

ΤΑ ΠΕΡΙΣΤΡΕΦΟΜΕΝΑ ΜΕΡΗ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

5	ΤΑ ΠΕΡΙΣΤΡΕΦΟΜΕΝΑ ΜΕΡΗ	5.2
5.1	Η ΕΝΑΛΛΑΓΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΜΕΤΑΞΥ ΣΤΡΟΦΕΙΟΥ (ROTOR) ΚΑΙ ΡΕΥΣΤΟΥ	5.2
5.2	Η ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΟΥ EULER	5.4
5.3	Η ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ	5.6

ΤΑ ΠΕΡΙΣΤΡΕΦΟΜΕΝΑ ΜΕΡΗ

Όπως έχει αναφερθεί στο κεφάλαιο 2, ο βασικός κύκλος Brayton περιλαμβάνει δυο διεργασίες μετατροπής ενέργειας με την παραγωγή /απορρόφηση μηχανικού έργου, κατά τη συμπίεση και την εκτόνωση. Τα αντίστοιχα εξαρτήματα που πραγματοποιούν τις διεργασίες αυτές, κατά κύριο λόγο, είναι ο συμπιεστής (compressor) και ο στρόβιλος (turbine), (Stodola (1945), Hawthorne and Olson (1960), Horlock (1973), Dixon (1978), Cohen et al (1972), Boyce (2002)).

Στους σημερινούς αεριοστρόβιλους τόσο ο συμπιεστής, όσο και ο στρόβιλος είναι περιστρεφόμενα (γύρω από κάποιον άξονα) εξαρτήματα.

5.1 Η ΕΝΑΛΛΑΓΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΜΕΤΑΞΥ ΣΤΡΟΦΕΙΟΥ (ROTOR) ΚΑΙ ΡΕΥΣΤΟΥ

Η διεργασία της ανταλλαγής ενέργειας μεταξύ των πτερυγίων του στροφείου και του ρευστού, σε όλα τα είδη των στροβιλομηχανών είναι δυναμική, δηλαδή επιτυγχάνεται μέσω της μεταβολής ως προς το χρόνο, της τιμής των παραμέτρων που ρυθμίζουν την κατάσταση του ρευστού (δηλαδή πίεση, πυκνότητα, θερμοκρασία κλπ) (Horlock 1973), Dixon (1978), Cohen et al (1972), Boyce (2002)).

Αν εξετάσουμε ένα στοιχειώδη όγκο ελέγχου ο οποίος περικλείει μια ορισμένη ποσότητα ρευστού, το πρώτο αξίωμα της θερμοδυναμικής μας λέγει ότι

$$\delta E = \delta Q - P\delta(1/\rho) \quad [5.1]$$

Όπου : E = εσωτερική ενέργεια

W = έργο που παράγεται $P\delta(1/\rho)$

Q = εναλλασσόμενη θερμότητα

Στις στροβιλομηχανές, εν γένει, οι ταχύτητες είναι υψηλές και τα ποσα θερμότητας που μπορούν να μεταφερθούν απο/προς τις διάφορες επιφάνειες πολύ μικρά (της τάξης του 1% της ενέργειας του ρευστού). Για το λόγο αυτό $\delta Q \approx 0$, δηλαδή η όλη διεργασία συμπίεσης ή εκτόνωσης είναι (σχεδόν) αδιαβατική. Άρα έχουμε :

$$\frac{DE}{Dt} = -P \frac{D\left(\frac{1}{\rho}\right)}{Dt} \quad [5.2]$$

όπου :

$$\vec{F} = (\delta m) \frac{d\vec{V}}{dt}$$

$$\Sigma \vec{F} = \frac{d}{dt} \int \vec{V} dm$$

\vec{V} = άνυσμα της ταχύτητας

$\Phi = E$ ή $(1/\rho)$

Απο το 2ο νόμο του Νεύτωνα, για μη συνεκτική ροή, έχουμε :

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\nabla P \quad [5.3]$$

(δηλαδή την εξίσωση ορμής του ρευστού, Euler)

$$\text{ή } \rho \vec{V} \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\vec{V} \nabla P \quad [5.4]$$

$$\text{ή } \rho \frac{D\left(\frac{V^2}{2}\right)}{Dt} = -\vec{V} \nabla P \quad [5.5]$$

Απο τον ορισμό της ενθαλπίας, έχουμε :

$$h = E + P / \rho$$

οπότε, η εξίσωση σε διαφορική μορφή μας δίνει :

$$\frac{DE}{Dt} = \frac{Dh}{Dt} - \frac{1}{\rho} \frac{DP}{Dt} - P \frac{D\left(\frac{1}{\rho}\right)}{Dt} \quad [5.6]$$

Η εξίσωση της ενέργειας (1^ο θερμοδυναμικό αξίωμα) μας δίνει τότε :

$$\rho \frac{Dh}{Dt} = \frac{DP}{Dt} = \frac{\partial P}{\partial t} + (\vec{V} \nabla) P \quad [5.7]$$

Οπότε, σε συνδυασμό με την εξίσωση της ορμής, έχουμε :

$$\rho \frac{D\left(h + \frac{V^2}{2}\right)}{Dt} = \rho \frac{DH}{Dt} = \frac{\partial P}{\partial t} \quad [5.8]$$

όπου :

$$H = \text{ολική ενθαλπία} = h + \frac{V^2}{2} = C_p T + \frac{V^2}{2} = C_p T_0 \quad \text{και} \quad T_0 = \text{ολική θερμοκρασία}$$

Η παραπάνω εξίσωση μας λέγει ότι:

«Σε ένα άτριβο, μη θερμικά αγώγιμο όγκο ελέγχου ρευστού, η ολική θερμοκρασία (και επομένως και η ολική πίεση) του ρευστού μπορεί να μεταβληθεί μόνο αν αυτό υποστεί κάποια ασταθή (μη μόνιμη) συμπίεση (αύξηση του p) εκτόνωση (μείωση του p).»

Σε σταθερές μορφές συμπίεσης η εκτόνωσης (απο διαχύτες ή ακροφύσια) δε μπορεί να υπάρξει μεταφορά έργου. Τέλος, η ενέργεια του ρευστού μπορεί να αυξηθεί μόνο όταν αυξηθεί και η πίεση (δηλ όταν $\frac{\partial P}{\partial t} > 0$). Στις στροβιλομηχανές (συμπιεστές ή στροβίλους) τα διάκενα μεταξύ των πτερυγίων σχηματίζουν διαχύτες ή ακροφύσια. Λόγω δε της περιστροφής των πτερυγίων αυτών, η ροή μέσα από αυτά είναι ασταθής συνεπώς παράγεται ή απορροφάται έργο.

5.2 Η ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΟΥ EULER

Αν εξετάσουμε ένα υλικό σημείο μάζας δm που κινείται σε ένα αξονοσυμμετρικό σύστημα αξόνων (r, θ, z), όπως φαίνεται στο σχήμα 5.1, έχουμε ότι (Horlock 1973), Dixon (1978)):

$$\vec{F} = (\delta m) \frac{d\vec{V}}{dt} \quad \text{ή} \quad \Sigma \vec{F} = \frac{d}{dt} \int \vec{V} dm \quad [5.9]$$

όπου : \vec{F} = εξωτερική δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο

\vec{V} = το άνυσμα της συνισταμένης ταχύτητας

Αναλύοντας τη δύναμη \vec{F} και την ταχύτητα \vec{V} στις αντίστοιχες συνιστώσες έχουμε :

$$\vec{F} = \hat{r}F_r + \hat{\theta}F_\theta + \hat{z}F_z \quad [5.10]$$

και

$$\vec{V} = \hat{r}V + \hat{\theta}W + \hat{z}U \quad [5.11]$$

όπου $\hat{r}, \hat{\theta}, \hat{z}$ = μοναδιαία διανύσματα στις κατευθύνσεις (r, θ, z) αντίστοιχα. Επειδή, δε,

$$\frac{d\hat{r}}{dt} = \hat{\theta} \frac{d\theta}{dt} \quad \text{και} \quad \frac{d\hat{\theta}}{dt} = -\hat{r} \frac{d\theta}{dt}$$

όταν το σύστημα περιστρέφεται ως προς τον άξονα z, έχουμε

$$\begin{aligned} F_r &= \delta m \left[\frac{dV}{dt} - W \frac{d\theta}{dt} \right] \\ F_\theta &= \delta m \left[\frac{dW}{dt} + V \frac{d\theta}{dt} \right] \\ F_z &= \delta m \left[\frac{dU}{dt} \right] \end{aligned} \quad [5.12]$$

Άρα

$$r \cdot F_\theta = \delta m \left[r \frac{dW}{dt} + Vr \frac{d\theta}{dt} \right] \quad [5.13]$$

και επειδή, $V = dr/dt$, $W = r (d\theta/dt)$, έχουμε

$$rF_\theta = \delta m \frac{d}{dt}(r \cdot W) \quad [5.14]$$

Το γινόμενο rF_θ είναι η ροπή στρέψης (torque) τ που ασκείται στο σωματίδιο ως προς τον άξονα z.

