7

ΑΚΤΙΝΙΚΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΑΚΤΙΝΙΚΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ

(Stodola (1945), Hawthorne and Olson (1960), Horlock (1973), AFAPL-TR-78-52, Dixon (1978), Cohen et al (1972), Boyce (2002))

Στη διαδικασία ανάλυσης των στροβιλομηχανών στη μέση γραμμή (κεφάλαια 5 και 6, σχήματα 51 και 5.2) αγνοείται εντελώς η επίδραση της ακτινικής μετακίνησης του ρευστού και η ροή θεωρείται δισδιάστατη. Αυτή η υπόθεση δίνει αρκετά ακριβή αποτελέσματα για μικρούς λόγους r_h/r_t (περιπου 0.8). Για σύγχρονες όμως στροβιλομηχανές αεροσκαφών με μεγάλες παροχές απαιτούνται μικρότεροι λόγοι, της τάξης του 0.4 και εδώ είναι απαραίτητη η θεώρηση της επίδρασης της ακτινικής ροής. Μια από τις μεθόδους με τις οποίες μπορεί να γίνει αυτό είναι η εφαρμογή της θεωρίας της ακτινικής ισορροπίας. Κατ' αυτήν γίνεται η υπόθεση ότι οι ακτινικές μετακινήσεις του ρευστού εμφανίζονται και περατώνονται μόνο εντός κάθε σειράς πτερυγίων και οτι η ροή μεταξύ πτερυγώσεων ευρίσκεται σε ακτινική ισορροπία, δηλαδή η ταχύτητα V ή C_r είναι 0 και $\partial V/\partial r=0$, $\partial V/\partial z=0$ και $\partial S/\partial r=0$ όπου S είναι η εντροπία.

Τότε, για αξονοσυμμετρική ροή και άτριβο ρευστό σε ακτινική ισορροπία, η εξίσωση της ορμής κατά τη διεύθυνση της ακτίνας (r) (ιδέ εξ. (3.51) μας παρέχει τη σχέση ακτινικής ισορροπίας:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial r}=\frac{W^2}{r} \qquad [7.1]$$

όπου W είναι η περιφερειακή ταχύτητα του ρευστού.

Χρησιμοποιώντας την ανωτέρω έκφραση μπορούμε να δημιουργήσουμε και μία έκφραση για την ενέργεια. Η έκφραση για την ολική ενθαλπία είναι:

$$H=h+\frac{\vec{V}^2}{2}=h+\frac{1}{2}\left(U^2+V^2+W^2\right)\simeq h+\frac{1}{2}\left(U^2+W^2\right) \qquad [7.2]$$

Επίσης, από το 2ο αξιώμα της θερμοδυναμικής έχουμε:

$$TdS=dh-\frac{1}{\rho}dp \qquad [7.3]$$

Διαφορίζοντας την [7.2] έχουμε:

$$\frac{dH}{dr}=\frac{dh}{dr}+U\frac{dU}{dr}+W\frac{dW}{dr}$$

και από την [7.3] λαμβάνουμε:

$$\frac{dh}{dr}=\frac{d}{dr}\left[TdS+\frac{dp}{\rho}\right]=$$
$$T\frac{dS}{dr}+dS\frac{dT}{dr}+\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dr}-\frac{1}{\rho^2}\frac{d\rho}{dr}dp=\left[\text{αγνοώντας υψηλώτερης τάξης όρους}\right]=T\frac{dS}{dr}+\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dr}$$

Οπότε συνδυάζοντας τις παραπάνω σχέσεις έχουμε την εξίσωση:

$$\frac{dH}{dr}=T\frac{dS}{dr}+\underbrace{\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dr}}_{\text{ο όρος ακτινικής ισορροπίας}}+U\frac{dU}{dr}+W\frac{dW}{dr}=$$
$$=T\frac{dS}{dr}+\frac{W^2}{r}+U\frac{dU}{dr}+W\frac{dW}{dr}$$

Με την υπόθεση της ακτινικής ισορροπίας όπου συνήθως η παράγωγος ως προς το S απαλείφεται θεωρώντας ισεντροπική μεταβολή ως προς την ακτίνα, $\partial S/\partial r=0$, τελικά λαμβάνουμε την εξίσωση ενέργειας για τη στροβιλότητα (vortex energy equation):

$$\frac{dH}{dr}=\frac{W^2}{r}+U\frac{dU}{dr}+W\frac{dW}{dr}=\frac{d(U^2)}{dr}+\frac{1}{r}\frac{d(rW^2)}{dr} \qquad [7.4]$$

Η σχέση αυτή αποκαλείται εξίσωση απλής ακτινικής ισορροπίας (ΑΑΙ).

