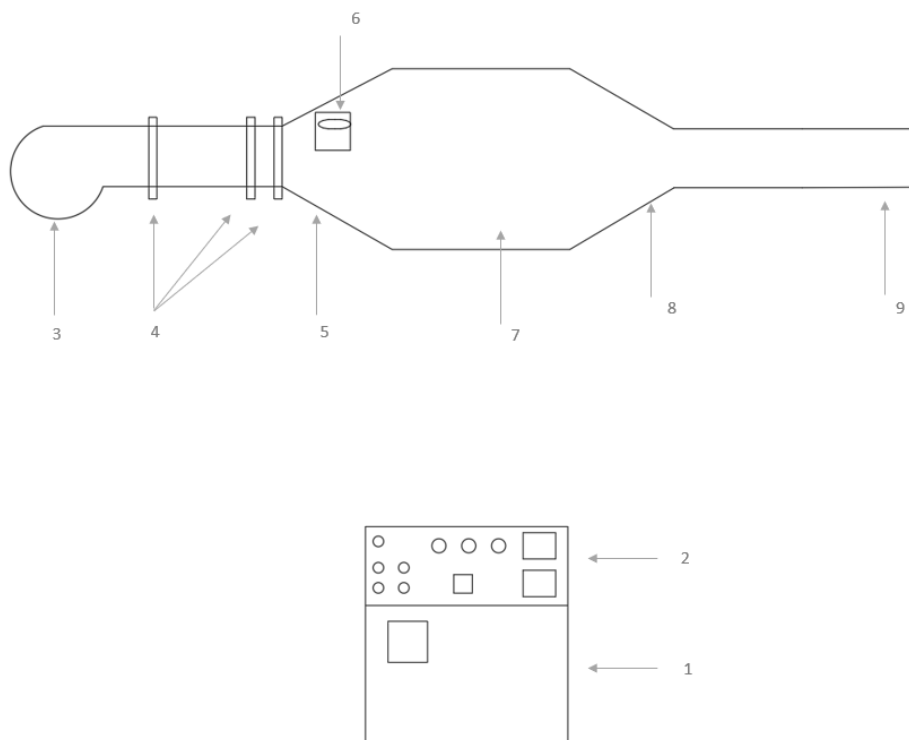
Είναι σαφές ότι για την εύρεση της συνολικής παροχής που διέρχεται από τον αγωγό ορθογωνικής διατομής πρέπει το αποτέλεσμα της εξ. (11) να διπλασιαστεί.

Τα ολοκληρώματα που περιέχονται στις εξ. (6) και (11) για την εύρεση της παροχής μάζας που διέρχεται από αγωγό κυκλικής και ορθογωνικής διατομής, αντίστοιχα, υπολογίζονται με τη μέθοδο Simpson ([ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ](#)).

### 3. ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗ

Η πειραματική εγκατάσταση, Εικόνα 3, αποτελείται από τα εξής επιμέρους τμήματα:

1. Πίνακα ελέγχου
2. Ρυθμιστική αντίσταση
3. Φυγοκεντρικό ανεμιστήρα
4. Πλέγματα
5. Διαχύτη
6. Μοιρογνωμόνιο
7. Θάλαμο καθησυχασμού
8. Ακροφύσιο
9. Θάλαμο μετρήσεων

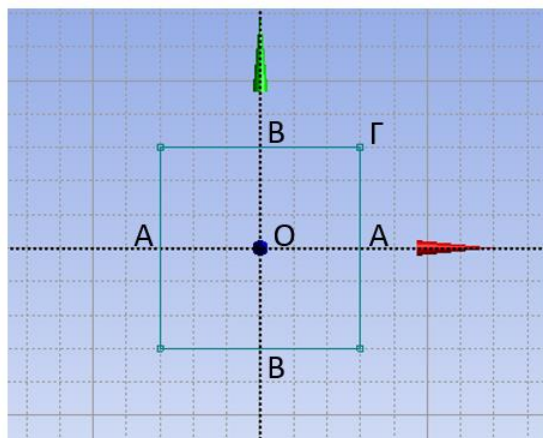


Εικόνα 3. Πειραματική εγκατάσταση.

#### 4. ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

Η πειραματική εγκατάσταση τίθεται σε λειτουργία με τη βοήθεια της ρυθμιστικής αντίστασης. Πιο συγκεκριμένα, ο ηλεκτροκινητήρας θέτει σε κίνηση τον φυγοκεντρικό ανεμιστήρα της εγκατάστασης και δημιουργείται ροή ρευστού (αέρα). Η ροή αυτή καθώς διασχίζει την αεροσήραγγα και προκειμένου να φτάσει όσο το δυνατόν πιο ομοιόμορφη στη διατομή εξόδου, όπου και λαμβάνονται οι πειραματικές μετρήσεις, διέρχεται κατά σειρά από διάφορα πλέγματα, από τον διαχύτη και τέλος από τον θάλαμο καθησυχασμού και το ακροφύσιο, προτού προσεγγίσει πλέον ομοιόμορφη τη διατομή εξόδου της εγκατάστασης.

