

# **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8**

## **ΤΟ ΤΥΡΒΩΔΕΣ ΑΝΤΙΔΡΩΝ ΠΕΔΙΟ ΡΟΗΣ**

### **8.1 Θεμελιώδεις Αρχές και Φυσική του Τυρβώδους Πεδίου**

Προηγουμένως εξετάσαμε τα χαρακτηριστικά στρωτών φλογών, όπου είδαμε ότι στην στρωτή ροή υπάρχει μια ομαλότητα και μια τάξη, η μοναδική περίπτωση για να έχουμε ανάμιξη είναι να έχουμε μοριακή διάχυση, ενώ τα διάφορα προφίλ (ταχύτητας, θερμοκρασίας κλπ) που μετράμε με πολύ ευαίσθητα όργανα είναι ομαλά.

Σε μεγάλους αριθμούς Reynolds ή Grashof η ροή μεταπίπτει σε τυρβώδη. Στην τυρβώδη ροή οι στρόβιλοι που δημιουργούνται κινούνται τυχαία στο χώρο, ενώ η ροή βρίσκεται σε αταξία και δεν είναι ομαλή.

Ο λόγος για τον οποίο χρειαζόμαστε να αντιμετωπίσουμε και να επιλύσουμε το πρόβλημα της τύρβης γίνεται σαφής αν αναλογισθεί κανείς ότι όλα τα πεδία ροής πρακτικού ενδιαφέροντος, ακόμα και αυτά που περιέχουν χημικές αντιδράσεις είναι τυρβώδη (Tennekes and Lumley (1972), Bradshaw (1976), Spalding (1965), Williams (1965), Hinze (1975), Libby and Williams (1980), Peters (1992)).

#### **8.1.1 Γενικά Χαρακτηριστικά του Τυρβώδους Πεδίου**

Γενικά είναι δύσκολο να δοθεί ένας ακριβής ορισμός της τύρβης. Αυτό που μπορεί να κάνει κανείς είναι να περιγράψει την τυρβώδη ροή μέσω κάποιων γενικών χαρακτηριστικών. Αυτά είναι:

1. Η αταξία (irregularity). Είναι από τα πιο σημαντικά χαρακτηριστικά. Αυτό σημαίνει ότι ο υπολογισμός του ροϊκού πεδίου με βάση τις εξισώσεις Navier-Stokes είναι πολύ δύσκολος. Έτσι καταφεύγουμε στη βοήθεια της στατιστικής ανάλυσης.
2. Διαχυτότητα (diffusivity). Μέσω της χαοτικής κίνησης παρατηρείται έντονη ανάμιξη και αυξημένες τυρβώδεις εγκάρσιες ροές ορμής, θερμότητας και μάζας. Ο υπολογισμός αυτών των ροών είναι ο βασικός στόχος σε όλα σχεδόν τα τεχνικά προβλήματα.
3. Μεγάλος αριθμός Reynolds. Όλες οι τυρβώδεις ροές εμφανίζονται σε μεγάλους αριθμούς Re. Αυτό σημαίνει ότι η τυρβώδης ροή είναι αποτέλεσμα δυναμικής αστάθειας των παραπάνω εξισώσεων.

4. Τρισδιάστατες διακυμάνσεις στροβιλότητας (vorticity). Η τύρβη είναι πάντα τρισδιάστατη έστω και αν το πεδίο ροής είναι κατά βάση μονοδιάστατο ή δισδιάστατο. Η στροβιλότητα παίζει σημαντικό ρόλο στην δυναμική αστάθεια της ροής.
5. Εκφυλισμός ή απορρόφηση (dissipation) της Τυρβώδους Κινητικής Ενέργειας (T.K.E). Όπως το ιξώδες επενεργεί διαχυτικά, με το να μετατρέπει κινητική ενέργεια σε θερμότητα, το ίδιο παρατηρείται με την τύρβη. Αν η ροή δεν τροφοδοτείται συνεχώς με μηχανική ενέργεια, η ενέργεια της τύρβης εκφυλίζεται και στο τέλος μετατρέπεται σε θερμότητα, με επακόλουθο την εξαφάνιση της τύρβης.
6. Συνεχές Πεδίο Ροής (continuum). Η τύρβη είναι χαρακτηριστικό του πεδίου ροής και η μικρότερη κλίμακα τύρβης είναι πολύ μεγαλύτερη από αυτή της μοριακής δομής του ρευστού.
7. Χαρακτηριστικό της ροής. Η τύρβη εμφανίζεται μόνο όταν υπάρχουν μη μηδενικές ταχύτητες στο ρευστό, δηλ. όταν υπάρχει ροή.

Αν και όπως αναφέρθηκε παραπάνω δεν είναι εύκολο να δοθεί ένας ακριβής ορισμός για την τύρβη ο P. Bradshaw λέει ότι « η τύρβη είναι μια τρισδιάστατη, χρονικά μεταβαλλόμενη ροή όπου η διάταση των δινοσωλήνων (vortex stretching) δημιουργεί διακυμάνσεις στην ταχύτητα. Αυτές οι διακυμάνσεις επεκτείνονται σε όλα τα μήκη κύματος μεταξύ ενός ελάχιστου, που το προσδιορίζουν οι δυνάμεις ιξώδους και ενός μέγιστου, που το προσδιορίζουν οι οριακές συνθήκες της ροής».

Η βασική διάκριση μεταξύ του στρωτού και του τυρβώδους πεδίου ροής είναι η χρονική συμπεριφορά μιας διαταραχής ορισμένου πλάτους και συχνότητας που δημιουργείται μέσα στο πεδίο ροής. Συγκεκριμένα αν το πλάτος της τυχαίας διαταραχής που δημιουργείται μέσα στο πεδίο ροής (π.χ. λόγω τραχύτητας του σωλήνα) ελαττώνεται με το χρόνο τότε ομιλούμε περί στρωτής ροής. Αν όμως το πλάτος της διαταραχής αυξάνει με το χρόνο δείχνοντας έτσι ότι η αρχική διαταραχή (η αρχική αστάθεια στη ροή) μπορεί να αφαιρέσει από την ροή κινητική ενέργεια και στη συνέχεια να δημιουργήσει (να διασπάσει) και άλλες διαταραχές μικρότερου πλάτους και διαφορετικής συχνότητας (ο μηχανισμός αυτός θα οδηγήσει σε τυρβώδη ροή αν βρισκόμαστε στη μεταβατική περιοχή) τότε η ροή καλείται τυρβώδης.

Το τυχαίο είναι ουσιώδες χαρακτηριστικό της τύρβης. Μολονότι η ροή κυβερνάται από τις εξισώσεις Navier-Stokes, η επίδραση των οριακών συνθηκών εξαρτάται δραστικά από

μικροδιαταραχές. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την αδυναμία του προσδιορισμού του πεδίου ροής, με ακρίβεια, επί τη βάση ορισμένων μόνιμων οριακών συνθηκών. Κάτι που με τη σειρά του επιβάλλει τη χρήση των μεθόδων της στατιστικής.

Η στατιστική ανάλυση χρησιμοποιεί κατά κύριο λόγο δυο μεθόδους :

1. Την εύρεση των μέσων τιμών διαφόρων ποσοτήτων και των τυρβωδών διακυμάνσεων αυτών.
2. Την χρησιμοποίηση της συνάρτησης της πυκνότητας πιθανότητας (Probability Density Function – P.D.F)

Είναι ευνόητο λοιπόν, ότι η αντιμετώπιση των χημικώς αντιδρωσών τυρβωδών ροών αποτελεί μια πρόκληση λόγω των ανωτέρω χαρακτηριστικών. Στις περιπτώσεις αυτές το τυρβώδες ροϊκό πεδίο είναι συνεξυγμένο με τη χημική κινητική και πολλές φορές με αλλαγές φάσης.

Υπάρχει όμως συνεχώς αυξανόμενο ενδιαφέρον τα τελευταία χρόνια για την επίλυση του τυρβώδους αντιδρώντος πεδίου λόγω της ευρύτατης εφαρμογής του σε διάφορες συσκευές που εκτείνονται από, π.χ., αεριοστρόβιλους μέχρι σταθμούς παραγωγής ενέργειας και πυρκαγιές.

Η τυρβώδης φλόγα, αντίθετα με τη στρωτή, συχνά συνοδεύεται από θόρυβο και γοργές διαταραχές των ορίων της φλόγας. Ενώ για τη στρωτή φλόγα η ταχύτητα διάδοσης του μετώπου της φλόγας εξαρτάται μόνο από τη σύνθεση ( $\varphi$ ) και τις ιδιότητες του ρευστού ( $\rho$ ,  $k$ ,  $\mu$ ,  $D$ ) η ταχύτητα διάδοσης της τυρβώδους φλόγας εξαρτάται από τις συνθήκες του τυρβώδους πεδίου.

Μερικά επιπλέον χαρακτηριστικά τυρβωδών φλογών περιγράφονται συνοπτικά παρακάτω (Turns (1996), Kuo (1986)):

1. Η επιφάνεια της φλόγας είναι πολυσύνθετη και είναι δύσκολο να προσδιορίσουμε τις διάφορες επιφάνειες (π.χ. μέτωπο φλόγας) που χρησιμοποιήσαμε για να χαρακτηρίσουμε τη στρωτή φλόγα.
2. Λόγω των αυξημένων ιδιοτήτων μεταφοράς ( $\rho$ ,  $c_p$ ,  $\mu$ ,  $D$ ) η ταχύτητα της τυρβώδους φλόγας είναι πολύ μεγαλύτερη από αυτή της στρωτής.
3. Το ύψος της τυρβώδους φλόγας τύπου δέσμης (jet) είναι μικρότερο από αυτό της στρωτής για την ίδια παροχή, λόγω αέρα/καυσίμου και διατομών καυστήρα. Αυτό που φαίνεται με σύγκριση φωτογραφιών των φλογών είναι

ότι για μια συγκεκριμένη ταχύτητα το ύψος της φλόγας μειώνεται καθώς αυξάνει η ένταση της τύρβης.

4. Σε αντίθεση με τη στρωτή φλόγα, η ζώνη αντίδρασης είναι αρκετά παχύτερη .
5. Η ταχύτητα διάδοσης του μετώπου της τυρβώδους φλόγας αυξάνει καθώς αυξάνει ο αριθμός Re.

Στα επόμενα θα μελετήσουμε τις εξισώσεις που διέπουν την τυρβώδη μεταφορά σε χημικώς ή μη αντιδρώντα ροϊκά συστήματα και τις μεθόδους εύρεσης λύσης για της εξισώσεις αυτές.