7.1 ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ ΕΛΕΥΘΕΡΗΣ ΚΑΙ ΕΞΑΝΑΓΚΑΣΜΕΝΗΣ ΔΙΝΗΣ

Στην πιο απλή περίπτωση για σταθερή ολική ενθαλπία ως προς την ακτίνα η παραπάνω εξίσωση ΑΑΙ μας δίνει:

$$U \cdot \frac{dU}{dr} + \frac{W}{r} \cdot \frac{d(r \cdot W)}{dr} = 0 \qquad [7.5]$$

όταν οι κατανομές της ολικής ενθαλπίας (H) και εντροπίας (S) είναι ομοιόμορφες ως προς την ακτίνα.

Για την περίπτωση δε που η αξονική ταχύτητα (U) παραμένει και αυτή σταθερή σταθερή έχουμε:

$$\frac{W}{r} \cdot \frac{d(r \cdot W)}{dr} = 0 \qquad [7.6]$$

Με βάση την εξίσωση αυτή είναι δυνατό να προσδιοριστεί η ποσότητα rW έτσι ώστε να ικανοποιείται η ακτινική ισορροπία με δυο τρόπους:

(α) Όταν $rW = k_1$ = σταθερό

Αυτή είναι η περίπτωση της κατανομής της ελεύθερης δίνης (Free Vortex)

(β) Όταν $W = k_2 r$

Αυτή είναι η περίπτωση της εξαναγκασμένης δίνης (Forced Vortex) ή περιστροφής στερεού σώματος (Solid Body Rotation) όπως αλλιώς λέγεται.

Φυσικά μπορεί να υπάρξει και γενίκευση της κατανομής στη γενικότερη μορφή :

$$W = A \cdot r^n \pm B/r \qquad [7.7]$$

Οι κατανομές αυτές χρησιμοποιούνται σε ασυμπίεστες ή σχεδόν ασυμπίεστες ροές (δηλ. μικρά r_c και r_t).

Γενικά, υπάρχουν δύο κατηγορίες προβλημάτων (ή κατανομών):

(α) Όταν ορίζεται η τιμή των k (Έμμεσο πρόβλημα - indirect problem) και βρίσκονται οι κατανομές των γωνιών εισόδου εξόδου, α,β(r).

(β) Όταν ορίζεται η κατανομή της γωνίας α(r) και πρέπει να υπολογιστεί η W (και η U) με βάση την ακτινική ισορροπία (Άμεσο πρόβλημα-Direct problem).

Ας δούμε, λοιπόν, τι μας δίνει η κάθε μια περίπτωση κατανομής :

(i) Ελεύθερης Δίνης

Έστω οτι πριν και μετά το στροφείο έχουμε :

$rW_1 = k_1$

$rW_2 = k_2$

Τότε το παραγόμενο/απορροφούμενο έργο είναι :

$$\begin{aligned} W &= U_p(W_2 - W_1) = H_2 - H_1 \\ &= \omega \bullet r \bullet (k_2/r - k_1/r) \\ &= \omega(k_2 - k_1) = \sigma\tau\alpha\theta. \end{aligned} \qquad [7.8]$$

Το έργο, λοιπόν, που παράγεται/απορροφάται σε στροβίλους/συμπιεστές με στροφεία σχεδιασμένα με κατανομές ελεύθερης δίνης είναι σταθερό.

Οι σχετικές γωνίες εισόδου (β_1) και εξόδου (β_2) στο στροφείο δίνονται από τις σχέσεις :

$$\begin{aligned} \tan\beta_1 &= \frac{U_p}{U} - \tan\alpha_1 = \frac{\omega \bullet r - k_1/r}{U} \\ \tan\beta_2 &= \frac{U_p}{U} - \tan\alpha_2 = \frac{\omega \bullet r - k_2/r}{U} \end{aligned} \qquad [7.9]$$

δηλαδή οι γωνίες β είναι συναρτήσεις της ακτίνας οπότε όλο το πτερύγιο θα εμφανίζει κάποια συστροφή κατά το εκπέτασμα του.

Ο βαθμός αντίδρασης (R) είναι :

$$\begin{aligned} R &= \frac{U}{2U_p}(\tan\beta_1 + \tan\beta_2) \\ &= 1 - k/r^2 \end{aligned} \qquad [7.10]$$

όπου $k = (k_1 + k_2) / 2\,\omega$. Επίσης, από την εξίσωση:

$$\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dr} = \frac{W^2}{r} \qquad [7.11]$$

παρατηρούμε ότι η στατική πίεση αυξάνει με την ακτίνα, αφού η ποσότητα (W^2/r)

είναι θετική.

