

## Συμβολισμοί και συστήματα αξόνων

Στην μηχανική της πτήσης είναι αναγκαία η χρήση πολλαπλών συστημάτων συντεταγμένων και συστημάτων αναφοράς. Η γη είναι σφαιρική και περιστρέφεται γύρω από τον ήλιο, για την ατμοσφαιρική πτήση όμως η επιφάνεια του εδάφους θεωρείται επίπεδη και στάσιμη στον αδρανειακό χώρο. Συνεπώς στο παρακάτω κεφάλαιο, κάθε σύστημα συντεταγμένων, ή σύστημα αναφοράς που είναι προσαρτημένο στην γη είναι αδρανειακό σύστημα όπου ισχύουν οι νόμοι του Newton. Η χρήση του αδρανειακού συστήματος αναφοράς είναι αναγκαία για την ανάπτυξη των εξισώσεων κίνησης αεροσκαφών. Το αδρανειακό σύστημα αναφοράς που είναι προσαρτημένο στην γη συμβολίζεται ως  $F_E(0_E, x_E, y_E, z_E)$ . Η αρχή,  $0_E$ , του συστήματος  $F_E$  τοποθετείται αυθαίρετα, ανάλογα με τις ανάγκες του προβλήματος και ο άξονας  $0_{EZ_E}$  έχει κατεύθυνση κάθετα προς την επιφάνεια της γης, ενώ ο άξονας  $0_{Ex_E}$  είναι οριζόντιος προς την επιφάνεια της γης και εκλέγεται σε οποιαδήποτε κατάλληλη κατεύθυνση, για παράδειγμα κατά μήκος του διαδρόμου προσγείωσης ή κατά μήκος κάποιας κατεύθυνσης πτήσης.

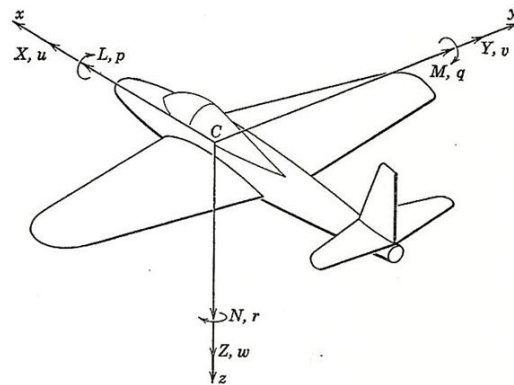
Επί πλέον, υποτίθεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι ομοιόμορφη, συνεπώς το κέντρο μάζας και το κέντρο βάρους συμπίπτουν. Η ταχύτητα του αεροσκάφους σχετικά με το αδρανειακό σύστημα αναφοράς  $F_E$ , συμβολίζεται ως  $\vec{V}_E$  και συνήθως ονομάζεται ταχύτητα ως προς το έδαφος (groundspeed). Τα αεροδυναμικά φορτία δεν εξαρτώνται από την σχετική ταχύτητα ως προς το σύστημα  $F_E$  αλλά από την ταχύτητα ως προς τον αέρα που είναι διαφορετική από την ταχύτητα ως προς το έδαφος όταν υπάρχουν ρεύματα αέρα. Η ταχύτητα του ρεύματος αέρα ως προς το έδαφος συμβολίζεται με  $\vec{W}$  ενώ η ταχύτητα του κέντρου βάρους (KB) του αεροσκάφους σχετικά με τον αέρα συμβολίζεται με  $\vec{V}$  τότε

$$\vec{V}^E = \vec{W} + \vec{V}$$

Στις περισσότερες περιπτώσεις. Θεωρούμε ότι  $\vec{W} = 0$  οπότε η ταχύτητα του αεροσκάφους σχετικά με τον αέρα είναι ίδια με την αδρανειακή ταχύτητα  $\vec{V}^E = \vec{V}$ .