## **8.1.2 Εξισώσεις Navier-Stokes, Μέσες Τιμές του πεδίου ροής, Τάσεις Reynolds και οι Εξισώσεις Τυρβώδους Μεταφοράς**

### **8.1.2.1 Εξισώσεις Navier-Stokes**

Όπως έχει ήδη συζητηθεί στο Κεφάλαιο 3 οι εξισώσεις που διέπουν και την τυρβώδη ροή είναι οι εξισώσεις Navier-Stokes. Για να απλοποιήσουμε τη θεώρηση θα αναφερθούμε κατ' αρχήν σε ασυμπίεστο ρευστό. Το πρόβλημα θα γενικευθεί ακόμη περισσότερο με άρση των παραπάνω παραδοχών στα κατωτέρω.

Οι εξισώσεις που περιγράφουν το φαινόμενο είναι οι εξισώσεις Navier-Stokes (Tennekes and Lumley (1972), Bradshaw (1976), Spalding (1965), Hinze (1975)) που εκφράζουν τη διατήρηση της ορμής του ρευστού στις 3 κατευθύνσεις  $x_i$  με αντίστοιχες ταχύτητες  $u_i$  .

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{8.1}$$

$$\rho \left[ \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho \sum_{k=1}^N (Y_k f_k) i$$

όπου  $\tau_{ij}$  είναι ο τανυστής των τάσεων όπως δίνεται στον Πίνακα 3.3.

Αντικαθιστώντας τις εκφράσεις αυτού του πίνακα οι εξισώσεις Navier-Stokes γίνονται:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0$$

(8.2)

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} u_j = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + \rho \sum_{k=1}^N (Y_k f_k) i$$

όπου  $u_i = u_i(x_i, t)$ ,  $P = P(x_i, t)$ ,  $Y_k =$  συγκέντρωση  $k$  συστατικού,  $f_k =$  πεδιακή δύναμη,  $i = 1, 2, 3$ .

Οι εξισώσεις διατήρησης της ορμής είναι μερικές διαφορικές εξισώσεις δεύτερου βαθμού ως προς τις χωρικές συντεταγμένες και παραβολικές (πρώτου βαθμού) ως προς τη χρονική συντεταγμένη. Για τη μελέτη ενός χημικώς αντιδρώντος ή μη τυρβώδους πεδίου ροής απαιτείται η επίλυση του συστήματος των τριών αυτών εξισώσεων μαζί με την εξίσωση της συνέχειας στον χώρο και στον χρόνο.

Από τα παραπάνω είναι φανερό ότι η επίλυση του συστήματος αυτού με τις κατάλληλες οριακές συνθήκες ( $u_i = u_i(x_i, t)$ ,  $P = P(x_i, t)$ ) είναι αδύνατο να επιτευχθεί, το δε μαθηματικό πρόβλημα απόδειξης ύπαρξης μοναδικής λύσης του συστήματος παραμένει άλυτο.

Εφόσον η λύση του συστήματος των εξισώσεων είναι αδύνατη με αναλυτικές μεθόδους είναι αναγκαίο να προσπαθήσουμε να επιλύσουμε το σύστημα με αριθμητική μέθοδο. Η ύπαρξη ηλεκτρονικών υπολογιστών μεγάλης ταχύτητας και χωρητικότητας μας επιτρέπει να ακολουθήσουμε αυτή τη δυνατότητα (Tennekes and Lumley (1972), Bradshaw (1976), Spalding (1965), Hinze (1975), Libby and Williams (1980), Peters (1992)).

Η αριθμητική επίλυση του συστήματος απαιτεί την αντικατάσταση των μερικών παραγώγων με αλγεβρικές διαφορές σε αριθμητικά σημεία (κόμβους ενός πλέγματος) με τα οποία καλύπτουμε το πεδίο ροής. Ας υποθέσουμε ότι έχουμε να επιλύσουμε ένα ροϊκό πεδίο τυπικής διάστασης  $d$ . Είναι γνωστό, από πειράματα, ότι μέσα στο πεδίο ροής υπάρχουν στρόβιλοι (που εμπεριέχονται και εκφράζονται από τον όρο  $\frac{\partial u_i}{\partial t}$ ) τυπικής διαστάσεως  $10^{-3} d$ . Για να αντιπροσωπευθεί αυτός ο στρόβιλος αριθμητικά πρέπει να τοποθετηθεί στη διάσταση  $10^{-3} d$  τουλάχιστον 1 αριθμητικό σημείο. Άρα σε όγκο  $d^3$  χρειαζόμαστε να βάλουμε  $10^9$  τουλάχιστον αριθμητικά σημεία. Έχουμε δε στα αντιδρώντα προβλήματα έναν μεγάλο αριθμό αγνώστων (βλέπε και Κεφ. 3) ( $u_i$ ,  $p$ ,  $Y_k$  κλπ) και κατά συνέπεια

χρειαζόμαστε μνήμη υπολογιστή τουλάχιστον  $5-10 \cdot 10^9$  words. Οι υπολογιστές που υπάρχουν σήμερα έχουν χωρητικότητα μνήμης της τάξης του  $10^8$  words. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι και η απευθείας αριθμητική επίλυση των εξισώσεων Navier-Stokes είναι αδύνατη για τα περισσότερα προβλήματα πρακτικού ενδιαφέροντος και θα παραμείνει αδύνατη για μερικά χρόνια ακόμη.

Παρόλα αυτά ο μηχανικός πρέπει να βρει λύση στα διάφορα προβλήματα γιατί όπως είναι φανερό πρέπει να σχεδιάσει έναν καυστήρα, έναν εναλλάκτη, έναν αεριοστρόβιλο, μια μηχανή εσωτερικής καύσης ή να βρει τρόπους να ελέγξει τις πυρκαγιές η και τη ρύπανση του περιβάλλοντος που προέρχεται από τις ανωτέρω εργομηχανές. Έτσι, λοιπόν, αναγκάζεται να προσφύγει σε προσεγγιστικές λύσεις.

### **8.1.2.2 Οι τάσεις Reynolds, μια προσέγγιση στο πρόβλημα**

Οι μικροδίνες που υπάρχουν μέσα στο πεδίο ροής των οποίων η κίνηση περιγράφεται από τις μη μόνιμες εξισώσεις Navier-Stokes, έχουν συχνότητες τις τάξεως των 100 Hz δηλαδή τυπική κλίμακα χρόνου για τις μικροδίνες είναι η  $t=10^{-2}$  sec. Στις πρακτικές εφαρμογές ο μηχανικός όμως δεν ενδιαφέρεται για χρονικές μεταβολές των ποσοτήτων  $u_i$ ,  $P$  σε διάρκεια  $10^{-2}$  sec, τυπική χρονική κλίμακα της μικροδίνης, αλλά σε πολλαπλάσια κλίμακα. Έτσι καταφεύγει στην απλοποίηση των εξισώσεων Navier-Stokes μεταβάλλοντας το εύρος των χρονικών και χωρικών κλιμάκων των φαινομένων που εμπεριέχονται στις εξισώσεις, μιας και δεν ενδιαφερόμαστε για τη μικροδομή του πεδίου ροής αλλά ικανοποιούμεθα με τις μέσες τιμές ταχύτητας, πίεσης, τάσεων και μετάδοσης θερμότητας και μάζας (Tennekes and Lumley (1972), Bradshaw (1976), Spalding (1965), Hinze (1975)).

Σε ένα οποιοδήποτε σημείο του τυρβώδους πεδίου η στιγμιαία ταχύτητα μεταβάλλεται με το χρόνο όπως δείχνει το σχήμα 8.1. Για να μπορέσει να γίνει αντιμετώπιση των εξισώσεων διατήρησης για τυρβώδεις χημικώς αντιδρώσες ή μη ροές είναι συνηθισμένο να αναλύουμε τις στιγμιαίες ποσότητες σε μέσες και διακυμαινόμενες, όπως φαίνεται στο σχήμα 8.1.

Στην κλασσική μέθοδο λήψης των χρονικά μέσων τιμών κατά Reynolds (Χρονικό Μέσο – X.M. ή X.M. Reynolds) η μέση τιμή μιας ποσότητας  $q$  ορίζεται ως :

$$\bar{q} = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} q(t) dt \quad (8.3)$$

Το Χ.Μ. είναι χρήσιμο μόνο όταν είναι ανεξάρτητο του  $t_0$ . Σ' αυτή την περίπτωση οι μέσες τιμές καλούνται στατιστικά μόνιμες ( Σχ. 8.1). Στην παραπάνω εξίσωση η έννοια του  $\Delta t$  είναι σχετική και σημαίνει ότι ο χρόνος ολοκλήρωσης είναι πάρα πολύ μεγάλος σχετικά με τη χρονική κλίμακα μεταβολής των δινών του πεδίου ροής (π.χ.  $t=10^{-2}$  sec άρα  $\Delta t \rightarrow \infty$  αν διαλέξουμε  $\Delta t=100$  sec).

Είναι δυνατό ακόμη και για  $\Delta t \rightarrow \infty$  (δες παράδειγμα  $\Delta t=100$  sec) η χρονική κλίμακα για την οποία ο μηχανικός ενδιαφέρεται να πάρει αποτελέσματα να είναι μεγαλύτερη κατά πολύ του χρόνου  $\Delta t$  στον οποίο παίρνεται η μέση τιμή της συνάρτησης  $q$  οπότε μπορεί να γραφεί στη γενικότητα ότι:

$$q(x_i, t) = \bar{q}(x_i, T) + q'(x_i, t) \quad (8.4)$$

$$\text{όπου} \quad \bar{q} = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} q' dt = 0$$

Για στατιστικά μόνιμες μέσες ροές η ποσότητα  $q$  μπορεί να αναλυθεί ως:

$$q(x_i, t) = \bar{q}(x_i) + q'(x_i, t) \quad (8.5)$$

και γενικά έχουμε :

$$u_i(x_i, t) = \bar{u}_i(x_i) + u_i'(x_i, t) \quad (8.6)$$

$$p(x_i, t) = \bar{p}(x_i) + p'(x_i, t) \quad (8.7)$$

$$\rho(x_i, t) = \bar{\rho}(x_i) + \rho'(x_i, t) \quad (8.8)$$

$$h_i(x_i, t) = \bar{h}_i(x_i) + h_i'(x_i, t) \quad (8.9)$$

$$T(x_i, t) = \bar{T}(x_i) + T'(x_i, t) \quad (8.10)$$

Επιπλέον αν  $f$  και  $g$  είναι δύο εξαρτημένες μεταβλητές και αν  $s$  υποδηλώνει οποιαδήποτε από τις ανεξάρτητες μεταβλητές  $x, y, z, t$  τότε ο κανόνας λήψης Χ.Μ. απαιτεί ότι:

$$\overline{\overline{f}} = \overline{f} \quad (8.11)$$

$$\overline{f + g} = \overline{f} + \overline{g} \quad (8.12)$$

$$\overline{f g} = \overline{f} \overline{g} \quad , \quad \overline{f' g'} = \overline{f' g} + \overline{f' g'} \quad (8.13)$$

$$\frac{d\overline{f}}{ds} = \frac{d\overline{f}}{ds} \quad (8.14)$$

$$\int \overline{f ds} = \int \overline{f} ds \quad (8.15)$$

και οι εξισώσεις διατήρησης μπορεί να εκφραστούν συναρτήσει των μέσων τιμών, των διακυμάνσεων και των συσχετισμών αυτών των ποσοτήτων.