Η τυπική κατανομή των γωνιών α_1, α_2, β_1, β_2 στα πτερύγια μιας βαθμίδας αξονικού συμπιεστή και η αντίστοιχη μεταβολή του αριθμού Mach, στην είσοδο του στροφείου (rotor) και του στάτορα (stator), φαίνονται στο σχήμα 7.1. Ανάλογα με τις υπολογιζόμενες γωνίες, όπως φαίνεται σ'αυτό το σχήμα προκύπτουν και οι συντελεστές άντωσης και οπισθέλκουσας.

Από το παραπάνω σχήμα επίσης φαίνεται οτι τα κύρια προβλήματα με την κατανομή ελεύθερης δίνης είναι οι μεγάλες γωνίες εκτροπής ($(\alpha_1\text{-}\alpha_2)$ και $(\beta_1\text{-}\beta_2)$) στη βάση του πτερυγίου και οι αντίστοιχοι υψηλοί αριθμοί Mach στο άκρο του πτερυγίου του στροφείου.

(ii) Εξαναγκασμένης Δίνης

Στην περίπτωση αυτή, πριν και μετά τα πτερύγια του στροφείου η του στάτορα έχουμε:

$W_1 = k_1 r$

$W_2 = k_2 r$

Τότε, από την εξίσωση ακτινικής ισορροπίας, για H σταθερό κατά μήκος της ακτίνας, έχουμε :

$$U\frac{dU}{dr} + \frac{W}{r}\frac{d(W \bullet r)}{dr} = 0 \qquad [7.12]$$

ή

$$\frac{d[\frac{U^2}{2}]}{dr} + k_1\frac{d[k_1 \bullet r^2]}{dr} = 0 \qquad [7.13]$$

και ομοίως στην έξοδο. Ολοκληρώνοντας την εξίσωση αυτή έχουμε :

$$U_1^2 = C_1 - 2 \cdot k_1^2 r^2 , \quad C_1 = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\alpha \qquad [7.14]$$

Δηλαδή η αξονική συνιστώσα της ταχύτητας (U) εδώ πρέπει να μεταβάλλεται κατά μήκος της ακτίνας.

Το έργο που παράγεται/απορροφάται στο στροφείο (ανά μονάδα μάζας αέρα) είναι :

$$\Delta W = H_2 - H_1 = U_p \bullet (W_2 - W_1) = \omega \bullet (k_2 - k_1) r^2 \qquad [7.15]$$

δηλαδή και αυτό μεταβάλλεται με την ακτίνα. Επίσης, έχουμε από την εξίσωση:

$$\frac{dH}{dr} - T\frac{dS}{dr} = U\frac{dU}{dr} + \frac{W}{r}\frac{d(rW)}{dr} \qquad [7.16]$$

ότι :

$$\frac{dH_2}{dr} = 2 \bullet \omega \bullet (k_2 - k_1) \bullet r = \frac{d(U_2^2/2)}{dr} + k_2\frac{d(k_2 \bullet r^2)}{dr} \qquad [7.17]$$

αφού υποθέσαμε ότι $dH_1/dr = 0$

Άρα : $U_2^2 = C_2 - 2[k_2^2 - \omega(k_2 - k_1)] \bullet r^2$

Όπου C_2 = σταθερά

Οι σταθερές C_1 και C_2 ευρίσκονται από την εξίσωση συνέχειας, δηλ.

$$\tilde{m}_\alpha = 2\pi\rho \bullet \int_{r_H}^{r_T} U_1 \bullet r \bullet dr = 2\pi\rho \int_{r_H}^{r_T} U_2 \bullet r \bullet dr \qquad [7.18]$$

όπου r_h, r_t είναι οι ακτίνες στη βάση και το (εξωτερικό) άκρο του πτερυγίου (για ασυμπίεστη βέβαια ροή).

(iii) Η Γενικής Μορφής Κατανομή Δίνης

Η γενικευμένη κατανομή δίνης των Carmichael και Lewis υποθέτει ότι $W = \alpha r^n \pm b/r$, και ειδικώτερα :

$$\begin{aligned} W_1 &= \alpha r^n - b/r \qquad (\textit{μετα το στατορα}) \\ W_2 &= \alpha r^n + b/r \qquad (\textit{μετα το στροφειο}) \end{aligned} \qquad [7.19]$$

Αυτή η κατανομή επιτρέπει σταθερή διαφορά (H_1 - H_2) , δηλαδή ειδικό έργο, για μια ορισμένη ακτίνα, από βαθμίδα σε βαθμίδα. Έτσι, αν η αρχική ολική ενθαλπία στο στρόβιλο η το συμπιεστή ήταν ανεξάρτητη της ακτίνας, η κατανομή αυτής, δηλαδή η H(r), είναι παντού ανεξάρτητη τηςακτίνας.