Οι μετρήσεις κατανομής ταχύτητας λαμβάνονται, όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, στη διατομή εξόδου της εγκατάστασης (θάλαμος μετρήσεων) και ειδικότερα στις διευθύνσεις A – A και B – B, δηλαδή στους άξονες της διατομής, Εικόνα 4.



Εικόνα 4. Αγωγός τετραγωνικής διατομής.

Στην πράξη, και λόγω συμμετρίας, οι μετρήσεις λαμβάνονται στο ένα τέταρτο της διατομής του αγωγού (OBΓA) και προς τις δύο (2) κατευθύνσεις, ανά 2 cm, ξεκινώντας από το κέντρο O αυτής, με τη βοήθεια ηλεκτρονικού μανομέτρου. Στο ηλεκτρονικό μανόμετρο τυπώνεται το μέγεθος της δυναμικής πίεσης, από όπου έπειτα υπολογίζεται η ταχύτητα του ρευστού με τη διαδικασία που περιγράφεται στην ακόλουθη ενότητα ([ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ – ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ](#)).

## 5. ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ – ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Με βάση τις μετρήσεις δυναμικής πίεσης που λαμβάνονται με το ηλεκτρονικό μανόμετρο στον θάλαμο μετρήσεων του αγωγού τετραγωνικής διατομής (Εικόνα 4) της πειραματικής εγκατάστασης (Εικόνα 3), υπολογίζονται οι τιμές της ταχύτητας του ρευστού (αέρας) από τη σχέση:

$$P_d = \frac{1}{2} \rho u^2 \leftrightarrow u = \sqrt{2 \cdot P_d / \rho} \quad (12)$$

Έπειτα, προσδιορίζονται τα αδιάστατα μεγέθη της ταχύτητας  $u^+$  και της απόστασης  $y^+$  από τον άξονα του αγωγού τετραγωνικής διατομής, αντίστοιχα, και κατασκευάζονται διαγράμματα κατανομής ταχύτητας συναρτήσει της θέσης, για τέσσερις (4) συνολικά θέσεις κατά τον οριζόντιο άξονα  $x$ . Στο ίδιο σχήμα αποτυπώνονται και τα διαγράμματα της θεωρητικής κατανομής ταχύτητας, τα οποία προκύπτουν με εφαρμογή του νόμου του 1/7, εξ. (13). Ο νόμος του 1/7 προέρχεται από τη σχέση του Blasius και παρουσιάζει μεγάλη συμφωνία με πειραματικά αποτελέσματα για αριθμούς Reynolds έως 100,000.

$$\frac{u}{U} = \left(1 - \frac{r}{R}\right)^n \quad (13)$$

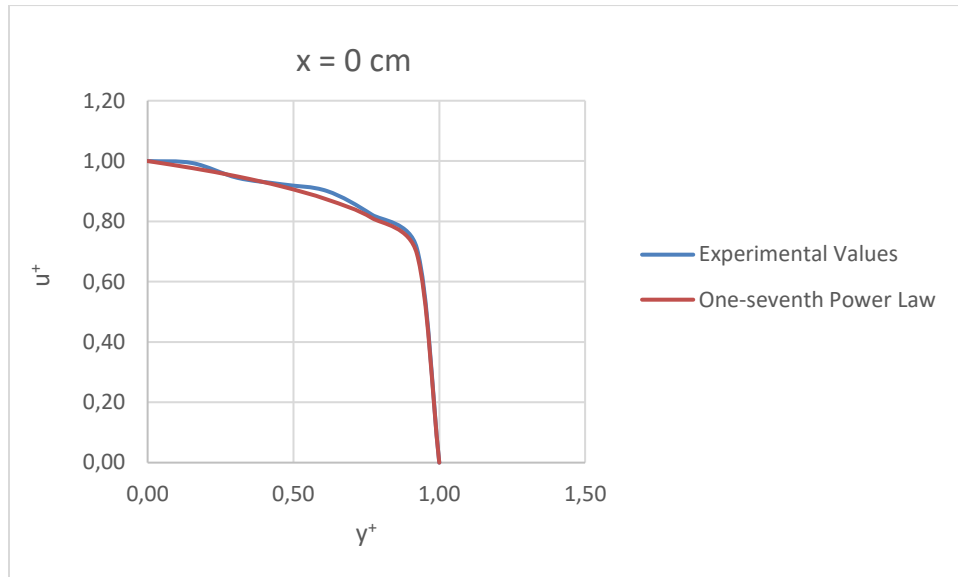
όπου  $n$  σταθερά που μεταβάλλεται με τον αριθμό Reynolds και λαμβάνει την τιμή  $n = 1/7$  για  $Re = 10^5$ .