Ένα άλλο σύστημα συντεταγμένων που θα χρησιμοποιήσουμε για την ανάπτυξη των εξισώσεων κίνησης έχει την αρχή του C στο κέντρο βάρους του αεροσκάφους. Το σύστημα συντεταγμένων που είναι προσαρμοσμένο στο αεροσκάφος συμβολίζεται με  $F_B$ . Στο σύστημα  $F_B$  επίπεδο  $0_{xz}$  είναι το επίπεδο συμμετρίας του αεροσκάφους. Οι

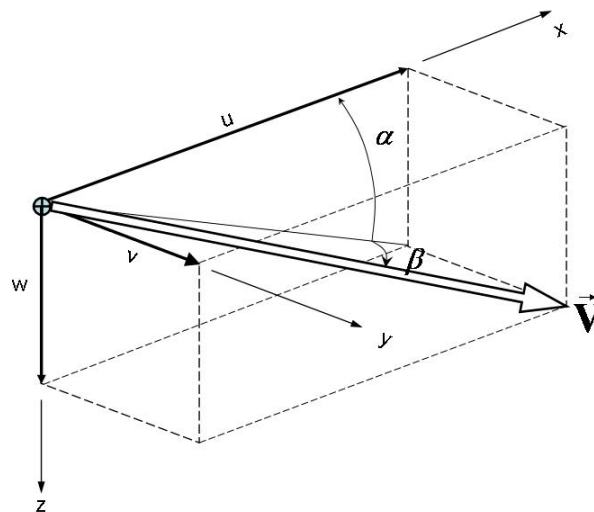
συνιστώσες των αεροδυναμικών φορτίων (δυνάμεων και ροπών) που ενεργούν στο αεροσκάφος αναπαρίστανται στο παρακάτω διάγραμμα.



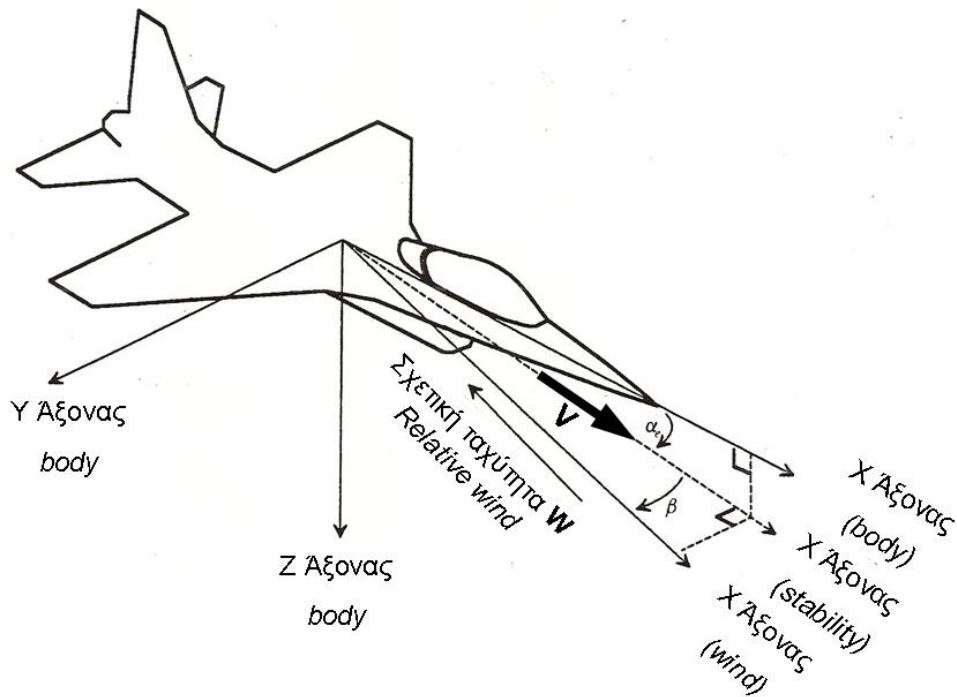
$L = \text{Rolling moment}$	$p = \text{rate of roll}$
$M = \text{Pitching moment}$	$q = \text{rate of pitch}$
$N = \text{Yawing moment}$	$r = \text{rate of yaw}$

Συμβολισμοί στους άξονες που είναι προσαρτημένοι στο αεροσκάφος. Συνιστώσες δυνάμεων  $[X, Y, Z]$ , συνιστώσες ροπών  $[L, M, N]$ , ρυθμοί περιστροφής  $[p, r, q]$ , και συνιστώσες  $[u, v, w]$  της ταχύτητας του κέντρου βάρους  $C$  ως προς την ατμόσφαιρα.