Ο βαθμός αντίδρασης R_d είναι :

$$R_d = 1 - \alpha\, r^n / U_p \qquad [7.20]$$

και το ειδικό έργο :

$$\frac{W_e}{m} = H_2 - H_1 \qquad [7.21]$$
$$= U_p(W_2 - W_1) = - 2 U_p\, b/r$$

Δυο χαρακτηριστικές λύσεις είναι αυτές όπου το n είναι η 0 η 1. Τότε έχουμε :

(α) n = 1 «εκθετική» (exponential)

$$W_1 = \alpha\, r - b/r \;\; , \;\; W_2 = \alpha\, r + b/r$$
$$R_D = 1 - \alpha\, r / U_p = 1 - \alpha / \omega = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho o\varsigma$$
$$U_{1.2}^2 = C \pm 2\alpha^2 \; [(r^2 - 1) - (2b/\alpha\,) lnr]$$

(β) n = 0 «σταθερή αντίδραση» (constant reaction)

$$W_1 = \alpha - b/r \;\; , \;\; W_2 = \alpha + b/r$$
$$R_D = 1 - \alpha / U_p = 1 - (\alpha / \omega) \bullet \frac{1}{r}$$
$$U_{1.2}^2 = C - 2\alpha^2 \, [lnr \pm (b/\alpha\, r)(1 - r)]$$

7.2 ΤΟ ΑΜΕΣΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Στο άμεσο πρόβλημα ακτινικής ισορροπίας η κατανομή της γωνίας εισαγωγής/εξαγωγής (α ή β) δίνεται σαν συνάρτηση της ακτίνας.

Η εξίσωση (ΑΑΙ) μετασχηματίζεται στη μορφή :

$$\frac{dH}{dr} - T\frac{dS}{dr} = \frac{W^2}{r} + u\frac{du}{dr} = \frac{u^2 \bullet \sin^2\alpha}{r} + u\frac{du}{dr}$$
$$o\pi o\upsilon \quad u = \sqrt{U^2 + W^2} \quad \kappa\alpha\iota \quad W = u sin\alpha \qquad [7.22]$$

Αν υποθέσουμε οτι dH/dr=ds/dr=0, τότε η παραπάνω εξίσωση ολοκληρώνεται στη μορφή

$$lnu = C_1 - \int_{r_H}^{r_T} \sin^2\alpha \bullet \frac{dr}{r}$$
$$οπου \quad C_1 = σταθερα \qquad [7.23]$$

Αν δίνεται η συνθήκη $u = u_m$ όταν $r = r_m$, η κατανομή u(r) είναι :

$$\frac{u(r)}{u_m} = \exp[- \int_{r_m}^{r} \sin^2\alpha \bullet \frac{dr}{r}] \qquad [7.24]$$

Αν θεωρήσουμε τη γωνία α σταθερή (δηλαδή $\alpha \neq f(r)$), τότε θα έχουμε :

$$\frac{u}{u_m} = \frac{U}{U_m} = \frac{W}{W_m} = (\frac{r}{r_m})^{-\sin^2\alpha}$$

Όταν η συνθήκη αυτή ισχύει και στα δύο άκρα, πριν και μετά, τότε το πτερύγιο έχει σταθερή αεροτομή, κάτι που διευκολύνει σημαντικά την κατασκευή του. Μια άλλη σημαντική εφαρμογή της είναι, μερικές φορές, σε οδηγά πτερύγια, που πρέπει να έχουν σταθερή γωνία εξόδου (δηλαδή $α_2$=σταθερή και πολλές φορές $α_2$=0).

Όταν dH/dr και dS/dr $\neq 0$, η εξίσωση ακτινικής ισορροπίας ολοκληρώνεται στη μορφή :

$$u^2\{ \exp[2\int_0^r \frac{\sin^2\alpha}{r} dr]\} - u_m^2\{ \exp[2\int_0^{r_m} \frac{\sin^2\alpha}{r} dr]\} =$$
$$= 2\int_{r_m}^{r} [\frac{dH}{dr} - T\frac{dS}{dr}] \bullet \exp[2\int \frac{\sin^2\alpha}{r} dr] \bullet dr \qquad [7.25]$$

7.3 ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΥΜΠΙΕΣΤΟΤΗΤΑΣ

Η απλή εξίσωση ακτινικής ισορροπίας εξακολουθεί να ισχύει και όταν η ροή είναι συμπιεστή. Η πυκνότητα, όμως, παύει να είναι σταθερή και γίνεται συνάρτηση της πίεσης (και της θερμοκρασίας).