Αν θεωρήσουμε το ρευστό να απαρτίζεται απο ενα άθροισμα τέτοιων σωματιδίων, η ολική ροπή στρέψης T του ρευστού δίνεται απο τη σχέση :

$$T = \sum \tau = \frac{d}{dt} \left[\iiint_V \rho \cdot r \cdot W \cdot dV \right] + \iint_A \rho \cdot r \cdot W \cdot (\vec{V} \cdot \hat{n}) \cdot dA \quad [5.15]$$

όπου τα ολοκληρώματα γίνονται ως προς τον όγκο και την εξωτερική επιφάνεια του όγκου ελέγχου.

Αν θεωρήσουμε τη παροχή μάζας του ρευστού σταθερή, η μέση τιμή της ροπής στρέψης είναι:

$$T_m = \oint \oint_A \mathbf{r} \cdot \rho \cdot \mathbf{W} \cdot (\bar{\mathbf{V}} \cdot \hat{\mathbf{n}}) \cdot dA \quad [5.16]$$

αφου η όλη ροη είναι μεν περιοδική αλλά με πολύ μεγάλη συχνότητα.

Η τυπική μορφή του όγκου ελέγχου μιας στροβιλομηχανής φαίνεται στο σχήμα 5.2. Συνεπώς η ροπή στρέψης είναι ίση με :

$$T_m = m \left[(r \cdot W)_2 - (r \cdot W)_1 \right] \quad [5.17]$$

Η ισχύς που μεταφέρεται προς /από το ρευστό εκφράζεται ως:

$$W_e = \omega \cdot T_m$$

όπου: ω = γωνιακή ταχύτητα περιστροφής των πτερυγίων οπου εφαρμόζεται η ροπή στρέψης T_m . Άρα, το ειδικό είναι:

$$\begin{aligned} \Delta W_e &= \frac{W_e}{m} = \omega \left[(r \cdot W)_2 - (r \cdot W)_1 \right] \\ &= U_{2p} \cdot W_2 - U_{1p} \cdot W_1 \end{aligned} \quad [5.18]$$

Όπου: $U_p = \omega r$ = περιστροφική ταχύτητα των πτερυγίων.

Η εξίσωση αυτή είναι γνωστή σαν εξίσωση του Euler. Όταν $\Delta W > 0$ έχουμε συμπίεση και όταν $\Delta W < 0$ έχουμε εκτόνωση. Μηχανική λοιπόν, ισχύς μπορεί να ανταλλαχθεί μεταξύ πτερυγίων και ρευστού είτε λόγω αυξομείωσης της U_p (δηλαδή της ακτίνας r) είτε λόγω αυξομείωσης της W . Όταν η διεργασία γίνεται με $r_2 = r_1$ η στροβιλομηχανή αποκαλείται αξονική. Όταν $r_2 \neq r_1$ αποκαλείται φυγοκεντρική.

5.3 Η ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

Η ανάλυση όλων των στροβιλομηχανών βασίζεται σε δυο στοιχεία (Horlock 1973), Dixon (1978)):

(α) Στη βαθμίδα, η οποία αποτελεί και την πιο απλή και βασική μορφή μιας στροβιλομηχανής..

(β) Στο διαχωρισμό του πεδίου ροής (που είναι τρισδιάστατο) σε δυο απλούστερα επίπεδα, ένα κυλινδρικό (z, θ) και ένα μεσημβρινό (r, z). Το πρώτο, μεταξύ δυο πτερυγίων είναι σχεδόν διδιάστατο και το δεύτερο εκπροσωπεί τη "μέση" ροή μεταξύ δυο πτερυγίων. Ο διαχωρισμός αυτός, είναι προσεγγιστικός και υπάρχουν διάφορα επίπεδα πολυπλοκότητας στη προσέγγιση. Δυο αναλύσεις που χρησιμοποιούνται συχνά είναι οι αναλύσεις των πτερυγώσεων στην μέση γραμμή και μέσω της απλής ακτινικής ισορροπίας.

Η βαθμίδα, λοιπόν, αποτελεί την πιο απλή μορφή στροβιλομηχανής. Αποτελείται πάντα από μια σειρά ακίνητων πτερυγίων, τοποθετημένων στο διάφραγμα (που με τη σειρά του προσδένεται στο εξωτερικό κέλυφος, κεφάλαιο 8.1) και μια σειρά περιστρεφόμενων πτερυγίων τοποθετημένων σε δίσκο (που προσδένεται στον άξονα). Η πρώτη σειρά απαρτίζει το στάτορα. (Stator-S) και η άλλη το ρότορα (Rotor-R).

Η ανάλυση της διεργασίας συμπίεσης ή εκτόνωσης, σε μια βαθμίδα, σε διάγραμμα Mollier, H-S γίνεται με τη βοήθεια δυο αρχών:

(i) Η πρώτη αρχή μας λέγει ότι η ολική ενθαλπία (H) δε μεταβάλλεται στα ακίνητα πτερύγια, δηλ. $H_1 = H_2$

(ii) Η δεύτερη αρχή μας λέγει ότι η ροθαλπία δε μεταβάλλεται στα περιστρεφόμενα πτερύγια. Η ροθαλπία (I-rotational enthalpy) ορίζεται ως η ποσότητα.

$$I = h + \frac{1}{2} \vec{V}^2 - U_p \cdot W = H - U_p \cdot W \quad [5.19]$$

και αποδεικνύεται ότι, επειδή ισχύει :

$$\Delta W = \frac{W_e}{m} = U_{2p} \cdot W_2 - U_{1p} \cdot W_1 = H_2 - H_1 \quad [5.20]$$

$$\text{μπορούμε να γράψουμε : } H_1 - H_2 = U_{1p} \cdot W_1 - U_{2p} \cdot W_2 \quad [5.21]$$

ή

$$I_1 = H_1 - U_{1p} \cdot W_1 = H_2 - U_{2p} \cdot W_2 = I_2 \quad [5.22]$$

Η σχετική ταχύτητα του ρευστού \vec{W}_{rel} (ως προς τα πτερύγια) ορίζεται απο την κάτωθι διανυσματική διαφορά ταχυτήτων

$$\vec{W}_{rel} = \vec{V}_{\rho\epsilon\upsilon\sigma\tau\omicron\upsilon'} - \vec{U}_{\pi\tau\epsilon\rho\upsilon\gamma\acute{\iota}\omega\nu<p>} \quad [5.23]$$

ή

$$\vec{W}_{rel} = \{W_r, W_\theta, W_z\} = \{V_{\rho\epsilon\upsilon\sigma\tau\omicron\upsilon'}, W_{\rho\epsilon\upsilon\sigma\tau\omicron\upsilon'} - U_p, U_{\rho\epsilon\upsilon\sigma\tau\omicron\upsilon'}\} \quad [5.24]$$

Θα πρέπει να υποσημειωθεί οτι οταν αναλύουμε την ροη μέσω μιας στροβιλομηχανής στη "μέση γραμμή" (mean line η pitch line flow analysis), δηλαδή σε ενα επίπεδο z-θ (για r=ct) υποθέτοντας διδιάστατη ροη, συνηθίζεται να χρησιμοποιείται ο συμβολισμός \vec{C} για την ανωτέρω απόλυτη ταχύτητα \vec{V} του ρευστού και το σύστημα αξόνων r-x αντί r-z οπως στο σχήμα 5.3α (ίδε και κεφάλαιο 8.2) δηλαδή:

$$\vec{W}_{\sigma\chi\epsilon\tau\iota\kappa\acute{\eta}} = \vec{C}_{\rho\epsilon\upsilon\sigma\tau\omicron\upsilon'} - \vec{U}_{\pi\tau\epsilon\rho\upsilon\gamma\acute{\iota}\omega\nu<p>} \quad [5.23']$$

ή

$$\vec{W}_{rel} = \{W_r, W_\theta, W_x\} = \{C_{r, \rho\epsilon\upsilon\sigma\tau\omicron\upsilon'}, C_{\theta, \rho\epsilon\upsilon\sigma\tau\omicron\upsilon'} - U_p, C_{x, \rho\epsilon\upsilon\sigma\tau\omicron\upsilon'}\}$$

αλλά βέβαια εδώ υποθέτουμε διδιάστατη ροή στο r-θ επίπεδο και ότι $C_r = 0$.