Στη συνέχεια, για τις ίδιες θέσεις του οριζοντίου άξονα που επιλέχθηκαν προηγουμένως, αλλά και για τέσσερις (4) θέσεις του κατακόρυφου άξονα, κατασκευάζονται διαγράμματα του προφίλ ταχύτητας για τον αγωγό τετραγωνικής διατομής της πειραματικής εγκατάστασης.

Τέλος, υπολογίζεται με τη βοήθεια της μεθόδου Simpson το ολοκλήρωμα της εξ. (11) και προσδιορίζεται η συνολική παροχή μάζας που διέρχεται από τον αγωγό τετραγωνικής διατομής της πειραματικής εγκατάστασης.

Παρακάτω, παρατίθενται ενδεικτικά διαγράμματα, αντίστοιχα των ζητούμενων, όπου στο Σχήμα 1 φαίνεται το συγκριτικό διάγραμμα θεωρητικής (υπολογισμένης με τον νόμο του 1/7) και πειραματικής κατανομής ταχύτητας, για τη θέση  $x = 0$  cm, ενώ στο Σχήμα 2 και το Σχήμα 3

δίνονται τα προφίλ ταχύτητας (για το συνολικό ύψος της διατομής) κατά την κατακόρυφη και την οριζόντια διεύθυνση, στις θέσεις  $x = 0 \text{ cm}$  και  $y = 2 \text{ cm}$ , αντίστοιχα.



Σχήμα 1. Συγκριτικό διάγραμμα θεωρητικής και πειραματικής κατανομής ταχύτητας στη θέση  $x = 0 \text{ cm}$ .



Σχήμα 2. Προφίλ ταχύτητας για τον αγωγό τετραγωνικής διατομής στη θέση  $x = 0 \text{ cm}$ .



Σχήμα 3. Προφίλ ταχύτητας για τον αγωγό τετραγωνικής διατομής στη θέση  $y = 2$  cm.

Το σύνολο των αποτελεσμάτων, συμπεριλαμβανόμενων και των μετρήσεων δυναμικής πίεσης που λαμβάνονται κατά τη διεξαγωγή της εργαστηριακής άσκησης, θα παρουσιάζεται σε έναν συγκεντρωτικό πίνακα, όπως ο Πίνακας 1 που ακολουθεί.

Πίνακας 1. Συγκεντρωτικός πίνακας πειραματικών μετρήσεων και επεξεργασίας αποτελεσμάτων.

<b>ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΦΟΙΤΗΤΗ:</b> .....						
<b>ΕΤΟΣ:</b> .....						
<b>Α.Μ.:</b> .....						
<b>ΗΜ/ΝΙΑ ΔΙΕΞΑΓΩΓΗΣ ΕΡΓ. ΑΣΚΗΣΗΣ:</b> .....						
<b>ΩΡΑ ΔΙΕΞΑΓΩΓΗΣ ΕΡΓ. ΑΣΚΗΣΗΣ:</b> .....						
<b>ΟΜΑΔΑ:</b> .....						
<b>ΡΥΘΜΙΣΤΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ – ΘΕΣΗ .....</b>						
<b>x (cm)</b>	<b>y (cm)</b>	<b>P<sub>d</sub> (Pa)</b>	<b>u (m/s)</b>	<b>u<sup>+</sup></b>	<b>y<sup>+</sup></b>	<b>(<sup>u</sup>/U)<sub>th</sub></b>
0	0					
	2					
	4					
	6					
	8					
	10					
	12					
	13					
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮



**ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ**Μέθοδος Simpson

Έστω συνάρτηση  $f(x)$  και το ολοκλήρωμα αυτής  $I = \int_a^b f(x) dx$  στο διάστημα  $[a, b]$ . Η μέθοδος Simpson (σύνθετος τύπος) προσεγγίζει τη συνάρτηση  $f(x)$  με πολυώνυμο δευτέρου ( $2^{ου}$ ) βαθμού, εξ. (14), και αξιοποιείται συχνά σε εφαρμογές Μηχανικής.

$$I = \int_a^b f(x) dx = \frac{h}{3} [f(x_0) + 4 f(x_1) + 2 f(x_2) + \dots + 4 f(x_{n-1}) + f(x_n)] \quad (14)$$

όπου  $h = (b - a)/2n$  τα σταθερού πλάτους υποδιαστήματα (άρτιου αριθμού σε πλήθος,  $2n$ ) στα οποία χωρίζεται το διάστημα  $[a, b]$  και  $f(x_i)$  οι τιμές της συνάρτησης στα αντίστοιχα σημεία  $i = 0, 1, 2, \dots, n$ .