Αν θεωρήσουμε τη ροή στη στροβιλομηχανή αδιαβατική τότε έχουμε :

$$\rho = C \bullet p^{1/\gamma} \qquad [7.26]$$

όπου C = σταθερά

Έτσι η εξίσωση ακτινικής ισορροπίας ολοκληρώνεται ως εξής, για την περίπτωση της ελεύθερης δίνης (Wr = k):

$$\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dr} = \frac{W^2}{r} = \frac{k^2}{r^3} \qquad [7.27]$$

ή

$$\int p^{-1/\gamma}\, dp = C \bullet k^2 \int r^{-3}\, dr + \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\alpha(\, C_i\,) \qquad [7.28]$$

ή

$$p = [\, C_i - \frac{C \bullet k^2}{2\, r^2}\,]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \qquad [7.29]$$

Και εδώ, λοιπόν, η στατική πίεση αυξάνει με την ακτίνα. Αν, όμως k=0, γίνεται ανεξάρτητη της ακτίνας. Εν πάσει, όμως, περιπτώσει, η κατανομή της πυκνότητας θα μεταβληθεί στην έξοδο σε σχέση με την αρχική τιμή. Αν η $\rho_1, U_1 \neq f(r)$, τότε έχουμε :

$$m_\alpha = \rho_1 \bullet A_1 \bullet U_1 = 2\pi \bullet U_2 \int_{rH}^{rT} \rho_2 \bullet r \bullet dr \qquad [7.30]$$

Το πρόβλημα της διαφορετικής κατανομής της πυκνότητας σημαίνει οτι θα υπάρξει μετατόπιση των ροικών γραμμών μέσα στους αγωγούς των πτερυγίων του στάτορα και του στροφείου όπως φαίνεται στο σχήμα 7.2

Η ύπαρξη μη μηδενικής ακτινικής ταχύτητας $(V \neq 0)$, τότε θέτει προβλήματα με την ακρίβεια των αποτελεσμάτων που βασίζονται στην απλή εξίσωση ακτινικής ισορροπίας. Ένας τρόπος αποφυγής αυτού του διλήμματος είναι να υποθέσουμε οτι :

$$\frac{d\, m_{\alpha}}{dA} = \rho U = \rho u \cos\alpha = \rho_m u_m \cos a_m = \sigma\tau\alpha\theta. \quad [7.31]$$

(εδώ ο δείκτης m υπονοεί τιμές όταν $r=r_m$). Αυτή η υπόθεση υπονοεί οτι οι ροικές γραμμές είναι παράλληλες και, επομένως, δεν υπάρχει ακτινική συνιστώσα της ταχυτητας του ρευστού.

Η εφαρμογή της ιδέας αυτής στην ανάλυση του πεδίου έχει ως εξής (για βαθμίδα στροβίλου) :

I. Υποθέτουμε οτι στην είσοδο του στάτορα η ολική ενθαλπία είναι ομοιόμορφη, η εντροπία μεταβάλλεται με τον ίδιο ρυθμό σε όλες τις ακτίνες (δηλαδή dS/dr=0 σε όλη τη βαθμίδα) και το ρευστό είναι τέλειο. Η εξίσωση ακτινικής ισορροπίας μας δίνει τότε στην έξοδο του στάτορα ότι : $\frac{du}{u} = -\sin^2\alpha \frac{dr}{r}$ (i)

Από την εξίσωση ορμής (στην κατεύθυνση r) έχουμε :

$$\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dr} = \frac{1}{\rho}\left(\frac{dp}{d\rho}\right)\bullet\left(\frac{d\rho}{dr}\right) = \frac{\alpha^2}{r}\frac{d\rho}{dr} = \frac{u}{r}\bullet\sin^2\alpha \quad \text{(ii)}$$

όπου α είναι η ταχύτητα του ήχου ίση με $\sqrt{\frac{\partial p}{\partial \rho}}$

Επίσης, από την υπόθεση της αδιαβατικής εκτόνωσης, έχουμε :

$$\frac{dT}{T} = (\gamma - 1)\frac{d\rho}{\rho} \quad \text{(iii)}$$

Ο υπολογισμός, λοιπόν, των u, ρ, T, α γίνεται στην έξοδο του στάτορα ως εξής:

1) Υποθέτουμε οτι γνωρίζουμε τις τιμές των u_m, ρ_m, T_m, α_m στη "μέση" ακτίνα $r=r_m$

2) Υποθέτουμε οτι η α δε μεταβάλλεται στο διάστημα dr. Έτσι

χρησιμοποιούμε μια υπολογιστική διαδικασία (π.χ. μέθοδο Runge-Kutta) για να ολοκληρώσουμε τις εξισώσεις (i), (ii) και (iii) για να βρούμε τις νέες τιμές των u, ρ, T στην ακτίνα r_m+dr.