Η εξίσωση της συνέχειας είναι :

$$\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho u_i}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{\rho' u_i'}}{\partial x_i} = 0 \quad (8.16)$$

Η εξίσωση της ορμής (ασυμπίεστο ρευστό)

$$\rho \left[ \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \overline{u_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \right] = - \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} - \overline{\rho u_i' u_j'} \right] + \overline{f_i} \quad (8.17)$$

όπου ο όρος  $-\overline{\rho u_i' u_j'}$  καλείται φαινομενική τάση ή τάση Reynolds.

Στη συνέχεια παρατίθεται η ανωτέρω εξίσωση για το καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων:



x-διεύθυνση

$$\rho \left[ \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right] = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \mu \nabla^2 \bar{u} + \bar{f}_x - \rho \left[ \frac{\overline{\partial u'^2}}{\partial x} + \frac{\overline{\partial u' v'}}{\partial y} + \frac{\overline{\partial u' w'}}{\partial z} \right] \quad (8.18)$$

y-διεύθυνση

$$\rho \left[ \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right] = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \mu \nabla^2 \bar{v} + \bar{f}_y - \rho \left[ \frac{\overline{\partial u' v'}}{\partial x} + \frac{\overline{\partial u'^2}}{\partial y} + \frac{\overline{\partial u' w'}}{\partial z} \right] \quad (8.19)$$

z-διεύθυνση

$$\rho \left[ \frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right] = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \mu \nabla^2 \bar{w} + \bar{f}_z - \rho \left[ \frac{\overline{\partial u' w'}}{\partial x} + \frac{\overline{\partial v' w'}}{\partial y} + \frac{\overline{\partial w'^2}}{\partial z} \right] \quad (8.20)$$

οι δε συνιστώσες του τανυστή των τάσεων Reynolds είναι:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \overline{\rho u'^2} & \overline{\rho u' v'} & \overline{\rho u' w'} \\ \overline{\rho u' v'} & \overline{\rho v'^2} & \overline{\rho v' w'} \\ \overline{\rho u' w'} & \overline{\rho v' w'} & \overline{\rho w'^2} \end{pmatrix} \quad (8.21)$$

Οι μέσες ταχύτητες της τυρβώδους ροής ικανοποιούν και εκφράζονται από τις ίδιες εξισώσεις όπως αυτές της στρωτής ροής πλην του γεγονότος ότι οι στρωτές τάσεις πρέπει τώρα να αυξηθούν κατά το ποσοστό των επιπρόσθετων τυρβωδών τάσεων. Οι παραπάνω εξισώσεις αν και είναι φαινομενικά ίδιες με τις εξισώσεις Navier-Stokes είναι σημαντικά απλούστερες γιατί έχουν πολύ μεγαλύτερη χρονική κλίμακα μεταβολής, δυστυχώς όμως η απλούστευση αυτή οδήγησε στην εισαγωγή των νέων αγνώστων, των τάσεων Reynolds. Για να επιλύσουμε τώρα το πεδίο ροής χρειαζόμαστε πληροφορίες και για τις τάσεις Reynolds και ειδικότερα για το μέγεθος των διαταραχών ταχύτητας  $u'_i(x_i, t)$  καθώς και των στατιστικών συσχετίσεών τους  $(\overline{u'_i u'_j})$ , δηλαδή χρειαζόμαστε γνώση των χαρακτηριστικών της τύρβης της ροής.

Οι τάσεις Reynolds όπως θα δειχθεί παρακάτω είναι οι σημαντικότερες τάσεις που επιδρούν στη διαμόρφωση του πεδίου ροής (π.χ. στο ρυθμό μετάδοσης θερμότητας).

### 8.1.2.3 Τάξη μεγέθους των τάσεων Reynolds

Η σημασία των τάσεων Reynolds στη διαμόρφωση των πεδίων ροής γίνεται εμφανής αν συγκριθούν με τις αντίστοιχες διατμητικές τάσεις του ρευστού που οφείλονται στο ιξώδες του, δηλαδή να εκτιμηθεί ο λόγος

$$k = \frac{\overline{-u_i u_j}}{\nu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)} = \frac{\text{τάσεις Reynolds}}{\text{διατμητικές τάσεις}}$$

Έστω για παράδειγμα ότι έχουμε τυρβώδη ροή σε σωλήνα διαμέτρου  $D$ . Η τάξη μεγέθους

του όρου  $\nu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$  είναι:  $O \left\{ \nu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right\} = \nu \frac{u_{\text{μέση}}}{D}$

Τυπικές διαταραχές της ταχύτητας  $u_i'$  στη ροή είναι (από πειράματα):  $O\{u_i'\} = 0.1 u_{\text{μέση}}$

Συνεπώς:  $O\{\overline{-u_i u_j}\} = 0.01 u_{\text{μέση}}^2$  και έτσι έχουμε:

$$k = \frac{\overline{-u_i u_j}}{\nu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)} = \frac{0.01 u_{\text{μέση}}^2}{\nu \frac{u_{\text{μέση}}}{D}} = 0.01 \frac{u_{\text{μέση}} D}{\nu} = 0.01 \text{Re} \quad (8.22)$$

οπότε για  $\text{Re} \geq 2500$  (για να έχουμε τυρβώδη ροή) προκύπτει ότι οι τάσεις Reynolds είναι τουλάχιστον μια τάξη μεγέθους μεγαλύτερες από τις συνήθεις διατμητικές τάσεις που οφείλονται στη συνεκτικότητα του ρευστού. Για αυτό για πλήρως τυρβώδη ροή πολλές φορές ο όρος,  $\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ , στις εξισώσεις Reynolds αγνοείται ως πολύ μικρός.

Η διαδικασία λήψης του X.M. έχει τα εξής μειονεκτήματα (Tennekes and Lumley (1972), Bradshaw (1976), Spalding (1965), Hinze (1975)):

1. Στην εξίσωση της συνέχειας προκύπτει ένας έξτρα όρος  $\left( \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho' u_j'}) \right)$  που χρειάζεται να υπολογισθεί ή να μοντελοποιηθεί
2. Αυτός ο όρος υπονοεί ότι υπάρχει μια μέση συναλλαγή μάζας δια μέσου μιας μέσης ροϊκής γραμμής, που είναι αντίθετο με τη θεώρηση της μέσης ροϊκής γραμμής.
3. Οι περισσότεροι συλλεκτικοί αισθητήρες μετρούν τιμές που προσεγγίζουν μαζικά μέσες τιμές και όχι χρονικά μέσες.
4. Οι προκύπτουσες εξισώσεις είναι κατά πολύ απλούστερες όταν το μέσο ληφθεί ως προς τη μάζα κατά Favre (Μαζικό Μέσο – M.M. Favre) (Libby and Williams (1980), Peters (1992)), Spalding (1965))

Μπορούμε να ορίσουμε μια μαζικά μέση ταχύτητα ως:

$$\tilde{u}_i \equiv \frac{\overline{\rho u_i}}{\overline{\rho}} \quad (8.23)$$

Η στιγμιαία ταχύτητα μπορεί να γραφεί τώρα ως :

$$u_i(x_i, t) \equiv \tilde{u}_i(x_i) + u_i''(x_i, t) \quad (8.24)$$

όπου  $u_i''(x_i, t)$  είναι η υπερτιθέμενη διακύμανση της ταχύτητας και όπου τώρα:

$$\overline{\rho u_i} = \overline{\rho u_i} + \overline{\rho u_i''} \quad \text{και} \quad \overline{\rho u_i''} = 0 \quad (8.25)$$

όμοια δε ορίζονται και οι άλλες ποσότητες .

Αποδεικνύεται τέλος ότι η σχέση μεταξύ του X.M. Reynolds και του M.M. Favre μιας οποιασδήποτε ποσότητας  $\Phi$  είναι:

$$\tilde{\Phi} - \overline{\Phi} = \frac{\overline{\rho' \Phi''}}{\overline{\rho}} = \frac{\overline{\rho' \Phi'}}{\overline{\rho}} \quad (8.26)$$

### 8.1.2.4 Οι μαζικά μέσες εξισώσεις διατήρησης και μεταφοράς

Επειδή οι πιο συνήθεις μέθοδοι μέτρησης των τυρβωδών ποσοτήτων στην καύση μετράνε συνήθως Χ.Μ. συσχετισμούς τυρβωδών διακυμάνσεων, ανεμομετρία θερμού νήματος, τα χρονικά μέσα θα διατηρηθούν για τον τανυστή των τάσεων και το διάνυσμα της ροής θερμότητας. Παρακάτω παραθέτουμε τις εξισώσεις διατήρησης και μεταφοράς κατά Favre (Libby and Williams (1980), Kuo (1986), Peters (1992)).

Εξίσωση της συνέχειας

$$\underbrace{\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t}}_I + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_j)}_{II} = 0 \quad (8.27)$$

Εξίσωση της ορμής

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} u_i)}_I + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j)}_II = - \underbrace{\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i}}_{II} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \underbrace{\tau_{ij}}_{III} - \underbrace{\bar{\rho} u_i'' u_j''}_{IV} \right) \quad (8.28)$$

Εξίσωση της ενέργειας

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} h)}_I + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{h} \tilde{u}_j)}_II = \underbrace{\frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + \tilde{u}_j \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j}}_{II} + \underbrace{u_j'' \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j}}_{III} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \underbrace{-\bar{q}_j}_{IV} - \underbrace{\bar{\rho} h'' u_j''}_{V} \right) + \underbrace{\bar{\tau}_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \tau_{ij} \frac{\partial u_i''}{\partial x_j}}_{VI} \quad (8.29)$$

Η φυσική ερμηνεία των παραπάνω όρων είναι :

- I: Μέσος ρυθμός μεταβολής της ενέργειας (ρh) ανά μονάδα όγκου και χρόνου
- II: Έργο που οφείλεται στη μακροσκοπική κίνηση
- III: Έργο που οφείλεται στην τριβή
- IV: Μεταφορά θερμότητας με αγωγή
- V: Τυρβώδης διάχυση της ενέργειας

VI: Απορρόφηση που οφείλεται στη μοριακή τριβή

Η εξίσωση της Τυρβώδους Κινητικής Ενέργειας, TKE

$$\underbrace{\frac{D}{Dt} \left( \frac{1}{2} \overline{\rho u_i'' u_j''} \right)}_I + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} \overline{u_k'' \left( \frac{1}{2} \rho u_i'' u_i'' \right)}}_{II} = \underbrace{- \overline{u_i'' \frac{\partial p}{\partial x_i}}}_{III} + \underbrace{\overline{u_i'' \frac{\partial \tau'_{ik}}{\partial x_k}}}_{IV} - \underbrace{\overline{\rho u_i'' u_k'' \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_k}}}_{V} \quad (8.30)$$