Από τον ορισμό της ροθαλπίας έχουμε :

$$\begin{aligned} I &= h + \frac{1}{2} \vec{V}^2 - U_p W \\ &= h + \frac{1}{2} [V^2 + W^2 + U^2] - U_p W \\ &= h + \frac{1}{2} [V^2 + (W - U_p)^2 + U^2 - U_p^2] \\ &= h + \frac{1}{2} [\vec{W}_{rel}^2 - \vec{U}_p^2] \end{aligned} \quad [5.25]$$

Άρα, αφού $I_1 = I_2$, έχουμε :

$$h_1 + \frac{1}{2} \vec{W}_{1rel}^2 - \frac{1}{2} U_{1p}^2 = h_2 + \frac{1}{2} \vec{W}_{2rel}^2 - \frac{1}{2} U_{2p}^2 \quad [5.26]$$

ή

$$H_{1r} - H_{2r} = \frac{1}{2} [U_{1p}^2 - U_{2p}^2] \quad [5.27]$$

όπου H_{1r} και H_{2r} είναι οι σχετικές ολικές ενθαλπίες. Όταν η στροβιλομηχανή είναι αξονική, τότε $U_1 = U_2$, οπότε $H_{1r} = H_{2r}$.

Τα διαγράμματα Mollier, (H-S) και οι υπολογισμοί των αδιαβατικών αποδόσεων για τις αξονικές και φυγοκεντρικές στροβιλομηχανές έχουν ως εξής (Horlock 1973), Dixon (1978), Cohen et al (1972)):

(α) Αξονικός Συμπιεστής

Εδώ (σχήμα 5.3) έχουμε αύξηση της ολικής ενθαλπίας και της ολικής πίεσης από την P_{01} (είσοδος βαθμίδας) στην P_{03} (εξοδος βαθμίδας). Η διεργασία 01 - 03ss είναι ισεντροπική (ιδανική) και η 01 - 03 η πραγματική. Για τις ενθαλπίες έχουμε:

$$h_{02} = h_{03} \quad \text{στάτορας (stator)}$$

$$h_{01rel} = h_{02rel} \quad \text{ρότορας (rotor)}$$

$$(\text{Εδώ } h_0 = H)$$

Το ελάχιστο αντιστρεπτό έργο συμπίεσης (ΔW_{min}) συσχετίζεται με το πραγματικό (ΔW_c) ως εξής (σχήμα 5.3)

$$\begin{aligned} \Delta W_{min} &= h_{03ss} - h_{01} \\ &= (h_{03} - h_{01}) - (h_{03s} - h_{03ss}) - (h_{03} - h_{03s}) \\ &\cong \Delta W_c - \frac{T_{03}}{T_2} (h_2 - h_{2s}) - \frac{T_{03}}{T_3} (h_3 - h_{3s}) \end{aligned} \quad [5.28]$$

$$\text{αφού } \Delta h \approx T \Delta S \text{ και } \frac{h_{03s} - h_{03ss}}{h_2 - h_{2s}} = \frac{T_{03} (S_{3s} - S_{3ss})}{T_2 (S_2 - S_{2s})} \quad [5.29]$$

Με $S_{3s} - S_{3ss} = S_2 - S_{2s}$ (σχήμα 5.3)

Επιπλέον η θερμοκρασιακή αύξηση σε μια βαθμίδα συμπίεστη είναι μικρό μόνο κλάσμα της αρχικής θερμοκρασίας και συνεπώς μια περαιτέρω καλή προσέγγιση θα ήταν η :

$$\Delta W_{min} \approx \Delta W_c - (h_2 - h_{2s}) - (h_3 - h_{3s}) \quad [5.30]$$

Η προσέγγιση αυτή ισχύει μόνο για μια βαθμίδα όπου συνήθως η συμπίεση είναι μικρή ούτως ώστε, οι λογοί των θερμοκρασιών και των πυκνοτήτων να τείνουν προς τη μονάδα. Έτσι μπορούμε να θεωρήσουμε σχεδόν ασυμπίεστη ροή και να χρησιμοποιήσουμε μια μέση

πυκνότητα.

Επίσης, έχουμε $h_{02} = h_{03}$ (στο στάτορα) :

$$h_3 - h_2 = \frac{1}{2}(C_2^2 - C_3^2) \approx \frac{[P_{02} - P_2] - [P_{03} - P_3]}{\rho} \quad [5.31]$$

(αφου για σχεδόν ασυμπίεστη ροη $P_0 - P = \frac{1}{2} \rho C^2$)

Τώρα, σε ισεντροπική διεργασία $Tds = 0 = dh - (1/\rho) dp$ και κατά μήκος της ισεντροπικής γραμμής 2-3s (σχήμα 5.3) $h_{3s} - h_2 = \frac{(P_3 - P_2)}{\rho}$ [5.32]

και επομένως αφαιρώντας τις δυο παραπάνω σχέσεις έχουμε:

$$h_3 - h_{3s} = \frac{P_{02} - P_{03}}{\rho} = \left(\frac{1}{\rho}\right)(\Delta P_0)_{\text{ΣΤΑΤΟΡΑ}} \quad [5.33]$$

Ομοίως, για το ρότορα :

$$h_2 - h_{2s} = \frac{P_{01rel} - P_{02rel}}{\rho} = \left(\frac{1}{\rho}\right)(\Delta P_0)_{\text{ΡΟΤΟΡΑ}} \quad [5.34]$$

Αρα, ο βαθμός αποδοσης (ολικός προς ολικό, οπως λέγεται-total to total) για τη βαθμίδα είναι:

$$n_{tt} = \frac{\Delta \dot{W}_{\min}}{\Delta W_C} \cong 1 - \frac{(h_2 - h_{2s}) + (h_3 - h_{3s})}{h_{03} - h_{01}} \cong 1 - \frac{(\Delta P_0)_{\text{ΣΤΑΤ}} + (\Delta P_0)_{\text{ΡΟΤ}}}{\rho(h_{03} - h_{01})} \quad [5.35]$$

Η ανωτέρω έκφραση έχει απ' ευθείας εφαρμογή και στις αντλίες και στους ανεμιστήρες, συγκρίνατε τη δε με την έκφραση για την ισεντροπική αποδοση του κεφαλαίου 2 και οι δύο δε αυτές αποδόσεις συνδέουν τις γωνίες της περύγωσης με την αύξηση της πίεσης στην περύγωση όπως δείχνεται κατωτέρω.

Ο βαθμός ή λογος αντίδρασης R (degree of reaction ή reaction ratio) ορίζεται από το

λόγο:

$$R = \frac{h_2 - h_1}{h_3 - h_1} \quad [5.36]$$

για συμπίεστή και αναντίστρεπτη ροή ή

$$R = \frac{P_2 - P_1}{P_3 - P_1} \quad [5.37]$$

για ασυμπίεστη και αναντίστρεπτη ροή

και συμβολίζει το λογο της αύξησης της στατικής ενθαλπίας στο στροφέιο προς την αύξηση της στατικής ενθαλπίας στη βαθμίδα.

Επειδή $h_3 - h_1 = \frac{1}{2}(W_{1rel}^2 - W_{2rel}^2)$ και (συνήθως $C_1 = C_3$) χρησιμοποιώντας το συμβολισμό ταχυτήτων του σχήματος 5.3, λαμβάνουμε για το έργο του συμπίεστή: $\Delta W_c = h_3 - h_1 = h_{03} - h_{01} = U_P(C_{y2} - C_{y1})$. Έχουμε δε για περύγια μικρού ύψους με ομοιόμορφη ταχύτητα στα επίπεδα εισόδου / εξόδου και από την τριγωνομετρία του σχήματος 5.3:

$$U_P = \overbrace{C_{x1} \tan \alpha_1}^{C_{y1}} + \overbrace{C_{x1} \tan \beta_1}^{W_{y1}}$$

$$U_P = \overbrace{C_{x2} \tan \alpha_2}^{C_{y2}} + \overbrace{C_{x2} \tan \beta_2}^{W_{y2}} \Rightarrow \text{και με } C_{x1} = C_{x2} = C_{x3} = C_x \text{ έχουμε}$$

$$\tan \alpha_1 + \tan \beta_1 = \tan \alpha_2 + \tan \beta_2 \Leftrightarrow \tan \alpha_2 - \tan \alpha_1 = \tan \beta_1 - \tan \beta_2$$

Τελικά κάνοντας χρήση των τριγώνων ταχυτήτων του σχήματος 5.3 με $W_{y1,2} =$ τη σχετική ταχύτητα στη θ διεύθυνση λαμβάνουμε τις εκφράσεις:

$$\Delta W_c = h_3 - h_1 = h_{03} - h_{01} = c_p(T_{03} - T_{01}) = U_P(C_{y2} - C_{y1}) = U_P C_x (\tan \beta_1 - \tan \beta_2) \quad [5.38]$$

$$R \approx \frac{W_{1rel}^2 - W_{2rel}^2}{2U_P(C_{y2} - C_{y1})} = \frac{(W_{y1} + W_{y2})(W_{y1} - W_{y2})}{2U_P(C_{y2} - C_{y1})} \eta \quad [5.39]$$

$$R = 1 - \frac{C_x}{2U_P} (\tan \alpha_2 + \tan \alpha_1) = \frac{C_x}{2U_P} (\tan \beta_1 + \tan \beta_2)$$