Συμβολίζοντας τις συνιστώσες του διανύσματος ταχύτητας αεροσκάφους σχετικά με τον αέρα στο σύστημα  $F_B$  ως  $\vec{V}_B = (u, v, w)^T$  (βλέπε Σχ. 1.1.a και 1.1.b) έχουμε τους παρακάτω ορισμούς:



**Σχήμα 1.1.a** Ορισμοί των γωνιών πρόσπτωσης  $\alpha$  και πλάγιας πρόσπτωσης (sideslip)  $\beta$ .



**Σχήμα 1.1.b** Ορισμοί των γωνιών πρόσπτωσης  $\alpha$ , πλάγιας πρόσπτωσης (sideslip)  $\beta$  και συστημάτων αξόνων προσαρτημένων στο αεροσκάφος.

Γωνία πρόσπτωσης (angle of attack)  $\alpha_x = \tan^{-1} \frac{w}{u}$

Γωνία πλάγιας τροχιάς (angle of sideslip)  $\beta = \sin^{-1} \frac{v}{V}$

Η χρήση του παραπάνω ορισμού για της γωνίας  $\beta$  είναι πιο βολική διότι η τιμή της δεν εξαρτάται από την κατεύθυνση του άξονα  $0_x$  στο επίπεδο συμμετρίας.

## 1. Στατική ευστάθεια και έλεγχος

Χρήσιμη πληροφορία σχετικά με την ευστάθεια από την μελέτη της συμπεριφοράς του αεροσκάφους, αμελώντας την δυναμική απόκριση (transient behavior) του αεροσκάφους, που συνοδεύει την μεταβολή των αεροδυναμικών φορτίων. Οι κινήσεις του αεροπλάνου στην μελέτη της στατικής ισορροπίας διαχωρίζονται σε:

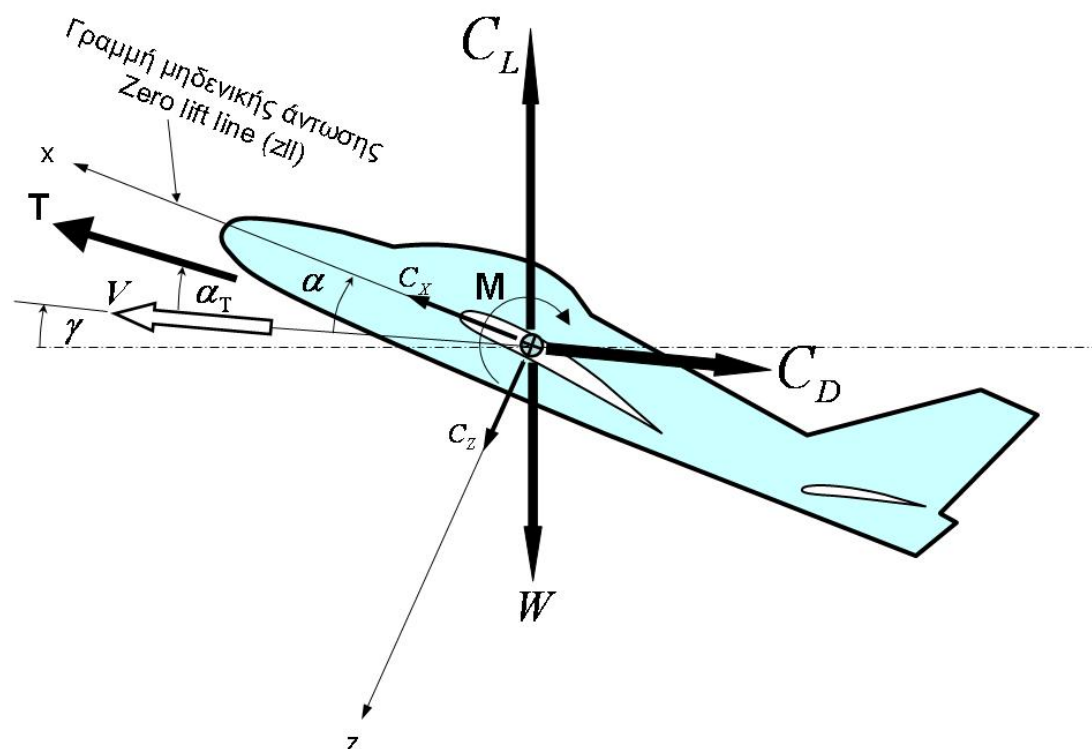
1) Κατά μήκος κινήσεις (longitudinal motions) ή συμμετρικές κινήσεις όπως στροφή γύρω από τον άξονα  $y$  (pitch). Οι κινήσεις αυτές