Η φυσική σημασία των παραπάνω όρων είναι :

I: Ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της τύρβης

II: Κινητική ενέργεια των διαταραχών που μεταδίδεται από τις διαταραχές ( δηλ. διάχυση της ενέργειας των διαταραχών )

III: Έργο που οφείλεται στην τύρβη

IV: Έργο των τάσεων ιξώδους που οφείλεται στη διακυμενόμενη κίνηση

V: Παραγωγή των τυρβωδών τάσεων, παραγωγή της τυρβώδους κινητικής ενέργειας

Η εξίσωση της διατήρησης της μάζας του συστατικού

$$\frac{\partial}{\partial t} (\overline{\rho \tilde{Y}_k}) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{\rho \tilde{Y}_k \tilde{u}_i}) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ D \overline{\rho} \frac{\partial \tilde{Y}_k}{\partial x_i} - \overline{\rho Y_k'' u_i''} \right] + \frac{\partial}{\partial x_i} D \overline{\rho} \frac{\partial \overline{Y_k''}}{\partial x_i} + \overline{\dot{\omega}_k} \quad (8.31)$$

### 8.1.3 Η υπόθεση Boussinesq

Ο Boussinesq (1877) ξεκινώντας από τη σχέση μεταξύ των τάσεων και του ρυθμού παραμόρφωσης του Newton διατύπωσε μια παρόμοια έκφραση και για τις τυρβώδεις τάσεις Reynolds, δηλαδή:

$$\tau_{\sigma\tau\omega\tau\eta\varsigma \rho\omega\eta\varsigma} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (8.32)$$

$$\tau_{\tau\upsilon\rho\beta\omega\delta\omega\varsigma \rho\omega\eta\varsigma} = -\overline{\rho u_i'' u_j''} = \mu_t \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right)$$

όπου  $\mu_t$  είναι ένας συντελεστής τυρβώδους ιξώδους (κατ' αναλογία του δυναμικού ιξώδους). Με αντικατάσταση των φαινομενικών τάσεων στην (8.17) η δεύτερη αγκύλη γίνεται:

$$(\mu + \mu_t) \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (8.33)$$

Με την υπόθεση λοιπόν Boussinesq οι εξισώσεις Reynolds είναι:

$$u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{(\mu + \mu_t)}{\rho} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (8.34)$$

και παίρνουν την ίδια μορφή με τις εξισώσεις Navier-Stokes με τις εξής δυο βασικές διαφορές (Tennekes and Lumley (1972), Bradshaw (1976), Spalding (1965), Hinze (1975), Libby and Williams (1980), Peters (1992)) :

- Οι ταχύτητες  $u_i$  στην παραπάνω σχέση είναι οι χρονικά μέσες  $\tilde{u}_i$
- Ο ενεργός συντελεστής κινηματικού ιξώδους της ροής,  $\mu_{eff} = \mu + \mu_t$  δεν είναι σταθερή ποσότητα (όπως ο  $\nu$  που είναι φυσική σταθερά του ρευστού), υπολογίζεται δε μέσω των τυρβωδών μοντέλων και εξαρτάται από την ποιότητα της ροής και όχι από το ρευστό (δηλ. από την τύρβη).

Στο πεδίο ροής με καύση οι μαζικά μέσες τάσεις Favre δίνονται από την :

$$\overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j} = \frac{2}{3} \delta_{ij} \left( \overline{\rho k} + \mu_t \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \right) - \mu_t \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (8.35)$$

οι δε τυρβώδεις ροές των βαθμωτών μεγεθών δίδονται από την:

$$\overline{\rho u_j'' Y_F''} = -\frac{\mu_t}{\sigma_t} \frac{\partial \tilde{Y}_F}{\partial x_j} \quad (8.36)$$

όπου  $\mu_t / \sigma_t = \alpha_t =$  συντελεστής τυρβώδους διαχυτότητας .

#### 8.1.4 Διαστατική ανάλυση, κλίμακες χώρου και χρόνου

Η πιο στοιχειώδης μορφή ανάλυσης που μπορεί να γίνει στο τυρβώδες πεδίο ροής είναι η διαστατική ανάλυση (dimensional analysis). Στην μέθοδο αυτή προσδιορίζονται οι βασικές ανεξάρτητες παράμετροι που επηρεάζουν το πεδίο. Οι παράμετροι αυτές συνδυάζονται ώστε να αδιαστατοποιήσουν τις υπόλοιπες.

Οι κύριες ανεξάρτητες παράμετροι είναι οι διαστάσεις του χώρου και του χρόνου. Οι διαστάσεις αυτές διαλέγονται έτσι ώστε η εξαρτημένη μεταβλητή να παρουσιάζει «τοπική αμεταβλητότητα» (local invariance) ή «αυτοσυντηρητικότητα» (self preservation) μέσα στο μέγεθος των παραπάνω παραμέτρων. Αυτό σημαίνει ότι η εξαρτημένη μεταβλητή επηρεάζεται άμεσα από τις αλλαγές των μεταβλητών μέσα σε μια περιοχή που ορίζουν οι παραπάνω διαστάσεις χώρου και χρόνου.

Για παράδειγμα η παράγωγος  $\mu \frac{\partial u}{\partial y}$  (δηλ η διατμητική τάση  $\tau$ ) επηρεάζεται μόνο από τη διαφορά  $\Delta u$  ( της ταχύτητας ) σε μήκος  $\Delta y$  που είναι της τάξης μεγέθους του πάχους  $\delta$  του οριακού στρώματος κλπ.

Στη θεωρία της τύρβης οι πιο γνωστές κλίμακες είναι δύο (Tennekes and Lumley (1972), Bradshaw (1976))

- Οι ολοκληρωτικές κλίμακες (Integral-I) χώρου / χρόνου
- Οι κλίμακες απορρόφησης ή εκφυλισμού (Dissipation scales)

Οι ολοκληρωτικές διαστάσεις ορίζονται με βάση τις παραμέτρους συσχετισμού και εκφράζουν το μέγεθος των στροβίλων που φέρουν το μεγαλύτερο ποσοστό της τυρβώδους κινητικής ενέργειας, T.K.E.

Οι κλίμακες απορρόφησης ή εκφυλισμού (ή μήκη Kolmogorov όπως αλλιώς αποκαλούνται) χαρακτηρίζουν τις μικρότερες δίνες της τύρβης όπου εκφυλίζεται η T.K.E σε θερμότητα μέσω της δράσης του ιξώδους.

Το μήκος Kolmogorov ( $l_k$ ) ορίζεται

$$l_k = \left( \frac{v^3}{\varepsilon} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (8.37)$$

όπου

$$\varepsilon = \nu \frac{\overline{\partial u'_i \partial u'_i}}{\partial x_j \partial x_j} = \frac{(k_{TKE})^{\frac{3}{2}}}{l_{turbulent}}$$

Η παράμετρος,  $\varepsilon$ , είναι ο ρυθμός εκφυλισμού της τυρβώδους κινητικής ενέργειας,  $k$ .

Ο ρυθμός που μεταφέρεται η τυρβώδης κινητική ενέργεια  $k \approx (\bar{u}'_i)^2$  είναι της τάξης  $\left(\frac{\bar{u}'_i}{l_i}\right)$  πριν αυτή καταστραφεί. Άρα

$$\varepsilon \approx k \frac{\bar{u}'_i}{l} \approx \frac{(\bar{u}'_i)^3}{l} \quad (8.38)$$

Για τη χρονική κλίμακα απορρόφησης χρόνου και ταχύτητας έχουμε :

$$\tau_k = \left(\frac{\nu}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{και} \quad \nu_k \approx (\nu \varepsilon)^{\frac{1}{4}} \quad (8.39)$$

Οι συσχετισμοί μεταξύ των μάκρο και μικρο κλιμάκων είναι (Tennekes and Lumley (1972), Bradshaw (1976), Spalding (1965), Libby and Williams (1980), Peters (1992)):

$$\frac{l_k}{l} \approx \left(\frac{\sqrt{k}l}{\nu}\right)^{-\frac{3}{4}} = \text{Re}_t^{-\frac{3}{4}}$$

$$\frac{\tau_k \sqrt{k}}{l} \approx \frac{\tau_k}{\tau_t} = \left(\frac{\sqrt{k}l}{\nu}\right)^{-\frac{1}{2}} = \text{Re}_t^{-\frac{1}{2}} \quad (8.40)$$

$$\frac{u_k}{\sqrt{k}} \approx \left(\frac{\sqrt{k}l}{\nu}\right)^{-\frac{1}{4}} = \text{Re}_t^{-\frac{1}{4}}$$

όπου  $\text{Re}_t = \frac{\sqrt{k}l}{\nu}$  = τυρβώδης αριθμός Reynolds και ο αριθμός Reynolds των μικροδινών είναι

$$\frac{\nu_k l_k}{\nu} = 1.$$



## **8.2 Τυρβώδεις φλόγες**

Όπως και στην περίπτωση της φλόγας στρωτής ροής, έτσι και στην τυρβώδη ροή η φλόγα εξαρτάται άμεσα από το αν έχουμε προαναμιγμένο το καύσιμο και το οξειδωτικό ή όχι. Στις περισσότερες όμως τις περιπτώσεις η ανάλυση βασίζεται σε εμπειρικές σχέσεις που έχουν προέλθει από πειραματικές μετρήσεις. Εδώ σημαντικές παράμετροι είναι η ένταση και η απόδοση της καύσης, θέση, το σχήμα, το μήκος, το πάχος και η ταχύτητα του μετώπου της φλόγας, οι κατανομές της θερμοκρασίας, για την μεταφορά θερμότητας και των συστατικών, για τις εκπομπές ρύπων, η ευσταθεια της φλόγας π.χ. η οπισθανάφλεξη και το εκφύσημα του μετώπου της φλόγας (Libby and Williams (1980), Peters (1992)).