Η τιμή του R λαμβάνεται συνήθως (οχι όμως απαραίτητα) γύρω στο 0.5. Η φόρτιση της βαθμίδας (Ψ - stage loading factor) και ο συντελεστής ροής (Φ - flow coefficient) ορίζονται ως:

$$\Psi = \frac{h_{03} - h_{01}}{0.5 \cdot U_p^2} = \frac{c_p \Delta T_{0,stage}}{0.5 \cdot U_p^2} = \frac{C_{y2} - C_{y1}}{0.5 \cdot U_p} = \frac{2C_x}{U_p} (\tan \alpha_2 - \tan \alpha_1)$$

και

$$\Phi = \frac{C_x}{U_p} \tag{5.40}$$

$$\mu\epsilon \quad \Psi = 1 - \Phi (\tan \alpha_1 + \tan \beta_2)$$

και χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση της λειτουργίας της στροβιλομηχανής εκτός συνθηκών σχεδιασμού (off-design operation). Εάν $\Delta T_{0,stage}$ είναι η θερμοκρασιακή αύξηση στην βαθμίδα και η_{stage} ο βαθμός απόδοσης της βαθμίδας (ο πολυτροπικός) τότε η επιτυγχάνομενη συμπίεση στην βαθμίδα είναι:

$$r_{stage} = \left(\frac{P_{03}}{P_{01}} \right)_{stage} = \left(1 + \frac{\eta_{stage} \cdot \Delta T_{0,stage}}{T_{01}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

(β) Αξονικός Στρόβιλος

Εδώ (σχήματα 5.4 και 5.5) έχουμε μείωση της ολικής ενθαλπίας και της ολικής πίεσης (απο P_{01} σε P_{03}). Η ιδανική (ισεντροπική) διεργασία είναι η 01-03ss ενώ η πραγματική είναι η 01-03. Στις βαθμίδες των στροβίλων (και αντίθετα από ότι συμβαίνει στους συμπιεστές) ο στάτορας προηγείται του ρότορα. Εδώ, λοιπόν έχουμε :

$$h_{01} = h_{02} \quad \text{στάτορας ή ακροφύσιο (stator ή nozzle)}$$

και

$$h_{02rel} = h_{03rel} \quad \text{ρότορας}$$

Οι διεργασίες (1-2s) και (2-3s) αφορούν τις αντίστοιχες σε κάθε αγωγό δια μέσου των πτερυγίων, ως εάν αυτά λειτουργούσαν σαν απλά ακροφύσια. Το προσφερόμενο έργο είναι :

$$\Delta W_t = h_{01} - h_{03} = U_p (C_{y2} + C_{y3}) \tag{5.41}$$

Η αποδοση της βαθμίδας ορίζεται :

$$n = \frac{h_{01} - h_{03}}{h_{01} - h_{03ss}} \quad [5.42]$$

Για τις συνήθεις περιπτώσεις, όπου $C_1 = C_3$ και $C_{x1} = C_{x2} = C_{x3} = C_x$, δηλαδή όταν η αξονική ταχύτητα παραμένει σταθερή και η απόλυτη ταχύτητα δε μεταβάλλεται διαμέσου της βαθμίδας και υποθέτοντας ότι $C_{3ss} \approx C_3$, έχουμε :

$$n_u = \frac{h_1 - h_3}{h_1 - h_{3ss}} = \frac{h_1 - h_3}{\left[(h_1 - h_3) + (h_3 - h_{3s}) + (h_{3s} - h_{3ss}) \right]} \quad [5.43]$$

Στις ισοβαρείς διεργασίες ($p = \text{σταθερό}$) έχουμε $\Delta h = T ds$, και επομένως :

$$h_{3s} - h_{3ss} \approx T_3 (S_{3s} - S_{3ss})$$

και

$$h_2 - h_{2s} \approx T_2 (S_2 - S_{2s})$$

Αλλά $S_2 - S_{2s} = S_{3s} - S_{3ss}$ (από σχήμα 5.4) και επομένως $h_{3s} - h_{3ss} \approx (T_3/T_2)(h_2 - h_{2s})$

Αν εισάγουμε τους συντελεστές απωλειών ζ (υπάρχουν και άλλες εκφράσεις για τους συντελεστές απωλειών, όπως θα δούμε στα επόμενα κεφάλαια), για τα πτερύγια του στάτορα (που καλείται και ακροφύσιο (nozzle), ζ_N) και του ρότορα (ζ_R) ως ακολούθως:

$$\zeta_N = \frac{h_2 - h_{2s}}{\frac{1}{2} C_2^2} \quad [5.44]$$

$$\zeta_R = \frac{h_3 - h_{3s}}{\frac{1}{2} W_{3rel}^2}$$

έχουμε για την αδιαβατική αποδοχή (ολική προς ολική) την έκφραση :

$$n_u = \frac{1}{1 + \frac{\zeta_R W_{3rel}^2 + \zeta_N C_2^2 (T_3/T_2)}{2(h_1 - h_3)}} \quad [5.45]$$

Όταν η κινητική ενέργεια στην έξοδο της βαθμίδας δεν χρησιμοποιείται ωφέλιμα η κατάλληλη έκφραση για την αδιαβατική αποδοχή είναι η ολική προς στατική αδιαβατική αποδοχή (total to static), η_{ts} , ήτοι:

$$n_{ts} = \frac{h_{01} - h_{03}}{h_{01} - h_{3ss}} = \frac{1}{1 + \frac{\zeta_R W_{3rel}^2 + \zeta_N C_2^2 \left(\frac{T_3}{T_2} \right) + C_1^2}{2(h_1 - h_3)}} \quad [5.46]$$

με $C_1 \approx C_3$

Στον αρχικό σχεδιασμό και όταν η στατική πτώση πίεσης δεν είναι μεγάλη, ο λόγος T_3/T_2 τίθεται ίσος με την μονάδα απλοποιώντας τους υπολογισμούς και τις ανωτέρω εκφράσεις. Εδώ επίσης βλέπουμε ότι πριν υπολογισθεί η αποδοχή της βαθμίδας χρειάζεται ο υπολογισμός των συντελεστών απωλειών πίεσης με μια από τις μεθόδους του κεφαλαίου 6.

Άλλες εκφράσεις που χρησιμοποιούνται για τους συντελεστές απωλειών των αξονικών στροβίλων είναι οι κάτωθι:

$$\lambda_N = \frac{h_2 - h_{2s}}{\frac{1}{2} C_2^2}, \quad \lambda_R = \frac{h_3 - h_{3s}}{\frac{1}{2} W_{3rel}^2} \quad (\lambda \equiv \zeta) \quad [5.47]$$

$$Y_N = \frac{P_{01} - P_{02}}{\frac{1}{2} \rho C_2^2}, \quad Y_R = \frac{P_{02} - P_{03r}}{\frac{1}{2} \rho W_{3rel}^2} \quad \text{με} \quad Y_N \approx \lambda_N \left[1 + \frac{\gamma M_2^2}{2} \right] \quad [5.48]$$

και παρόμοια για τον ρότορα.

Επίσης χρησιμοποιείται και η παράμετρος:

$$\sigma_{is} = \frac{U_P}{C_{is}} = \frac{U_P}{[2(h_{01} - h_{03ss})]^{\frac{1}{2}}} \quad [5.49]$$

$$\text{και η σχέση του συντελεστή φόρτισης, } \Psi = \frac{n_H}{2\sigma_{is}^2} = \frac{c_p \Delta T_{0,stage}}{\frac{1}{2} U_P^2} = \frac{2C_x}{U_P} (\tan \beta_2 + \tan \beta_3),$$

και του συντελεστή ροής, $\Phi = \frac{C_x}{U_P}$, για σχεδιασμό με την βοήθεια διαγραμμάτων Ψ - Φ . Ισχύει

δε ότι $\Psi = 2\Phi(\tan \beta_2 + \tan \beta_3)$.

Ο βαθμός αντίδρασης R συμβολίζει το σχετικό ποσό εκτόνωσης στο στροφείο και

δίδεται απο τη σχέση:

$$R = \frac{h_2 - h_3}{h_1 - h_3} \quad [5.50]$$

Όταν $C_1 = C_3$ τότε ο βαθμός αντίδρασης, R , και το έργο, ΔW_t , δίδονται ως:

$$\begin{aligned} R &= \frac{h_2 - h_3}{h_{01} - h_{03}} = \frac{W_{3rel}^2 - W_{2rel}^2}{2U_p(C_{y2} + C_{y3})} = \frac{W_{y3} - W_{y2}}{2U_p} \\ &= \frac{C_x}{2U_p} (\tan \beta_3 - \tan \beta_2) = \frac{\Phi}{2} (\tan \beta_3 - \tan \beta_2) \end{aligned} \quad [5.51]$$

και

$$\begin{aligned} \Delta W_t &= h_{01} - h_{03} = U_p(C_{y2} + C_{y3}) = U_p(C_{x2} \tan \alpha_2 + C_{x3} \tan \alpha_3) \\ &= U_p(C_{x2} \tan \alpha_2 + C_{x3} \tan \alpha_3) = U_p C_x (\tan \alpha_2 + \tan \alpha_3) \end{aligned}$$

και μέσω της τριγωνομετρίας του σχήματος 5.4, όπου $(\tan \alpha_2 + \tan \alpha_3) = (\tan \beta_2 + \tan \beta_3)$ έχουμε:

$$\Delta W_t = h_{01} - h_{03} = c_p \Delta T_{0, stage} = c_p (T_{01} - T_{03}) = U_p C_x (\tan \beta_2 + \tan \beta_3) \quad [5.52]$$

Αυτή δε η σχέση συνδέει τις γωνίες της αεροτομής με την θερμοκρασιακή πτώση στην βαθμίδα.