3) Χρησιμοποιούμε την αρχική υπόθεση των παραλλήλων ροικών γραμμών για να υπολογίσουμε την α_2 στη νέα ακτίνα r_m+dr, αφού :

$$\cos\alpha_2 = \frac{\rho_m \bullet u_m}{\rho \bullet u} \bullet \cos\alpha_{2m} \qquad [7.32]$$

4) Συνεχίζουμε τη διαδικασία για ένα νέο βήμα dr.
Οι τιμές του M βρίσκονται από τη σχέση :

$$M = u/\sqrt{\gamma RT} \qquad [7.33]$$

II. Από τη γωνιακή ταχύτητα ω, με τη βοήθεια της τριγωνομετρίας, υπολογίζονται και οι σχετικές γωνίες (β) και οι ταχύτητες στην είσοδο του στροφείου σε όλες τις ακτίνες.

Ο υπολογισμός των σχετικών γωνιών και ταχυτήτων στην έξοδο του στροφείου γίνεται ως εξής :

Από την εξίσωση του Euler έχουμε :

$$H_2 - H_3 = U_p(W_2 + W_3) \qquad [7.34]$$

και επομένως :

$$\frac{dH_3}{dr} = -\frac{d(U_p \bullet W_2)}{dr} - \frac{d(U_p \bullet u_3 \bullet \sin\alpha_3)}{dr} \qquad [7.35]$$

ή

$$-\frac{dH_3}{dr}=\frac{d(U_p\bullet W_2)}{dr}+U_p(u_3\bullet\sin\alpha_3\frac{dr}{r}+\sin\alpha_3\frac{du_3}{dr}+u_3\cos\alpha_3\frac{d\alpha_3}{dr}) \qquad [7.36]$$

Αλλά από την εξίσωση ακτινικής ισορροπίας, έχουμε :

$$\frac{dH_3}{dr}=u_3^2\bullet\sin^2\alpha_3\bullet\frac{dr}{r}+u_3\frac{du_3}{dr} \qquad [7.37]$$

Επίσης, από την αρχική υπόθεση ρ u cosa = σταθερό έχουμε :

$$\frac{d\rho}{\rho}+\frac{du}{u}=\tan\alpha d\alpha \qquad [7.38]$$

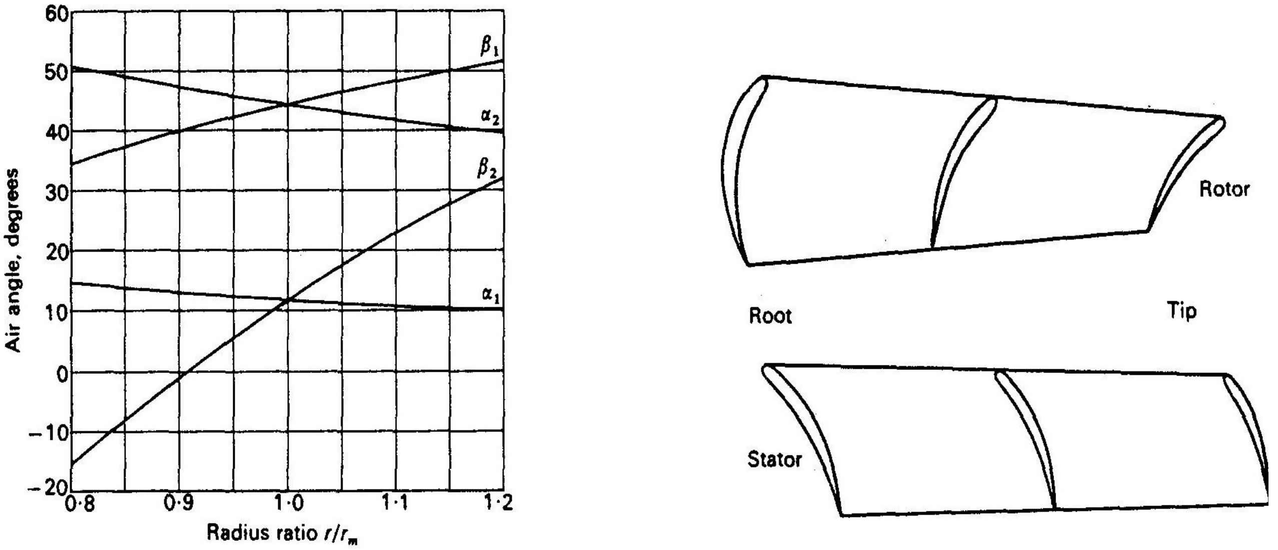
Οι παραπάνω εξισώσεις δίνουν :

$$\frac{du_3}{u_3}(1+\frac{W_3}{U_p})=-\sin^2\alpha_3[\frac{d(r\bullet W_2)}{r\bullet W_3}+(1+\frac{W_3}{U_p}+M_{x3}^2)\frac{dr}{r}] \qquad [7.39]$$