### **8.2.1 Τυρβώδεις φλόγες πρόμιξης**

#### **8.2.1.1 Επίδραση της τύρβης επί της φλόγας**

Στην ανάλυση της φλόγας στρωτής ροής με πρόμιξη έγινε η υπόθεση ότι η φλόγα είναι μία συνεχής λεπτή ζώνη. Στην περίπτωση της τυρβώδους φλόγας τα πράγματα δεν είναι τόσο απλά και οι υποθέσεις ποικίλουν. Η ένταση της τύρβης (δηλ. Ο λόγος  $\frac{\sqrt{(u')^2}}{U_\infty}$ ) και το μέγεθος των δινostroβίων παίζουν μεγάλο ρόλο. Εν γένει ο ρυθμός αντίδρασης αυξάνει με την τύρβη. Οι πιο βασικοί λόγοι για την αύξηση αυτή είναι:

- α) Η τυρβώδης ροή διαστρέφει τη φλόγα, σχήμα 8.2. Η επιφάνειά της ζαρώνει με αποτέλεσμα να αυξάνει το εμβαδόν της (και φυσικά ο ρυθμός κατανάλωσης καυσίμου) χωρίς να αλλάζει η στρωτή ταχύτητα της φλόγας αλλά φυσικά αυξάνει σημαντικά η τυρβώδης ταχύτητα. Αυτό παρατηρείται σε τυρβώδης φλόγες με δίνες μεγάλου μεγέθους και μικρής έντασης - ‘ζαρωμένες’ φλόγες (wrinkled flame regime).
- β) Η τύρβη αυξάνει τους συντελεστές μεταφοράς (ορμής, θερμότητας, μάζας) με αποτέλεσμα την αύξηση της ταχύτητας της φλόγας, ιδίως όταν το μέγεθος των δινών είναι μικρό και η ένταση της τύρβης μεγάλη- ‘διανεμημένες’ φλόγες (distributed flame regime).
- γ) Η ανάμιξη που δημιουργεί η τύρβη είναι πολύ έντονη με αποτέλεσμα η φλόγα να είναι μεγάλου πάχους και μεγάλης ομοιομορφίας.

Η ανάλυση στο παρελθόν προσέγγισε τις παραπάνω περιπτώσεις ξεχωριστά αλλά παρόλα αυτά ακόμα και σήμερα δεν υπάρχει ενιαία θεωρία για την ταχύτητα της τυρβώδους φλόγας (Libby and Williams (1980), Peters (1992)).

### 8.2.1.2 Θεωρίες για την ταχύτητα της τυρβώδους φλόγας πρόμιξης

Η τυρβώδης φλόγα, είτε πρόμιξης είτε διάχυσης, εξαρτάται έντονα από το τυρβώδες πεδίο. Η πρώτη προσέγγιση στον υπολογισμό της ταχύτητας της τυρβώδους φλόγας βασίστηκε στην υπόθεση ότι η τύρβη 'ζαρώνει η συρρικνώνει' τη φλόγα της στρωτής ροής. Η υπόθεση αυτή βασίστηκε στις παρατηρήσεις που είχαν γίνει στο παρελθόν ότι εμφανίζεται δηλαδή παραμόρφωση της φλόγας. Η πρώτη ανάλυση είναι αυτή που έκανε ο Damkohler (1940), (αναφορά στον Turns (1996)) ο οποίος βρήκε ότι η ταχύτητα της φλόγας είναι

α) ανεξάρτητη του αριθμού του Re όταν  $Re \leq 2300$

β) ανάλογη της τετραγωνικής ρίζας του αριθμού Re όταν  $2300 \leq Re \leq 6000$

γ) ανάλογη του αριθμού Re όταν  $Re \geq 6000$

Προφανώς η δεύτερη και τρίτη περίπτωση επηρεάζονται από την τύρβη και έτσι η μετρούμενη ταχύτητα της φλόγας εξαρτάται από την γεωμετρία του καυστήρα και την ροή. Στο διάστημα  $2300 \leq Re \leq 6000$  η τύρβη είναι μικρής κλίμακας το οποίο σημαίνει ότι το μέγεθος των δινών και το μήκος της μίξης είναι πολύ μικρότερα από το πάχος του μετώπου της φλόγας. Το φαινόμενο αυτό (μικρής κλίμακας δίνες) αυξάνει την ένταση των διαδικασιών μεταφοράς μαζί με το κύμα καύσης. Έτσι τα φαινόμενα μεταφοράς (θερμότητας και μάζας) λαμβάνουν χώρα λόγω της τυρβώδους διάχυσης και όχι λόγω της μοριακής διάχυσης.

Όταν  $Re \geq 6000$  το μέγεθος των δινών είναι συγκεκριμένο με τη διάμετρο του σωλήνα και πολύ μεγαλύτερο από το πάχος του μετώπου της στρωτής φλόγας. Οι μεγάλης κλίμακας δίνες δεν συντελούν τόσο στην αύξηση της διάχυσης όσο συντελούν οι μικρότερης κλίμακας δίνες αλλά ζαρώνουν το ομαλό μέτωπο της στρωτής φλόγας όπως φαίνεται στο σχήμα 8.2. Αυτό το ζάρωμα της φλόγας έχει σαν συνέπεια την αύξηση του λόγου (μέτωπο της φλόγας/επιφάνεια του σωλήνα) και κατά συνέπεια η ταχύτητα της φλόγας αυξάνει χωρίς καμία αλλαγή στη στιγμιαία ανάπτυξη της φλόγας..

Όπως αναφέρθηκε πιο πάνω κατά Damkohler οι μικρής κλίμακας δίνες (υψηλή ένταση της τύρβης) αυξάνουν τους συντελεστές μεταφοράς. Επίσης η ταχύτητα της στρωτής φλόγας ( $S_L$ ) ορίζεται από την εξίσωση (5.7), άρα είναι λογικό να περιμένουμε ότι η ταχύτητα της τυρβώδους φλόγας είναι:

$$S_T \propto \sqrt{\alpha_T RR} \quad (8.41)$$

Όπου  $\alpha_T = \alpha$  τυρβώδης συντελεστής θερμικής διαχυτότητας και  $RR = \alpha$  ρυθμός αντίδρασης.

Έτσι:

$$\frac{S_T}{S_L} \approx \left( \frac{\alpha_T}{\alpha} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (8.42)$$

Αν τώρα ο τυρβώδης ρυθμός Prandtl ( $= \nu_T / \alpha_T$ ) και ο ‘στρωτός’ (αυτός που βασίζεται στις μοριακές ιδιότητες μεταφοράς) αριθμός Prandtl ( $= \nu / \alpha$ ) είναι κατά προσέγγιση ίσοι με τη μονάδα τότε η εξίσωση γίνεται:

$$\frac{S_T}{S_L} \approx \left( \frac{\nu_T}{\nu} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (8.43)$$

Και για ροή μέσα σε σωλήνα ισχύει  $\nu_T / \nu \approx 0.01 \text{Re}$  άρα:

$$\frac{S_T}{S_L} \approx 0.1 \text{Re}^{\frac{1}{2}} \quad (8.44)$$

Για της περίπτωση που έχουμε δίνες μεγάλης κλίμακας (χαμηλή ένταση της τύρβης) η φλόγα ζαρώνει η συρρικνώνει αλλά οι μοριακοί συντελεστές μεταφοράς παραμένουν ως έχουν και ως εκ τούτου η ταχύτητα της στρωτής φλόγας παραμένει σταθερή. Με βάση τα παραπάνω έχουμε ότι για σταθερή  $S_L$  η επιφάνεια της φλόγας είναι ανάλογη της ταχύτητας της ροής και είναι λογικό να θεωρήσουμε ότι η αύξηση της επιφάνειας της φλόγας μέσω της τύρβης θα είναι ανάλογη της  $u'_{\text{rms}}$ . Επίσης αφού όπως ξέρουμε το τυρβώδες κινηματικό ιξώδες ( $\nu_t$ ) είναι ανάλογο του γινόμενου της έντασης της τύρβης επί το μήκος μίξης (το οποίο μπορεί να θεωρηθεί σταθερό) έχουμε ότι η  $u'_{\text{rms}}$  είναι ανάλογη του  $\nu_t$ . Επίσης έχουμε ότι  $\nu_t \sim \text{Re}$  για σταθερό  $\nu$ .

Συνοψίζοντας έχουμε :

$$\frac{S_T}{S_L} \propto \text{επιφάνεια της φλόγας} \propto \text{διακύμανσης τύρβης} \propto \nu_T \propto \text{Re}$$

Τέλος έχει βρεθεί πειραματικά ότι:  $S_T = A \text{Re} + B$  όπου  $A, B =$  σταθερές. Η παραπάνω σχέση επαληθεύει της ανάλυση του Damkohler (για μεγάλης κλίμακας δίνες) αρκετά ικανοποιητικά.

Ο Schelkin (1943) (αναφορά στον Kuo (1986)) επέκτεινε την παραπάνω ανάλυση θεωρώντας την επιρροή του χρόνου χημικής αντίδρασης ( $\tau_r$ ) στην τύρβη. Έτσι πρότεινε για στρωτές φλόγες:

$$S_L \propto \sqrt{\frac{a}{\tau_r}} \propto \sqrt{\frac{k}{\rho C_p \tau_r}} \propto \sqrt{\frac{k}{\tau_r}} \quad (8.45)$$

και όμοια για τυρβώδης φλόγες:

$$S_T \propto \sqrt{\frac{k+k_t}{\tau_r}} = \sqrt{\frac{k}{\tau_r} \left(1 + \frac{k_t}{k}\right)} = S_L \sqrt{1 + \frac{k_t}{k}} \quad (8.46)$$

Όπου  $\tau_r$  είναι ο χρόνος αντίδρασης.

Για τις δίνες μεγάλης κλίμακας ο Schelkin (1943), (αναφορά Kuo (1986)) υπέθεσε ότι η συρρίκνωση (το ζάρωμα) της φλόγας είναι μορφής κώνου και υπολόγισε ότι:

$$S_T = S_L \left[ 1 + \left( \frac{2u'}{S_L} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (8.47)$$

Φυσικά όταν η ένταση της τύρβης ( $u'$ ) ανέλθει πολύ ώστε  $u' \gg S_L$  τότε:

$$s_T \sim u' \quad (\acute{o}\pi\omega\varsigma \text{ υπέθεσε ο Damkohler})$$

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω ο Damkohler πρότεινε ότι η ταχύτητα της τυρβώδους φλόγας είναι ανάλογη του  $\sqrt{\alpha_T RR}$ . Σ' αυτή την υπόθεση υπάρχει ένα λάθος όμως, όταν το  $\alpha_T$  τείνει στο 0, το  $S_T$  τείνει και αυτό στο 0. Στην πραγματικότητα το  $S_T$  τείνει στο  $S_L$  καθώς το  $\alpha_T$  τείνει στο 0. Έτσι για να εξαλειφθεί αυτό το μειονέκτημα ο Karlovitz (1951), (αναφορά Turns (1996)), προτείνει:

$$S_T \approx S_L + u'_{rms} \quad (8.48)$$

Όπου  $u'_{rms}$  είναι η ένταση της τύρβης και ορίζεται σαν τη τετραγωνική ρίζα του τετραγώνου της ταχύτητας διαταραχής. Ακόμη έχουμε:

$$u'_{rms} \propto \sqrt{\alpha_T RR}$$

Και έτσι έχουμε:

$$\frac{S_T}{S_L} = 1 + K_1 \sqrt{\frac{a_T}{a}} \quad (8.49)$$

Όπου  $K_1$  πειραματική σταθερά. Άλλοι ημιεμπειρικοί συσχετισμοί που καλύπτουν αυτές τις προϋποθέσεις είναι η έκφραση του Klimov (1983), (αναφορά Turns (1996)),

$$\frac{S_t}{S_L} = 3.5 \left( \frac{u'}{S_L} \right)^{0.7} \quad (8.50)$$

η έκφραση του Clavin and Williams (1982), (αναφορά Turns (1996)),

$$\frac{S_t}{S_L} = \left\{ 0.5 \left[ 1 + \left( 1 + 8 \frac{u'^2}{S_L^2} \right)^{1/2} \right] \right\}^{1/2} \quad (8.51)$$