Εδώ η $C_{y2} = w_{y2} + U_p$ και $C_{y3} = w_{y3} - U_p$, δηλ. η U_p είναι αντίθετη της C_{y2} η C_{y3} και οι αξονικές ταχύτητες C_x υποτίθενται σταθερές δια μέσου της βαθμίδας (για τους συμβολισμούς των ταχυτήτων αναφερθείτε στα σχήματα 5.3 και 5.4). Η σύγχρονη πρακτική συνιστά τις ακόλουθες τιμές των παραμέτρων: $0.8 < \Phi < 1.0$, $3.0 < \Psi < 5.0$, $R \approx 0.5$.

(γ) Ο Φυγοκεντρικός Συμπιεστής

Τα κύρια εξαρτήματα του φυγοκεντρικού συμπιεστή είναι (οπως δείχνονται στο σχήμα 5.6), η περωτή (impeller), ο διάχυτης εξόδου, το στομιο αναρρόφησης, το "μάτι" εισόδου της περωτής, το σπειροειδές κέλυφος (scroll ή volute), το τύμπανο (η καμπύλη επιφάνεια a-b) και το περίβλημα (c-d). Εδώ θα δοθεί μια περιληπτική μόνο περιγραφή του υπολογισμού και των μεγεθών λειτουργίας του φυγοκεντρικού συμπιεστή (Horlock 1973), Dixon (1978),

Cohen et al (1972)).

Περιορισμός της ταχύτητας στο «μάτι» εισόδου της περωτής.

Η ταχύτητα αναρρόφησης του ρευστού στη διατομή a-c (σχήμα 5.5) είναι μια κρίσιμη παράμετρος σχεδιασμού λόγω υπερβολικών απωλειών ολικής πίεσης και λόγω συμπίεστικότητας σε υψηλούς ρυθμούς αναρρόφησης. Ο βέλτιστος συντελεστής ροής Φ στο σημείο αυτό ευρίσκεται ότι είναι :

$$\Phi = \frac{C_{X1}}{U_{PS1}} = \left(\frac{K}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad [5.53]$$

$$\text{όπου } K = 1 - \left(\frac{r_{h1}}{r_{s1}} \right)^2 \text{ και } U_{PS1} = \omega r_{s1}$$

όπου h και s αναφέρονται στα σημεία a και c στη διατομή εισόδου της περωτής Είναι δε συνήθως $0.3 \leq r_{h1}/r_{s1} \leq 0.6$.

Η επίτευξη υψηλών αποδόσεων σε υψηλούς λόγους πιέσεων περιορίζει και το σχετικό αριθμό Mach στο «μάτι». Ορίζοντας δε τα μεγέθη (είδε και σχήμα 5.5) :

$$\text{Απόλυτος αριθμός Mach, } M_1 = \frac{C_{X1}}{a_1} \text{ και σχετικός αριθμός Mach,}$$

$$M_{r1} = \frac{M_1}{\cos \beta_{s1}} \quad (W_{rels1} = M_{r1} a_1)$$

Ο ανωτέρω περιορισμός μπορεί να εκφρασθεί απο την εξίσωση :

$$\Psi = \frac{\Delta h_0}{\sigma U_P^2} \quad [5.54]$$

μέσω της οποίας τα μεγέθη όπως παροχή και διάμετρος μπορούν να συσχετισθούν κατάλληλα για μέγιστη αποδοση.

Παράγων ολίσθησης (slip factor)

Με τον παράγοντα ολίσθησης εκφράζουμε ποσοτικά τις απώλειες που προέρχονται εκ της αδυναμίας της ροής να παροχετευτεί απο το άκρο (tip) των πτερυγίων (σημείο d, σχήμα 5.5) προς τον διαχύτη με περιφερειακή συνιστώσα ταχύτητας ίση με την περιστροφική

ταχύτητα του περυγίου. Εδώ για απλούστευση της θεώρησης υποτίθεται ακτινική περωτή, δηλαδή όπου η β_2 (τρίγωνα ταχυτήτων σχήματος 5.5) της περωτής είναι μηδέν. Δηλαδή ολίσθηση έχουμε όταν $C_{\theta 2} \leq U_p$ και β_2 της ροής δεν είναι μηδέν. Η ολίσθηση αυτή ελαττώνεται με αύξηση του αριθμού των περυγίων. Μια πρώτη εκτίμηση του παράγοντα ολίσθησης, σ , είναι η έκφραση του Stanitz όπου :

$$\sigma = 1 - \frac{0.63 \frac{\pi}{z}}{1 - \Phi_2 \tan \beta'_2} \quad [5.55]$$

όπου z = αριθμός περυγίων.

Για ακτινικές περυγώσεις η εξίσωση αυτή γίνεται $\sigma = 1 - 0.63\pi/z$ το δε σ για σύγχρονες κατασκευές συνήθως λαμβάνεται περίπου 0.9.

Στους φυγοκεντρικούς συμπιεστές χρησιμοποιείται επίσης και ο παράγων ισχύος εισόδου που ορίζεται ως : $\Psi = \frac{\Delta h_0}{\sigma U_p^2}$ [5.56]

Λόγος πιέσεων και βαθμός απόδοσης

Όπως βλέπουμε στο σχήμα 5.5 έχουμε αύξηση της ενθαλπίας και της ολικής πίεσης (απο P_{01} σε P_{03}). Η διεργασία 00-01 αφορά το διαχύτη στην είσοδο της μηχανής όταν ο συμπιεστής είναι μονοβάθμιος (μια πολύ συνήθης περίπτωση φυγοκεντρικών συμπιεστών).

Έχουμε λοιπόν :

$$I_1 = I_2 \quad (\text{rotor})$$

και

$$h_{03} = h_{02} \quad (\text{stator})$$

(ο ρότορας προηγείται του στάτορα)

και φυσικά $U_{2p} > U_{1p}$ ($r_2 > r_1$).

$$\text{Το προσφερόμενο έργο είναι : } \Delta \dot{W}_C = h_{02} - h_{01} = U_{2p} C_{\theta 2} \quad [5.57]$$

Ο βαθμός αποδοσης (total to total) ορίζεται ως :

$$n_u = \frac{h_{03s} - h_{01}}{h_{03} - h_{01}} = \frac{c_p T_{01} \left[\frac{T_{03s}}{T_{01}} - 1 \right]}{h_{02} - h_{01}} \approx \frac{c_p T_{01} \left[\frac{T_{03s}}{T_{01}} \right]}{U_{2p} C_{\theta 2}} \quad [5.58]$$

όταν $U_{2p} \gg U_{1p}$

Ο ολικός λόγος πιέσεων για ακτινική περωτή που χρησιμοποιείται σε υψηλής αποδοσης συμπιεστές δίδεται απο την έκφραση :

$$\frac{P_{03}}{P_{01}} = \left[1 + (\gamma - 1) \frac{n_c U_{2p}^2 \sigma \Psi}{a_{01}^2} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad [5.59]$$

όπου : $a_{01} = \sqrt{\gamma R T_{01}}$ και Ψ ο παράγων ισχύος εισόδου.

Τέλος το σπειροειδές κέλυφος μπορεί να υπολογισθεί μεσώ υπόθεσης άτριβης ροης με σταθερή γωνιακή ορμή. Σύμφωνα με το σχήμα 5.5 η διατομή A_{Θ} σε διάφορες γωνίες Θ δίδεται απο την έκφραση :

$$\frac{A_{\Theta}}{r_m} = V \frac{\Theta}{2\pi C_{\Theta 2} r} \quad [5.60]$$

Όπου r_m είναι η ακτίνα στο κέντρο βάρους της διατομής και V η παροχή όγκου.

(δ) Ο Φυγοκεντρικός Στρόβιλος

Ο πιο δημοφιλής τύπος φυγοκεντρικού στροβίλου είναι αυτός της ακτινικής εισροής (inward-flow radial, IFR) ή στρόβιλος Francis που δείχνεται στο σχήμα 5.6 για ακτινική ροη 90° , (Horlock (1973), Dixon (1978), Cohen et al (1972)).

Εδώ έχουμε μείωση της ολικής ενθαλπίας και της ολικής πίεσης απο h_{01} σε h_{03} και απο P_{01} σε P_{03} αντίστοιχα. Ο ρότορας εδώ έπεται του στάτορα, οπως και στον αξονικό στρόβιλο.