επιτυγχάνονται όταν το ΚΒ κινείται στο κάθετο επίπεδο συμμετρίας και οι πτέρυγες παραμένουν οριζόντιες.

2) Πλάγιες κινήσεις (lateral motions) που είναι μη-συμμετρικές, όπως περιστροφή (roll) και πλάγια στροφή (yaw) και διεξάγονται καθ' όσον η γωνία πρόσπτωσης και η ταχύτητα παραμένουν σταθερές.

### 1.1.1 Βασικές κατά μήκος δυνάμεις

Η πλέον συνήθης πτητική κατάσταση των αεροσκαφών είναι συμμετρική σταθερή πτήση (steady flight). Τα διανύσματα της ταχύτητας και των δυνάμεων καθώς και η ροπή που ενεργούν στο αεροσκάφος και απαιτούνται για ισορροπία γι' αυτή την κατάσταση πτήσης αναπαριστώνται στο Σχ. 1.2. Οι κύριοι παράμετροι της κατά μήκος κίνησης είναι η γωνία πρόσπτωσης  $\alpha$  και η ταχύτητα  $\vec{V}$ . Στο Σχ. 1.2. απεικονίζονται επί πλέον και όλες οι μη μηδενικές δυνάμεις της κατά μήκος κίνησης.



**Σχήμα 1.2** Ισορροπία δυνάμεων σε σταθερή συμμετρική πτήση.

Την μελέτη της κατά μήκος κίνησης διευκολύνουν οι παρακάτω παραδοχές.

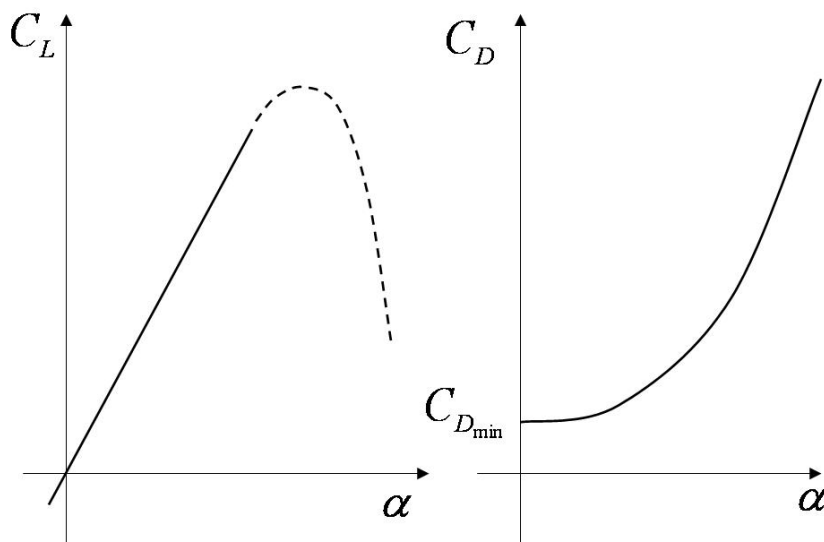
1. Η ώση  $T$  είναι ανεξάρτητη από την ταχύτητα  $V$ . Η παραδοχή αυτή αποτελεί καλή προσέγγιση για jet μηχανές.