και η έκφραση του Gulder (1998) (αναφορά στον Turns (1996))

$$\frac{S_t}{S_L} = 1 + 0.62 \left( \frac{u'}{S_L} \right)^{1/2} (\text{Re}_t)^{1/4} \quad (8.52)$$

Επειδή οι διάφορες θεωρίες δεν είναι ακόμα απολύτως επιτυχείς για την περιγραφή της μεταβολής  $S_t$  vs  $\text{Re}$  σε όλο το εύρος των  $\text{Re}$ , οι περιοχές της τυρβώδους προμιγμένης καύσης περιγράφονται μέσω αδιάστατων αριθμών και διαγραμμάτων. Ο αριθμός Damkohler,  $\text{Da}$  και ο αριθμός Karlovitz,  $\text{Ka}$ , είναι δύο βασικοί αριθμοί όπου

$$\text{Da} = (\text{χρόνος μίξης}) / (\text{χρόνος χημείας}) = \frac{l_t / u'}{\delta_L / S_L} = \frac{S_L \cdot l_t}{u' \delta_L} \quad (8.53)$$

$$\text{Ka} = (\text{κλίμακα μήκους τύρβης} / \text{κλίμακα Kolmogorov})^2 = \left( \frac{l_t}{l_k} \right)^2$$

Όταν  $\text{Re} \gg 1$  και  $\text{Ka} \ll 1$  έχουμε λεπτά και 'ζαρωμένα' μέτωπα φλόγας και όταν  $\text{Re} \gg 1$  και  $\text{Ka} \gg 1$  έχουμε 'διανεμημένα' μέτωπα φλόγας. Στην πρώτη περίπτωση ισχύουν οι σχέσεις 8.47, 8.50, 8.51, 8.52 και στη δεύτερη οι σχέσεις 8.42, 8.43

### **8.2.2 Τυρβώδεις φλόγες διάγυσης**

Αυτές αποτελούν τη σημαντικότερη περίπτωση φλογών, από πλευράς πρακτικών εφαρμογών. Περιλαμβάνουν τόσο τις φλόγες δέσμης (jet), του οριακού στρώματος

(boundary layer) κλπ όσο και την διαφασική καύση σταγονιδίων (για τα οποία έχουμε μιλήσει στο Κεφ.7) και σωματιδίων π.χ. άνθρακα, η την καύση λιμνωδών φλογών και πυρκαγιών στα δάση. Εδώ θα γίνει αναφορά και συζήτηση για τη μονοφασική φλόγα δέσμης (Spalding (1965), Williams (1965), Kanury (1975), Libby and Williams (1980), Peters (1992)).

### 8.2.2.1 Γενικά χαρακτηριστικά της τυρβώδους φλόγας διάχυσης

Η τυρβώδης φλόγα δέσμης έχει αναλυθεί λεπτομερώς, και θεωρητικά και πειραματικά λόγω των πολλών πρακτικών εφαρμογών της. Η δέσμη μπορεί να είναι πολλών ειδών. Μπορεί να είναι δισδιάστατη ή αξονοσυμμετρική. Η πιο απλή μορφή της είναι εκροή καυσίμου από σωλήνα σε λιμνάζουσα ατμόσφαιρα. Μπορεί να έχει περιστροφική ταχύτητα ή μεγάλη αξονική ταχύτητα. Ο εξωτερικός αέρας μπορεί να έχει ταχύτητα παράλληλη (π.χ. συρρέουσα δέσμη) ή εγκάρσια προς τη ροή της δέσμης κτλ. Η βασική ανάλυση αφορά την απλή δέσμη, αξονοσυμμετρικής μορφής (η οπή έκχυσης είναι κυκλικής διατομής σε λιμνάζουσα ατμόσφαιρα). Η επίδραση της καύσης στη ροή θεωρείται ότι θα είναι αμελητέα.

Στη δέσμη αυτή η δομή της τύρβης και το μήκος της φλόγας εξαρτώνται από την ταχύτητα εκροής,  $u_0$ . Στο σχήμα 8.3 φαίνεται το είδος και το μήκος της φλόγας, και το είδος της ροής καθώς αυξάνει η  $u_0$ . Στο σχήμα 8.3 παρατηρούμε ότι έχουμε στην αρχή φλόγα στρωτής ροής, όπου το μήκος αυξάνει με την  $u_0$  και στη συνέχεια μία γρήγορη μεταβατική (transition) περιοχή προς την τυρβώδη ροή στην οποία το μήκος είναι σχεδόν ανεξάρτητο της  $u_0$ . Εν γένει έχει αποδειχθεί πειραματικά ότι το μήκος της φλόγας ( $x_{f1}$ ) είναι ανάλογο της διαμέτρου του στομίου (D).

Οι αντίστοιχες συσχετίσεις για τα μήκη φλόγας στην τυρβώδη καύση δέσμης για μερικά καύσιμα σε αέρα έχει ως εξής:

Καύσιμο	$x_{f1}/D$
CO (Μονοξείδιο του άνθρακα)	45
H <sub>2</sub> (Υδρογόνο)	130
C <sub>2</sub> H <sub>2</sub> (Ακετυλενιο)	175
C <sub>3</sub> H <sub>8</sub> (Προπανιο)	295

### 8.2.2.2 Η θεώρηση της τυρβώδους φλόγας δέσμης

Η τυρβώδης δέσμη εμφανίζεται όταν (Kuo (1986), Turns (1996), Kanury (1975)):

$$\text{Re}_{D_0} = \frac{D_0 \mu_0}{\nu} \geq 1.5 + 3 \cdot 10^4 \quad (8.54)$$

Η μαθηματική ανάλυση της δέσμης είναι παρόμοια με αυτή της στρωτής ροής (Κεφ.5). Υπάρχει επίσης το πρόβλημα της αυξημένης διάχυσης λόγω των τάσεων Reynolds. Η πιο παραδοσιακή και στοιχειώδης προσέγγιση προϋποθέτει ότι:

$$-\rho \overline{u'v'} = \mu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (8.55)$$

Όπου  $\mu_t$  είναι το τυρβώδες 'φαινομενικό' ιξώδες.

Επίσης για τυρβώδη διάχυση ενέργειας και μάζας έχουμε:

$$-\rho C_p \overline{T'v'} = k_T \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \quad (8.56)$$

και

$$-\rho \overline{Y'v'} = D_t \frac{\partial \bar{Y}}{\partial y}$$

όπου  $\bar{T}$  και  $\bar{Y}$  είναι η μέση θερμοκρασία και συγκέντρωση αντίστοιχα.

Επίσης ορίζουμε τους αριθμούς Prandtl ( $\text{Pr}_t$ ) και Schmidt ( $\text{Sc}_t$ ) από τις σχέσεις:

$$\text{Pr}_t = \frac{C_p \mu_t}{k_t}$$

$$\text{Sc}_t = \frac{\mu_t}{\rho D_t}$$

$$\text{Le}_t = \frac{k_t}{\rho C_p D_t}$$

Οι τυπικές περιοχές των αριθμών αυτών είναι:  $0.5 < Pr_t \approx Sc_t \approx Le_t < 1.5$ . Οι τιμές των  $\mu_t$ ,  $k_t$  και  $D_t$  στο βασικό επίπεδο προσέγγισης υπολογίζονται μέσω των βαθμίδων των μέσων παραμέτρων δηλαδή:

$$\mu_t = \rho l_m^2 \left| \frac{d\bar{u}}{dy} \right| \quad (8.57)$$

όπου  $l_m$  = μήκος τυρβώδους ανάμιξης.

Από τη διαστατική ανάλυση η σχέση ( $\mu_t = f(k, l)$ ) ( $k$  = τυρβώδης κινητική ενέργεια,  $l$  = χαρακτηριστικό μήκος δινών) βγαίνει η υποχρεωτική σχέση:

$$\mu_t = C_t \sqrt{k}^{\frac{1}{2}} l_t \quad (8.58)$$

Όπου  $C_t = \text{σταθερά} = 0.09$ .

Από τον ορισμό του μήκους ανάμιξης έχουμε ότι :

$$\sqrt{k}^{\frac{1}{2}} \sim l_m \left| \frac{d\bar{u}}{dy} \right| \quad \left( \sqrt{k}^{\frac{1}{2}} \sim u' \right)$$

Για την αξονοσυμμετρική δέσμη έχει βρεθεί πειραματικά ότι  $l_m \approx 0.075 \delta$ , όπου  $\delta$  = η ακτίνα της δέσμης. Η  $\delta$  είναι δύσκολο να ορισθεί ακριβώς με αποτέλεσμα συνήθως να χρησιμοποιείται η ακτίνα όπου η ταχύτητα είναι ίση με το μισό της μέγιστης ( $r_{1/2}$ ). Από πειραματικές μετρήσεις βγαίνει ότι:

$$\frac{\delta}{r_{1/2}} \approx 2.5$$

Έτσι έχουμε:  $l_m = 0.187 r_{1/2}$  και  $\mu_t \approx 0.0256 \rho u_{αξ} r_{1/2}$ , όπου  $u_{αξ}$  = μέγιστη ταχύτητα στον άξονα της δέσμης.