Έχουμε λοιπόν :

$$h_{01} = h_{02}$$

και

$$I_2 = I_3$$

και φυσικά

$$U_{1p} > U_{2p}$$

Το ειδικό έργο που προσφέρεται απο το ρευστό στο στροφείο είναι :

$$\Delta W_t = h_{01} - h_{03} = U_{2p} C_{\theta 2} - U_{3p} C_{\theta 3}. \quad [5.61]$$

Επειδή $h_{01} = h_{02}$

$$\begin{aligned} \Delta W_t = h_{02} - h_{03} &= h_2 - h_3 + 1/2(C_2^2 - C_3^2) = \\ &= 1/2 [(U_{2p}^2 - U_{3p}^2) - (w_{2rel}^2 - w_{3rel}^2) + (C_2^2 - C_3^2)] \end{aligned} \quad [5.62]$$

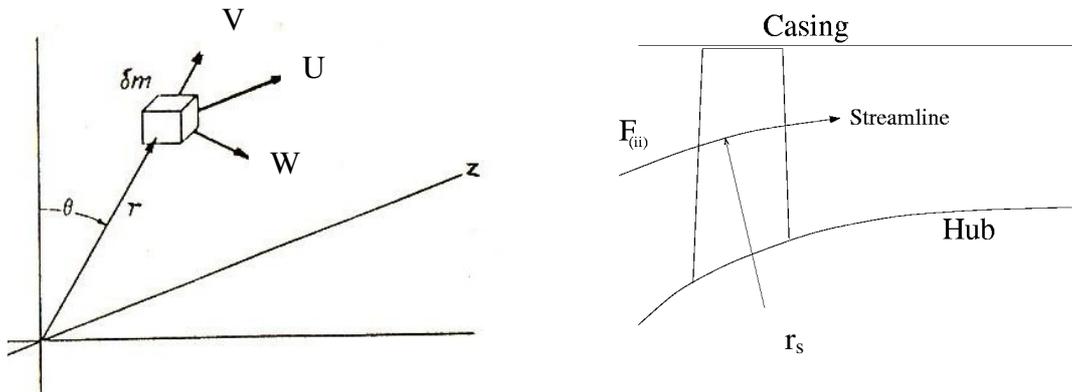
Η αποδοση (ολική προς στατική) του φυγοκεντρικού στροβίλου για λειτουργία χωρίς διαχύτη είναι :

$$n_{ts} = \frac{h_{01} - h_{03}}{h_{01} - h_{3ss}} \approx \frac{h_{01} - h_{03}}{(h_{01} - h_{03}) + \left[\frac{1}{2} C_3^2 + (h_3 - h_{3s}) + (h_{3s} - h_{3ss}) \right]} \quad [5.63]$$

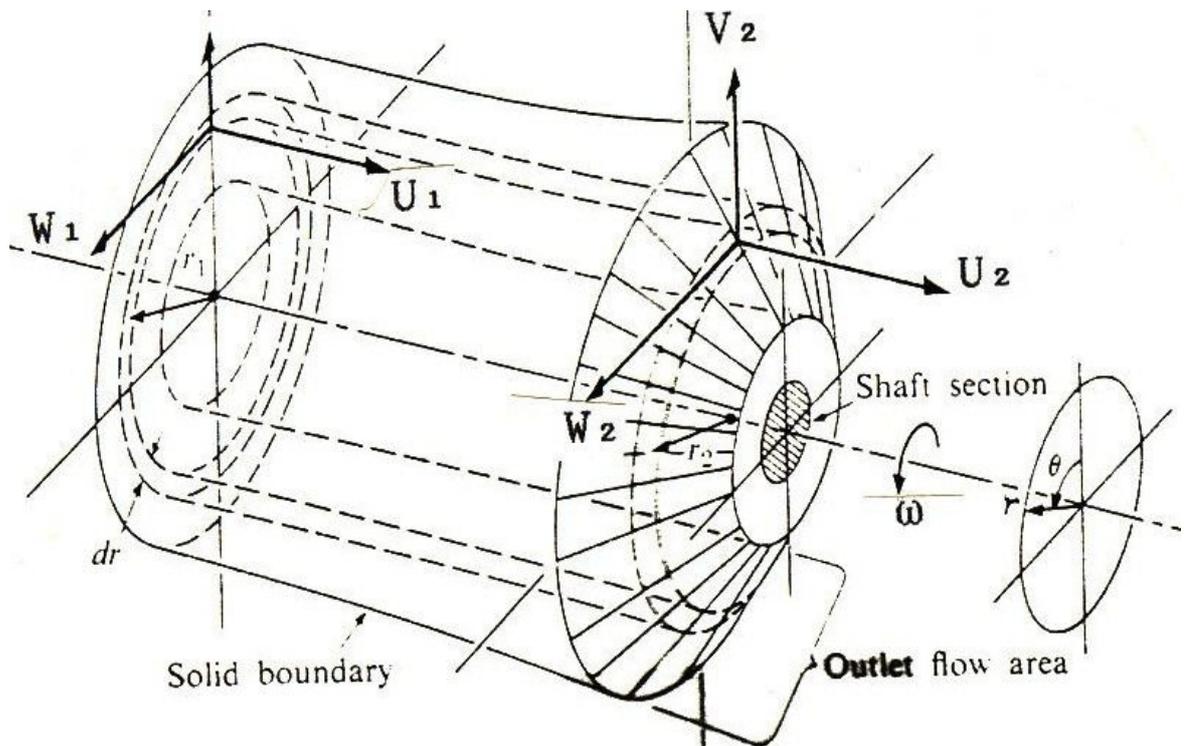
ή επειδή $h_3 - h_{3s} = 1/2 w_{3rel}^2 \zeta_R$ και $h_{3s} - h_{3ss} = 1/2 C_2^2 \zeta_N (T_3/T_2)$ μπορεί να γραφτεί :

$$n_{ts} \approx \frac{1}{1 + \left[\frac{1}{2} C_3^2 + \zeta_R W_{3rel}^2 + \zeta_N C_2^2 \left(\frac{T_3}{T_2} \right) \right] / (h_{01} - h_{03})} \quad [5.64]$$

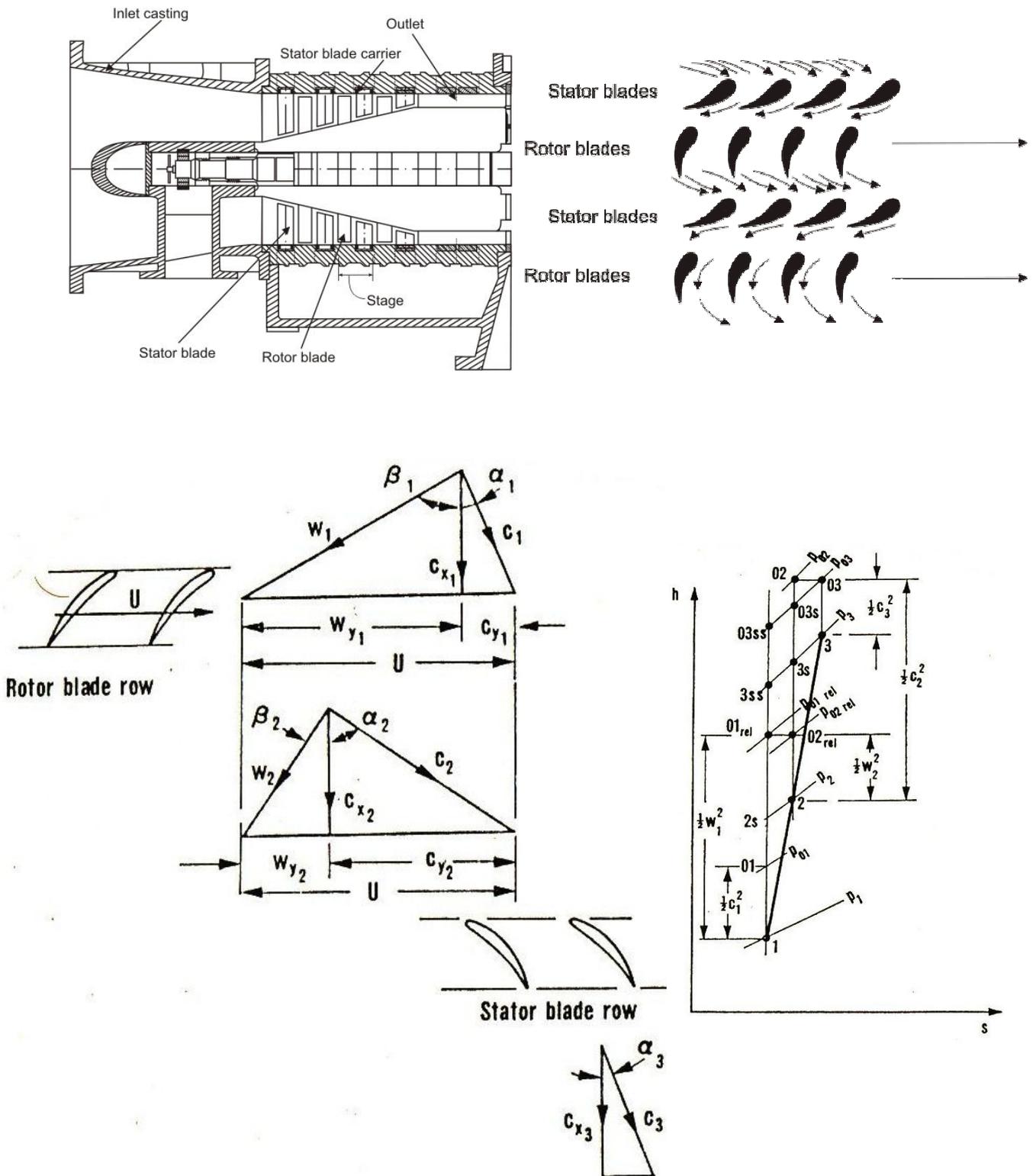
και εδώ ο λόγος T_3/T_2 έχει μικρή επίδραση και μπορεί να αγνοηθεί.