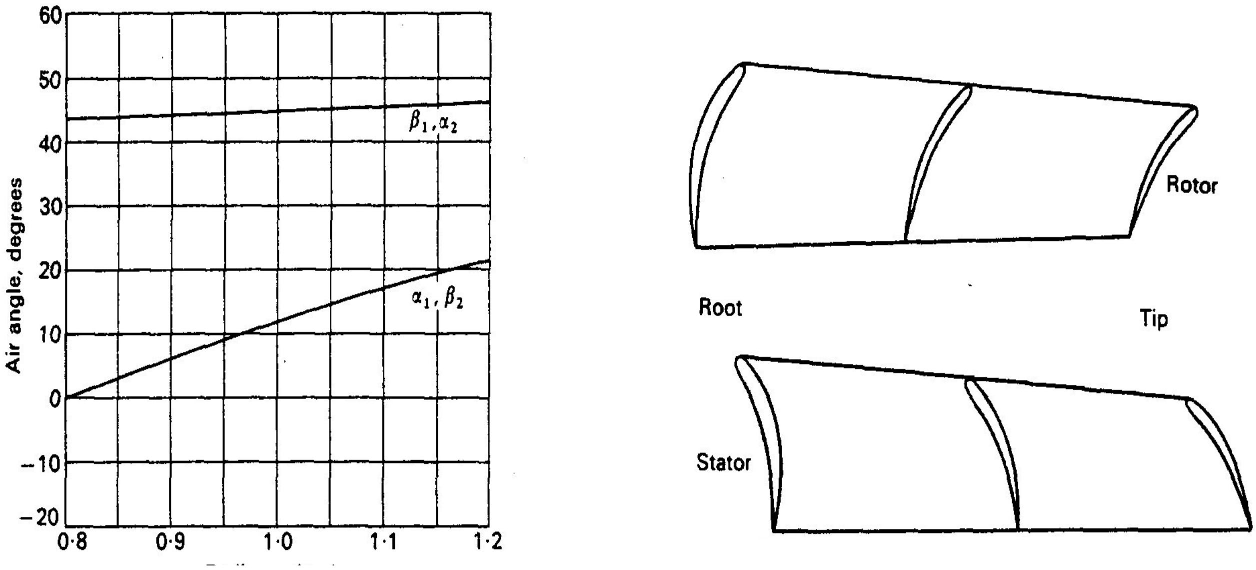
όπου $M_{x3}=M_3\bullet\cos\alpha_3=u_3\bullet\cos\alpha_3/\sqrt{\gamma RT_3}$

$$T_3=T_{03}-\frac{u_3^2}{2c_p}=T_{02}-\frac{U_p(W_2+W_3)+\frac{1}{2}u_3^2}{c_p} \qquad [7.40]$$

Η διαδικασία επίλυσης για την u_3 κλπ. είναι τότε παρόμοια όπως και στην έξοδο του στάτορα.