Από τη λύση για τη στρωτή ροή έχουμε αντικαθιστώντας όπου  $\nu$  (η  $\mu$ ) το  $\nu_t$  (η  $\mu_t$ ) όπως υπολογίσαμε πριν ((Spalding (1965), Williams (1965), Kanury (1975), Libby and Williams (1980), Peters (1992), Turns (1996)):

$$\frac{u_{αξονική}}{u_0} = 6.57 \frac{D_0}{x}$$



$$\frac{u}{u_{a\xi}} = \frac{1}{\left[1 + 0.414 \left(\frac{r}{r_{1/2}}\right)^2\right]^2} \quad (8.61)$$

$$\frac{u}{u_0} = \frac{6.57D_0}{x \left[1 + 0.414 \left(\frac{r}{r_{1/2}}\right)^2\right]^2}$$

$$\frac{r_{1/2}}{x} = 2.97 \left[0.0512 \frac{u_{a\xi} r_{1/2}}{u_0 D_0}\right] = 0.0845$$

$$\frac{r_{1/2}}{x} = 2.97 \left(\frac{v}{u_0 r_0}\right)$$

Αν κάνουμε την υπόθεση ότι  $Sc_t = 1$  (δηλαδή  $\mu_t = \rho D_t$ ) τότε το κλάσμα μίγματος διαχέεται με τρόπο ανάλογο της ορμής και κατά συνέπεια ισχύει

$$f = \frac{6.57D_0}{x \left[1 + 0.414 \left(\frac{r}{r_{1/2}}\right)^2\right]^2} \quad (8.62)$$

Αν τώρα  $\mu_t \neq \rho D_t$  τότε χρησιμοποιείται η σχέση, (Kuo (1986), Turns (1996), Kanury (1975)):

$$\frac{f}{f_{a\xi}} = \left(\frac{u}{u_{a\xi}}\right)^{\frac{\mu_t}{\rho D_t}} \quad (8.63)$$

Πειραματικά στοιχεία για  $x > 5D_0$  δίνουν τη σχέση:

$$f_{a\xi} \approx 5 \frac{D_0}{x}$$

Επίσης γίνεται η βασική υπόθεση ότι η καύση δεν επηρεάζει τη δομή της τύρβης και της ροής εν γένει (λόγω του μικρού πάχους της φλόγας). Γνωρίζουμε από το κεφάλαιο 6 ότι η ζώνη της φλόγας είναι ο τόπος των σημείων όπου  $f = f_{\text{στοιχειομετρικό}}$ . Επειδή όμως στη τυρβώδη φλόγα το  $f$  έχει μία μέση τιμή και μία διακύμανση δηλ:

$$f = \bar{f} + f'$$

Η ζώνη της φλόγας η φλόγα έχει διευρυμένο πάχος και βρίσκεται μεταξύ των ορίων:

$$f_+ = \bar{f} + f' = f_{stoich}$$

και

$$f_- = \bar{f} - f' = f_{stoich}$$

όπως φαίνεται στο σχήμα 8.4. Μια πρώτη εκτίμηση για  $f'$  είναι :

$$f' = l_m \left| \frac{d\bar{f}}{dy} \right| \quad \text{ή} \quad l_m \left| \frac{d\bar{f}}{dr} \right| \quad (8.64)$$

Επίσης (Kanury (1975), Kuo (1986), Turns (1996)):

$$\bar{f} = \frac{\bar{u}}{u_0} = 6.57 \frac{D_0}{x} \left( \frac{\rho_0}{\rho_\infty} \right)^{\frac{1}{2}} \left[ 1 + 58 \left( \frac{r}{x} \right)^2 \right]^{-2} \quad (8.65)$$

Εδώ ο όρος  $\rho_0 / \rho_\infty$  είναι διορθωτικός για την ανομοιομορφία των πυκνοτήτων καυσίμου ( $\rho_0$ ) και αέρα ( $\rho_\infty$ ).

Έτσι μπορούμε να ορίσουμε 3 ακτίνες σε κάθε αξονικό σημείο  $x$  της δέσμης, την εξωτερική ( $r_{out}$ ), την εσωτερική ( $r_{in}$ ) και την ακτίνα  $r_{stoich}$  όπου:  $\bar{f} = f_{stoich}$

Έχουμε δε:

$$\frac{r_{out}}{x} = \left\{ \frac{1}{58} \left[ \left( \frac{6.57}{f_{stoich} - f'} \frac{D_0}{x} \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho_\infty}} \right)^{1/2} - 1 \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (8.66)$$

$$\frac{r_{in}}{x} = \left\{ \frac{1}{58} \left[ \left( \frac{6.57}{f_{stoich} + f'} \frac{D_0}{x} \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho_\infty}} \right)^{1/2} - 1 \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (8.67)$$

και

$$\frac{r_{stoich}}{x} = \left\{ \frac{1}{58} \left[ \left( \frac{6.57}{f_{stoich}} \frac{D_0}{x} \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho_\infty}} \right)^{1/2} - 1 \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (8.68)$$

Για τα αντίστοιχα μήκη  $x_{fl}$  της φλόγας θα πρέπει να βάλουμε:

$$\Gamma_{out} = \Gamma_{in} = \Gamma_{stoich} = 0 \text{ π.χ.:}$$

$$x_{f1, stoich} = D_0 \frac{6.57}{f_{stoich}} \left( \frac{\rho_0}{\rho_\infty} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Φυσικά:

$$f = \frac{\phi}{(A/F)_{st} + \phi} \quad \text{και} \quad f_{st} = \frac{1}{(A/F)_{st} + 1}$$

Πειραματικά στοιχεία μας οδηγούν στο συμπέρασμα ότι αντί για  $\rho_\infty =$  ατμοσφαιρική πυκνότητα  $= \rho_a$  να χρησιμοποιήσουμε την τιμή  $\rho_\infty \approx 0.25 \rho_a$ .

### **8.3 Σταθεροποίηση των τυρβωδών φλογών**

Σε πολλές εφαρμογές (π.χ. κινητήρες αεριοστροβίλων, οικιακούς καυστήρες, εστίες, ramjets, scramjets κτλ) οι ταχύτητες του αέρα είναι της τάξης των 50 m/s ή και περισσότερο, η ταχύτητα μετάδοσης της φλόγας όμως είναι το πολύ της τάξης μερικών m/s. Επομένως χρειάζεται να τοποθετηθεί κάποιος μηχανισμός που θα επιτρέψει την ευσταθή ύπαρξη της φλόγας σε τέτοιες ροές (Spalding (1965), Kanury (1975), Libby and Williams (1980), Peters (1992)).

Εν γένει, υπάρχουν δύο κύριες κατηγορίες τεχνικών σταθεροποίησης της φλόγας, σταθεροποίηση μέσω κατάλληλης διαμόρφωσης των συνθηκών του ροϊκού ρεύματος και σταθεροποίηση από στερεές επιφάνειες.

Η δεύτερη μέθοδος κάνει χρήση της θεωρίας του οριακού στρώματος. Μία πολύ θερμή επιφάνεια μεταφέρει θερμότητα όταν  $T_{επιφάνειας} > T_{ροής}$ . Αν η θερμοκρασία και η δομή του οριακού στρώματος είναι κατάλληλη, επέρχεται έναυση του μίγματος. Αν η στερεή πλάκα έχει ικανοποιητικό μήκος η έναυση μπορεί να καταλήξει σε σταθερή φλόγα. Το κύριο πρόβλημα με τη μέθοδο αυτή είναι οι υψηλές θερμοκρασίες στις οποίες υπόκειται το υλικό. Στις περισσότερες, όμως, περιπτώσεις χρησιμοποιείται η πρώτη κατηγορία. Στην κατηγορία αυτή γίνεται εκμετάλλευση των χαρακτηριστικών της ροής με ανακυκλοφορία (recirculation), σχήμα 8.5. Τέτοια φαινόμενα ροής εμφανίζονται:

- α) Σε περιοχές απορεύματος (wake) πίσω από διάφορα σώματα (κυλίνδρους, σφαίρες, δακτυλίους, δίσκους κλπ)
- β) σε κοιλότητες μέσα σε στερεά υλικά και
- γ) σε δέσμες ρευστού με στροβιλισμό, περιδίνηση.

Όπως είναι γνωστό από την ρευστομηχανική, πίσω από κυλίνδρους δημιουργούνται ταλαντούμενες δίνες ανάλογα με τον αριθμό Reynolds. Στην περίπτωση που έχουμε καύση η δομή του απορεύματος αλλάζει. Τότε ανεξάρτητα από τον αριθμό Reynolds δημιουργούνται δύο μόνιμες δίνες. Οι δίνες αυτές μέσα στην περιοχή της ανακυκλοφορίας εγκλωβίζουν θερμά καυσαέρια τα οποία με τη σειρά τους προκαλούν συνεχή έναυση του φρέσκου μίγματος. Υπάρχει μια κρίσιμη συνθήκη κατά την οποία λόγω της μεγάλης ταχύτητας του μίγματος (φλόγες πρόμιξης) η του αέρα (φλόγες διάχυσης), σβήνει η φλόγα. Για τον προσδιορισμό της συνθήκης απόσβεσης (blow-off) σε φλόγες πρόμιξης υπάρχουν 3 γνωστές μέθοδοι:

I) Μέθοδος του χαρακτηριστικού χρόνου των Zukoski-Marble(1955), (αναφορά Turns (1996)).

Η βασική ιδέα εδώ είναι ότι η απόσβεση εμφανίζεται όταν το άκαυστο μίγμα καυσίμου/αέρα δεν έχει αρκετό χρόνο παραμονής στην ιξώδη ζώνη ανάμιξης (μεταξύ ανακυκλοφορούντων καυσαερίων και άκαυστου μίγματος) ώστε να επέλθει κανονική έναυσή του. Το κριτήριο λοιπόν είναι ότι ο χρόνος καθυστέρησης για την κανονική έναυση θα πρέπει να είναι ίσος με το χρόνο παραμονής (residence time) του μίγματος στη περιοχή της ανακυκλοφορίας. Αν  $L$  = μήκος ζώνης ανακυκλοφορίας,  $U_{BO}$  = ταχύτητα απόσβεσης και  $\tau$  = χρόνος καθυστέρησης έναυσης, το κριτήριο είναι :

$$\frac{U_{BO} \cdot \tau}{L} = 1 \quad (8.69)$$

Οι Plee και Mellor υπέθεσαν ότι

$$\tau_{s1} = \text{χρόνος παραμονής} \sim \frac{L}{U} \quad (8.70)$$

$$\tau_{χημείας} = \text{χρόνος καθυστέρησης} \sim \frac{\exp\left(\frac{E}{RT}\right)}{\Phi}$$

Όπου  $\phi$  = σχετικός λόγος καυσίμου/αέρα

$T$  = θερμοκρασία (μέση) στη ζώνη ανάμιξης

Άρα το κριτήριο γίνεται:

$$\frac{L}{U_{BO}} \approx \frac{\exp\left(\frac{E}{RT}\right)}{\Phi} \quad (8.71)$$

Το μήκος  $L$  συνήθως είναι ανάλογο του χαρακτηριστικού μήκους του σώματος που προκαλεί την περιοχή ανακυκλοφορίας (π.χ. η διάμετρος  $d$  του κυλίνδρου). Μια άλλη έκφραση για την ταχύτητα απόσβεσης είναι

$$U_{BO} = 2\rho_{αέρα} \cdot L \left( \frac{S_L}{\rho_{καπναερίων} \cdot \alpha_t} \right)^2$$

## II) Η μέθοδος του Spalding(1965).

Ο Spalding υποθέτει ότι ο χώρος του απορεύματος είναι χώρος με σταθερή μετάδοση θερμότητας και χημικής αντίδρασης. Αναλύοντας τον ρυθμό χημικής αντίδρασης και τη θερμοκρασιακή κατανομή ο Spalding αποδεικνύει ότι:

$$\frac{U_{BO}}{\alpha} = A \left( \frac{S_L d}{\alpha} \right)^n \quad (8.72)$$

όπου  $d$  = χαρακτηριστικό μήκος (π.χ. διάμετρος)