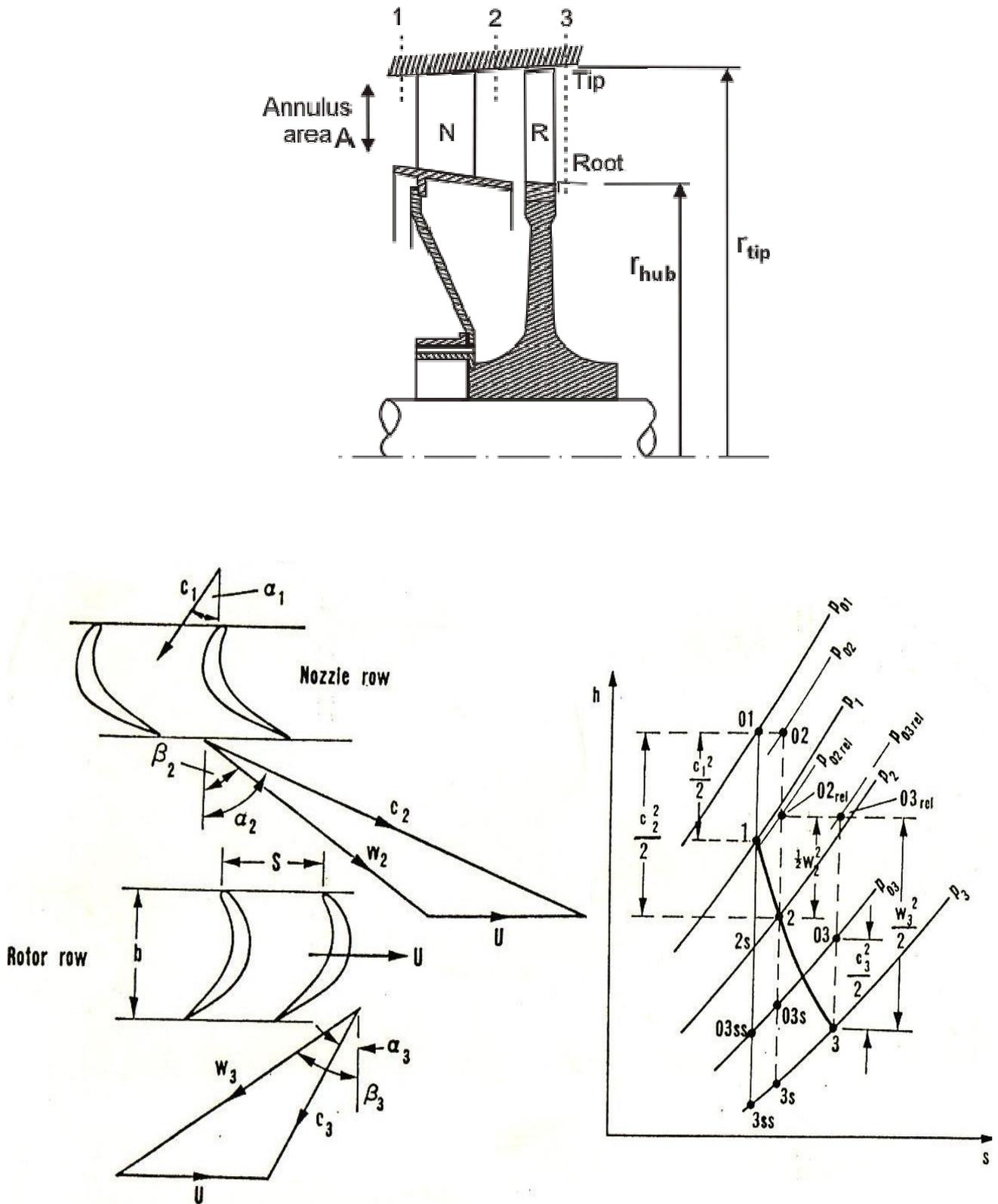
Σχήμα 5.1 Το περιστρεφόμενο στοιχειώδες τμήμα μάζας και η μέση γραμμή στροβιλομηχανής



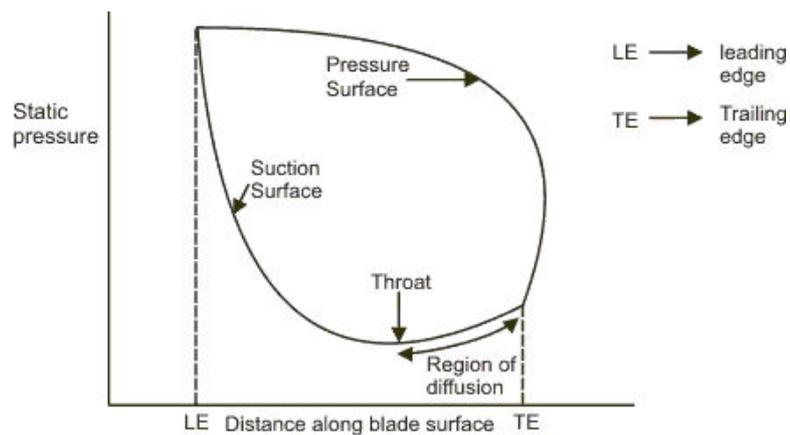
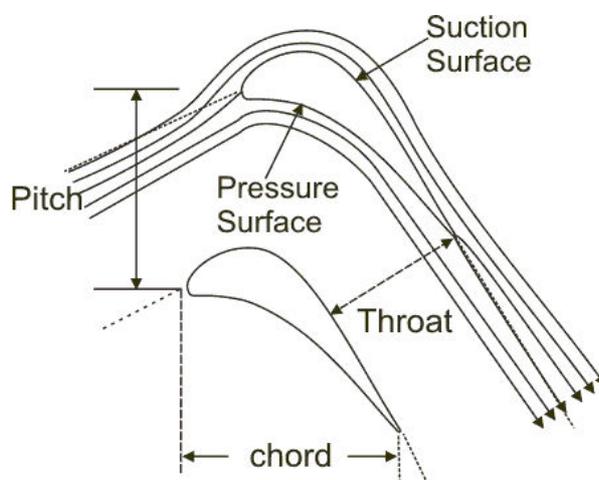
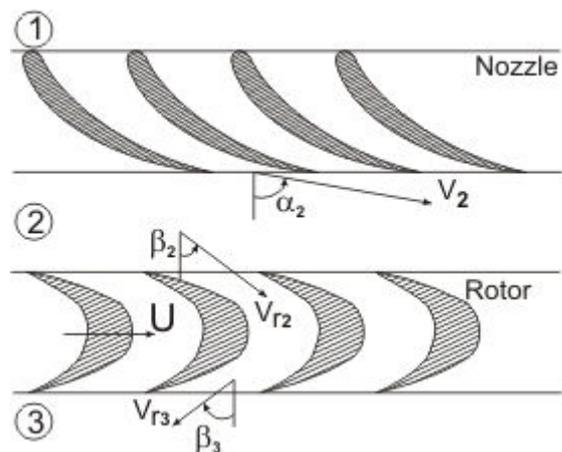
Σχήμα 5.2 Ο τυπικός όγκος ελέγχου μιας στροβιλομηχανής. Οι ταχύτητες του ρευστού στο σύστημα συντεταγμένων (z ή x , r , θ) συμβολίζονται είτε με U , V , W είτε με $(C_x, C_r, C_w$ είτε με U_z, U_r, U_θ