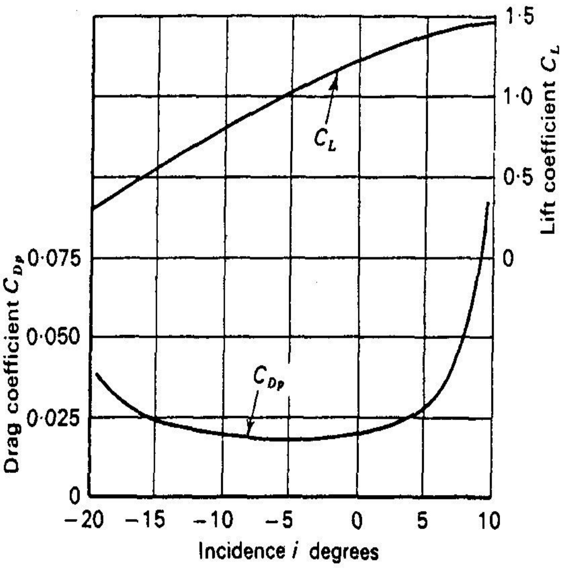


Κατανομή γωνιών και γεωμετρία αεροτομών με υπόθεση
ελεύθερης δίνης

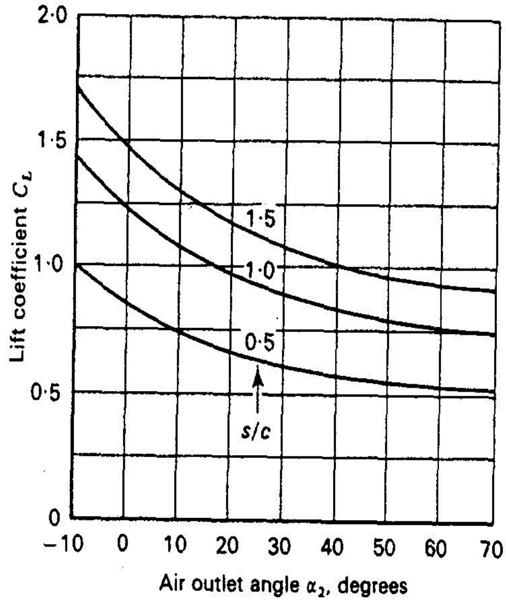


Κατανομή γωνιών και γεωμετρία αεροτομών με υπόθεση
σταθερής αντίδρασης

Σχήμα 7.1 α) Τυπικά διαγράμματα σχεδιασμού πτερυγώσεων με την μέθοδο της ακτινικής ισορροπίας

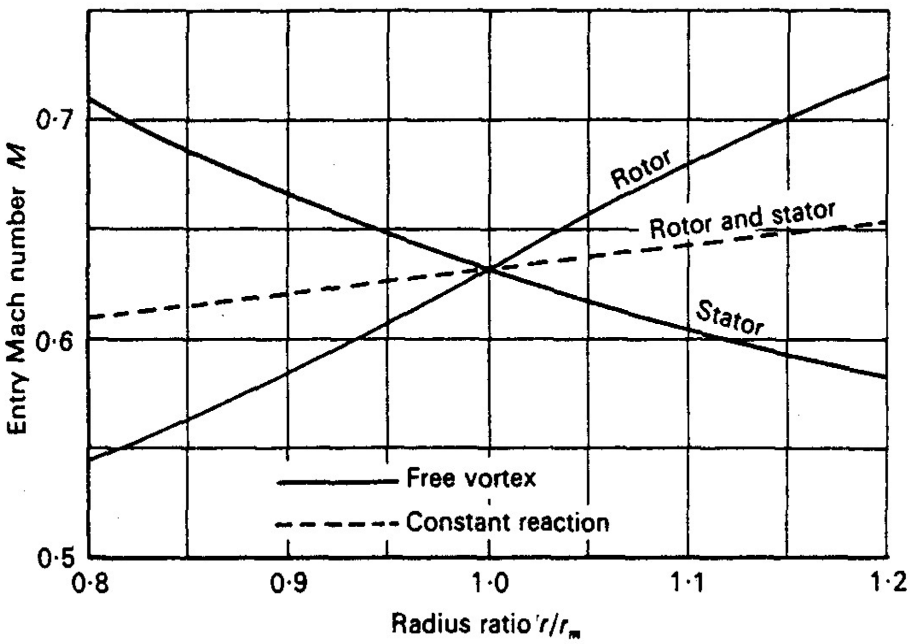


$$C_{Dp} = \left(\frac{s}{c}\right)\left(\frac{\bar{w}}{\frac{1}{2}\rho V_1^2}\right)\left(\frac{\cos^3 \alpha_m}{\cos^2 \alpha_1}\right)$$



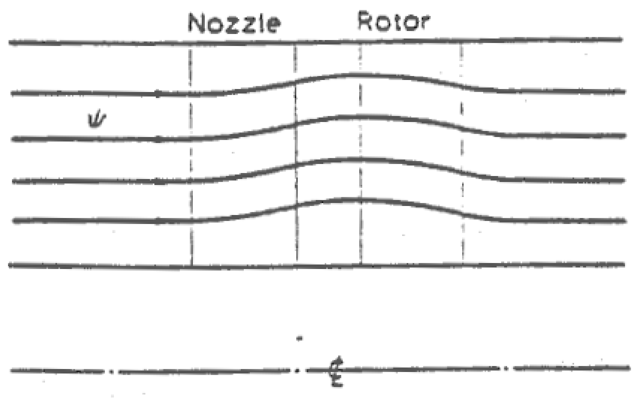
$$C_L = 2(s/c)(\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2)\cos \alpha_m$$

Μεταβολή συντελεστών άντωσης και οπισθέλκουσας για τυπική πτερύγωση δεδομένης γεωμετρίας



Μεταβολή αριθμού Mach εισόδου για σχεδιασμό με υπόθεση ελεύθερης δίνης και σταθερής αντίδρασης.

Σχήμα 7.1 β) Τυπικά αποτελέσματα σχεδιασμού πτερυγώσεων με την μέθοδο της ακτινικής ισορροπίας



Σχήμα 7.2 Η μετατόπιση των ροικών γραμμών λόγω συμπιεστότητος