$\alpha$  = σταθερά θερμικής αγωγιμότητας ( $= k / \rho c_p$ )

$S_L$  = ταχύτητα μετάδοσης φλόγας του μίγματος

$A, n$  = σταθερές

Οι τιμές των σταθερών  $A$  και  $n$  εξαρτώνται από την τιμή του όρου  $S_L d / \alpha$

## III) Μέθοδος του αναδευμένου αντιδραστήρα (Stirred reactor)

Εδώ γίνεται η υπόθεση ότι ο χώρος ανακυκλοφορίας είναι ένας ομοιογενής πλήρως αναδευμένος αντιδραστήρας. Η απόσβεση επέρχεται όταν ο αντιδραστήρας αυτός υποχρεωθεί σ' ένα ρυθμό μετάδοσης θερμότητας πάνω από τις δυνατότητες του. Το όριο αυτό προσδιορίζεται από τον συντελεστή χημικής φόρτισης (chemical loading parameter).

$$\frac{\dot{m}_A}{VP^n} \quad (8.73)$$

όπου  $\dot{m}_A$  = η μαζική παροχή αέρα στον αντιδραστήρα

V=ο όγκος του αντιδραστήρα

P= πίεση του αντιδραστήρα

n= η τάξη της αντίδρασης

Τυπικές τιμές του n είναι 2.0 για την κηροζίνη και 1.8 για το οκτάνιο. Ο Herbert και ο Zubay πολλαπλασίασαν το συντελεστή αυτό με τον αριθμό Reynolds υψωμένο σε κάποια δύναμη b για να ορίσουν το κριτήριο:

$$\frac{\dot{m}_A}{V^3 P^2} (DP)^b = \text{σταθερά} \quad (8.74)$$

το οποίο με βάση τις μετρήσεις του Longwell δίνει τη σχέση:

$$\frac{\dot{m}}{D^{2.8} P^{1.8}} = \text{σταθερά} \quad \text{ή} \quad \frac{U}{D^{0.8} P^{0.8}} = \text{σταθερά} \quad (8.75)$$

όπου b=0.2

Οι Ballal και Lefebvre (αναφορά Turns (1996)) ερεύνησαν την εφαρμογή αυτού του μοντέλου στο όριο ευφλεκτότητας με περίσσεια αέρα (lean extinction limit) και στο όριο απόσβεσης (blow-off) για ομοιογενή (homogeneous) μίγματα (δηλ. Αέρια) και έχουν προτείνει το παρακάτω κριτήριο:

$$\Phi_{WE} = \left[ 2.25 \frac{1 + 0.4U(1 + 0.1T_U)}{P^{0.25} T_0 \exp\left(\frac{T_0}{150}\right) D_C (1 - Bg)} \right]^{0.16}$$

και (8.76)

$$U_{BO} = \frac{C_S D_C S_L^2}{\alpha_0}$$

όπου U = ταχύτητα του αέρα

P, T = πίεση και θερμοκρασία του άκαυστου μίγματος

C<sub>S</sub> = συντελεστής σώματος-εμποδίου

D<sub>C</sub> = χαρακτηριστικό μήκος του σώματος

Bg = λόγος απόφραξης

$T_u$  = ένταση της τύρβης

$\alpha_0$  = θερμική αγωγιμότητα του μίγματος

$$S_L = \left( \frac{\dot{m}_m \alpha_0}{\rho_0} \right)^{0.5} = \text{ταχύτητα μετάδοσης της φλόγας}$$

$\dot{m}_m$  = μαζική κατανάλωση άκαυστου μίγματος ανά μονάδα όγκου

Για φλογοσυγκράτηση (flameholder) τοποθετημένο μέσα σε κυλινδρικό αγωγό η ταχύτητα απόσβεσης ( $U_{BO}$ ) δίνεται από την σχέση:

$$U_{BO} = (1 - BA) \frac{D_c S_L^2}{\alpha_0} \quad (8.77)$$

όπου  $B_a$  = αεροδυναμικός λόγος απόφραξης

Οι λόγοι απόφραξης που συνδέονται με την εμπειρική σχέση του Lefebvre:

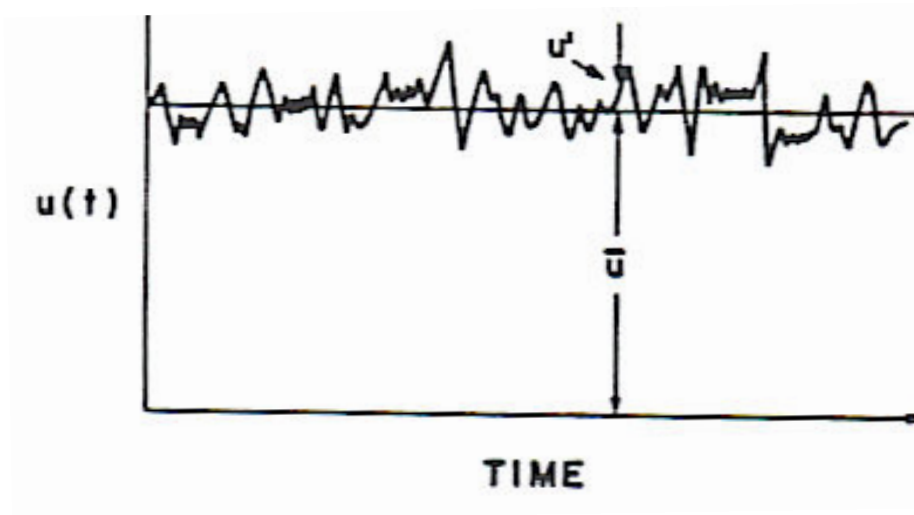
$$\frac{1}{(1 - B_A)^2} - 1 = \varepsilon \frac{Bg}{(1 - Bg)^2} \quad (8.78)$$

όπου  $\varepsilon$  είναι μια σταθερά συνάρτηση της γεωμετρίας του φλογοσυγκρατητή. Για κυκλικούς κώνους με την κόγχη προς τη ροή και γωνία ανοίγματος  $\theta$  η  $\varepsilon$  δίνεται από την σχέση:

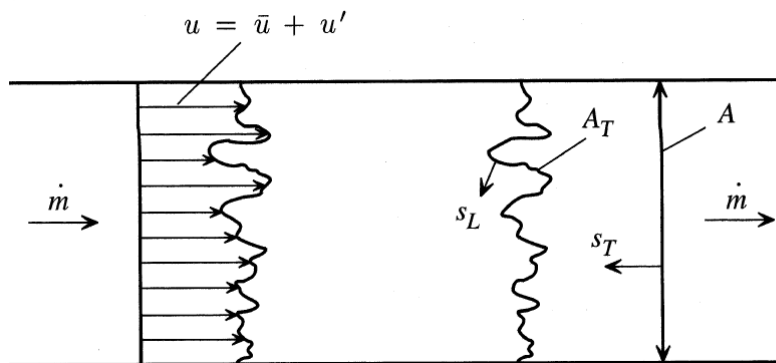
$$\varepsilon = 4.4 \left( \sin \frac{\theta}{2} \right)^{0.5} \quad (8.79)$$

Η μεταβλητή  $C_s$  εξαρτάται από τη γεωμετρία του φλογοσυγκρατητή και μερικές τυπικές τιμές δίνονται παρακάτω:

Τυπος φλογοσυγκρατητη	Σταθερα $C_s$
1. Κυλινδρος	1.20
2. Κωνος	
30	1.33
45	1.40
90	1.48
3. Δισκος	1.60

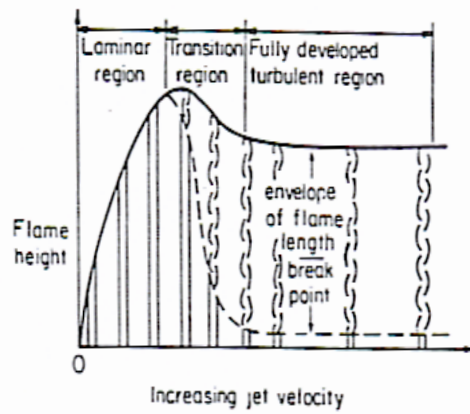


Σχήμα 8.1 Στιγμιαία ταχύτητα συναρτήσει του χρόνου

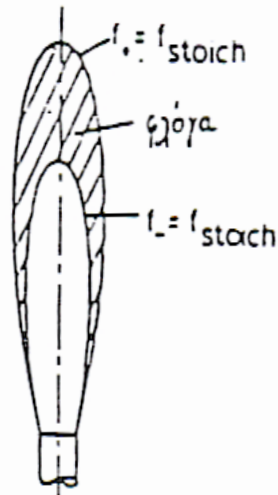


Σχήμα 8.2 Το 'ζάρωμα' του τυρβώδους μετώπου της φλόγας



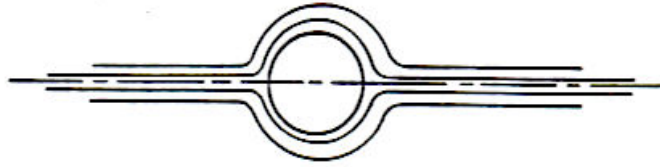


Σχ. 8.3 Μεταβολή του είδους της φλογας σαν συνάρτηση της ταχύτητας εκροής

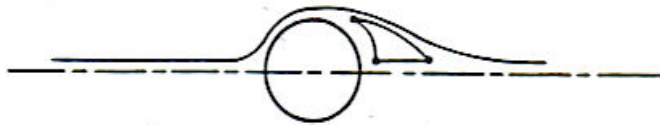


Σχ. 8.4 Όρια της ζώνης της φλογας

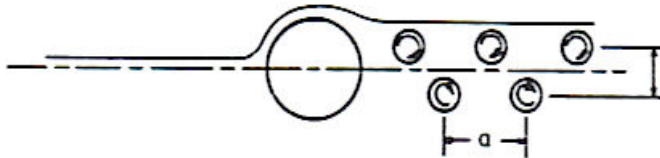
(1)  $Re < 10$



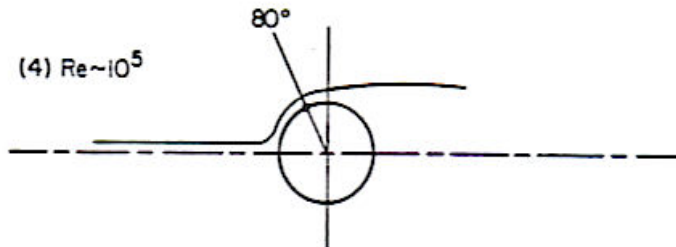
(2)  $20 < Re < 50$



(3)  $10^2 < Re < 10^5$



(4)  $Re \sim 10^5$



Σχ. 8.5 Ροη πλω απο κυλινδρο