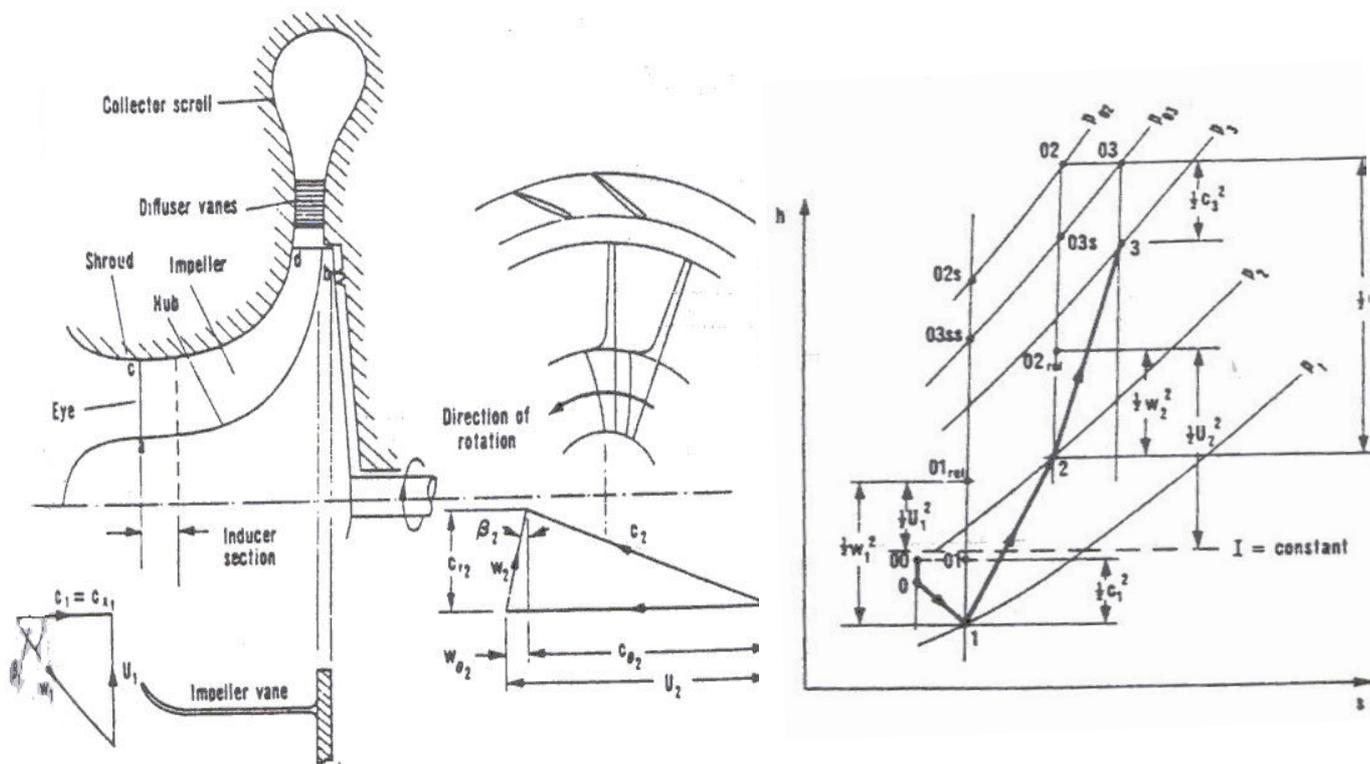
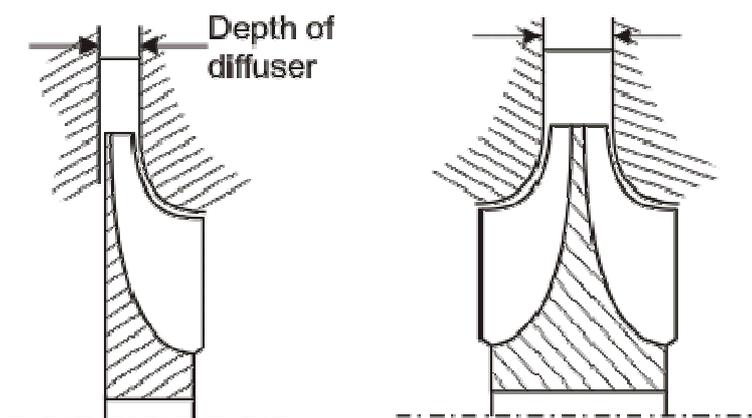
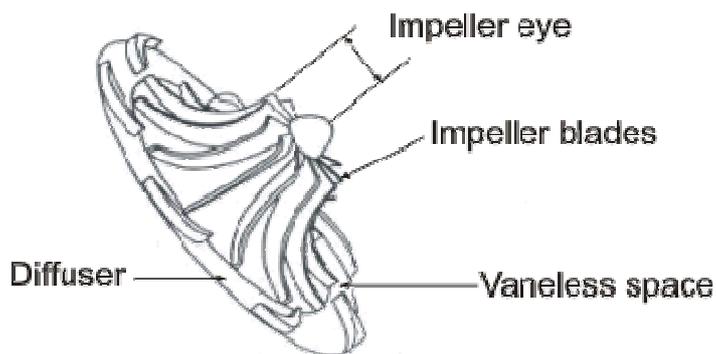
Σχήμα 5.3 Διαμόρφωση αξονικού συμπιεστή, τρίγωνα ταχυτήτων και διάγραμμα Mollier για τυπική βαθμίδα αξονικού συμπιεστή



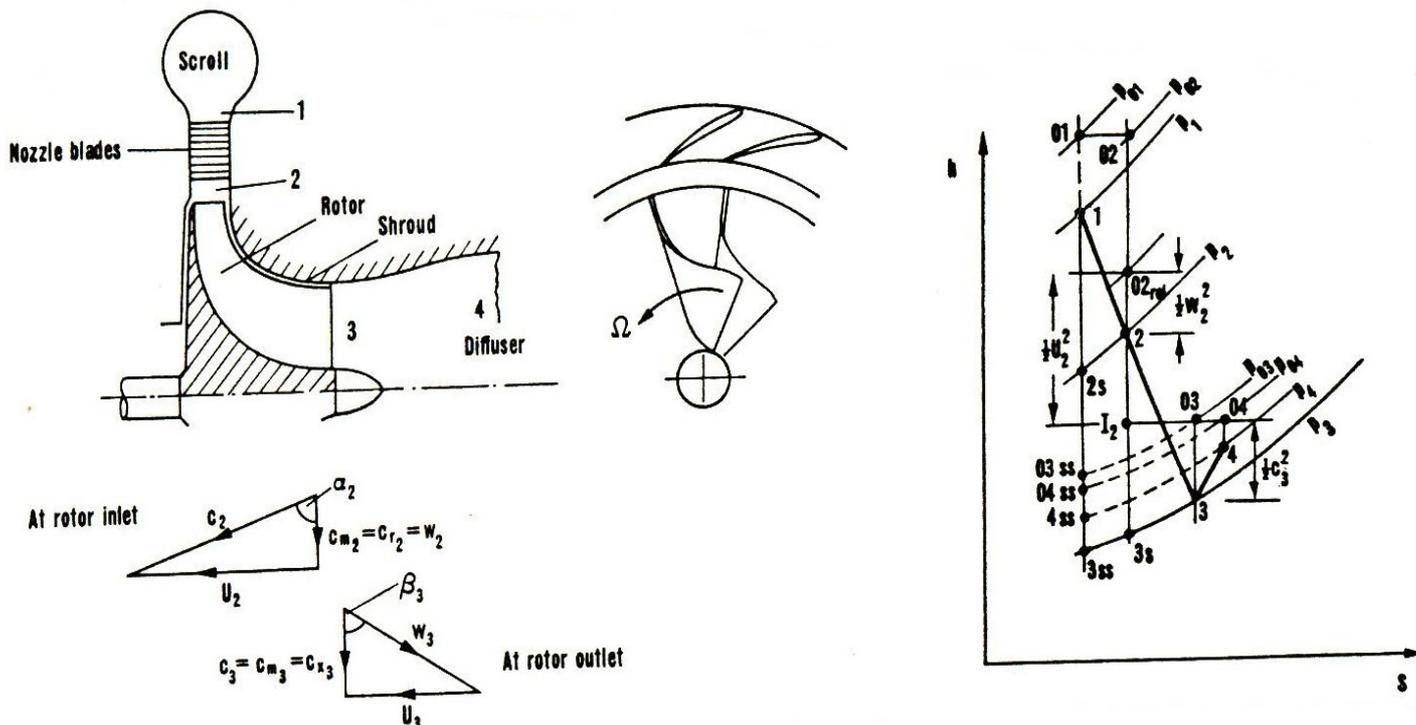
Σχήμα 5.4 Διαμόρφωση αξονικού στροβίλου, τρίγωνα ταχυτήτων και διάγραμμα Mollier για τυπική βαθμίδα αξονικού στροβίλου



Σχήμα 5.5 Τυπική περύγωση στροβίλου, ροϊκή διαμόρφωση και κατανομή πίεσης γύρω από περύγιο στροβίλου



Σχήμα 5.6 Διαμορφώσεις φυγοκεντρικού συμπιεστή και τρίγωνα ταχυτήτων και διάγραμμα Mollier για την βαθμίδα φυγοκεντρικού συμπιεστή



Σχήμα 5.7 Διαμορφώσεις φυγοκεντρικών στροβίλων και τρίγωνα ταχυτήτων και διάγραμμα Mollier για την βαθμίδα φυγοκεντρικού στροβίλου