Εφαρμογή

Έστω αγωγός τετραγωνικής διατομής με πλευρά  $b = 16 \text{ cm}$  και ροή αέρα σε ατμοσφαιρικές συνθήκες. Έστω, επίσης, ότι έχουν ληφθεί πέντε (5) μετρήσεις της ταχύτητας ροής στην κατακόρυφη διεύθυνση από τον άξονα του αγωγού, σημείο  $(0, 0)$ , έως το τοίχωμά του, σημείο  $(0, 8)$ , οι τιμές των οποίων δίνονται στον Πίνακα 2.

Θεωρώντας ότι η μέγιστη ταχύτητα στον άξονα του αγωγού έχει μετρηθεί και ισούται με  $U = 19.87 \text{ m/s}$ , η παροχή μάζας που διέρχεται από τον ανωτέρω αγωγό θα δίνεται από την εξ. (11):

$$m = \rho b U Y \int_0^1 u^+ dy^+$$

Στην ανωτέρω σχέση όλα τα μεγέθη είναι γνωστά, εκτός από το ολοκλήρωμα  $\int_0^1 u^+ dy^+$ , το οποίο θα υπολογιστεί με τη βοήθεια της μεθόδου Simpson.

Αρχικά, καθορίζεται το σταθερό διάστημα  $h$  βάσει του (άρτιου) αριθμού υποδιαστημάτων στα οποία χωρίστηκε το (αρχικό) διάστημα  $[0,1]$ .

$$h = b - a/2n = 1 - 0/4 \leftrightarrow h = 1/4$$

Έπειτα, υπολογίζονται οι τιμές της αδιάστατης ταχύτητας  $u^+$ , με βάση τις μετρημένες τιμές της ταχύτητας ροής του Πίνακα 2.

Είναι:

$$u^+(x_0) = 1$$

$$u^+(x_1) = \frac{16.70}{19.87} \leftrightarrow u^+(x_1) = 0.84$$

$$u^+(x_2) = \frac{10.90}{19.87} \leftrightarrow u^+(x_2) = 0.55$$

$$u^+(x_3) = \frac{5.40}{19.87} \leftrightarrow u^+(x_3) = 0.27$$

$$u^+(x_4) = 0$$

Έτσι, το ολοκλήρωμα  $\int_0^1 u^+ dy^+$ , σύμφωνα με τη μέθοδο Simpson, θα ισούται με:

$$\begin{aligned} \int_0^1 u^+ dy^+ &= \frac{h}{3} [u^+(x_0) + 4 \cdot u^+(x_1) + 2 \cdot u^+(x_2) + 4 \cdot u^+(x_3) + u^+(x_4)] \\ &= \frac{1/4}{3} (1 + 4 \cdot 0.84 + 2 \cdot 0.55 + 4 \cdot 0.27 + 0) \\ &= \frac{1}{12} (1 + 3.36 + 1.10 + 1.08 + 0) \leftrightarrow \\ &\leftrightarrow \int_0^1 u^+ dy^+ = 0.545 \end{aligned}$$

Τελικά, η συνολική παροχή μάζας αέρα που διέρχεται από τον αγωγό τετραγωνικής διατομής είναι:

$$m = 2 \cdot \left( \rho b U Y \int_0^1 u^+ dy^+ \right) = 2 \cdot 1.2 \cdot 0.16 \cdot 19.87 \cdot 0.08 \cdot 0.545 \leftrightarrow m = 0.33 \text{ Kg/s}$$

Πίνακας 2. Μετρημένες τιμές ταχύτητας ροής αέρα στην έξοδο αγωγού τετραγωνικής διατομής.

Μετρήσεις Ταχύτητας	
Συντεταγμένες Σημείων Μέτρησης	Ταχύτητα Ροής (m/s)
$\mathbf{x}_0 = (0, 0)$	19.87
$\mathbf{x}_1 = (0, 2)$	16.70
$\mathbf{x}_2 = (0, 4)$	10.90
$\mathbf{x}_3 = (0, 6)$	5.40
$\mathbf{x}_4 = (0, 8)$	0.00

**Σημείωση:** Οι τιμές που αναγράφονται στον Πίνακα 2 ουδεμία σχέση έχουν με τις πειραματικές τιμές που λαμβάνονται κατά τη διάρκεια εκπόνησης της εργαστηριακής άσκησης. Είναι απλά ενδεικτικές τιμές που προσεγγίζουν την πραγματικότητα και χρησιμοποιούνται απλά και μόνο για το υπόδειγμα εφαρμογής του κανόνα Simpson.