2. Το γινόμενο  $TV$  είναι ανεξάρτητο από την ταχύτητα  $V$ , που σημαίνει ότι η ισχύς είναι σταθερή. Η παραδοχή αυτή είναι καλή προσέγγιση για συνδυασμό μηχανής με προπέλα.

Μπορούμε ακόμη να παραδεχθούμε ότι η άντωση και η οπισθέλκουσα παραμένουν ανεξάρτητες από τον χρόνο για μικρές τιμές της γωνίας πρόσπτωσης που είναι πιο μικρές από την γωνία αποκόλλησης. Τα παραπάνω παραδοχές αποτελούν καλή προσέγγιση για μεγάλο εύρος ταχυτήτων από υποηχητικές μέχρι και μεγάλου μεγέθους υπερηχητικών ταχυτήτων ( $M < 5$ ), όπου οι συντελεστές άντωσης και οπισθέλκουσας (δες Σχ. 1.3) δίνονται από τις εξής σχέσεις

$$C_L = C_{L\alpha} \alpha \quad (1.1.1)$$

$$C_D = C_{D_{\min}} + KC_L^2 \quad (1.1.2)$$



**Σχήμα 1.3** Τυπική μεταβολή άντωσης και οπισθέλκουσας με την γωνία πρόσπτωσης.

Στις παραπάνω σχέσεις οι σταθερές  $C_{L\alpha}$ ,  $C_{D_{\min}}$ ,  $K$  είναι συνάρτηση του σχήματος αεροσκάφους, του συντελεστή ώσης και της ταχύτητας (αριθμού Mach). Απόκλιση από τις προσεγγίσεις που δίνουν οι Εξ. (1.1.1) και (1.1.2) είναι δυνατές, και σε πολλές περιπτώσεις η σχέση  $C_L$ ,  $\alpha$  δεν είναι γραμμική ενώ η τιμή της οπισθέλκουσας  $C_{D_{\min}}$  επιτυγχάνεται συνήθως για θετική γωνία πρόσπτωσης  $\alpha > 0$ . Η σχέση μεταξύ  $C_L$  και  $\alpha$  είναι μη γραμμική για αεροσκάφος με πτέρυγες

σχήματος  $\Delta$  και για πολύ μεγάλες ταχύτητες  $M > 5$ . Για το μη γραμμικό εύρος η σχέση  $C_L$ , α δίνεται από

$$C_L = \left( \frac{1}{2} C_{N\alpha} \sin 2\alpha + C_{N\alpha\alpha} \sin \alpha |\sin \alpha| \right) \cos \alpha \quad (1.1.3)$$

όπου ο συντελεστής  $C_{N\alpha}$  και  $C_{N\alpha\alpha}$  εξαρτώνται από το σχήμα αεροσκάφους και την ταχύτητα αλλά είναι ανεξάρτητοι της γωνίας πρόσπτωσης. Στην Εξ. (1.1.3)  $C_N$  είναι ο συντελεστής της δύναμης που είναι κάθετη στην χορδή και ο συντελεστής  $C_{N\alpha}$  είναι η τιμή  $C_{L\alpha}$  για μηδενική γωνία πρόσπτωσης  $\alpha = 0$ . Η προσέγγιση του συντελεστή οπισθέλκουσας που δίνεται από την Εξ. (1.1.2) είναι καλή προσέγγιση για ταχύτητες  $M < 5$ . Για μεγαλύτερες ταχύτητες (hypersonic speeds  $M > 5$ ) καλή προσέγγιση της οπισθέλκουσας βρίσκεται για τιμές του εκθέτη  $3/2$  αντί για 2.

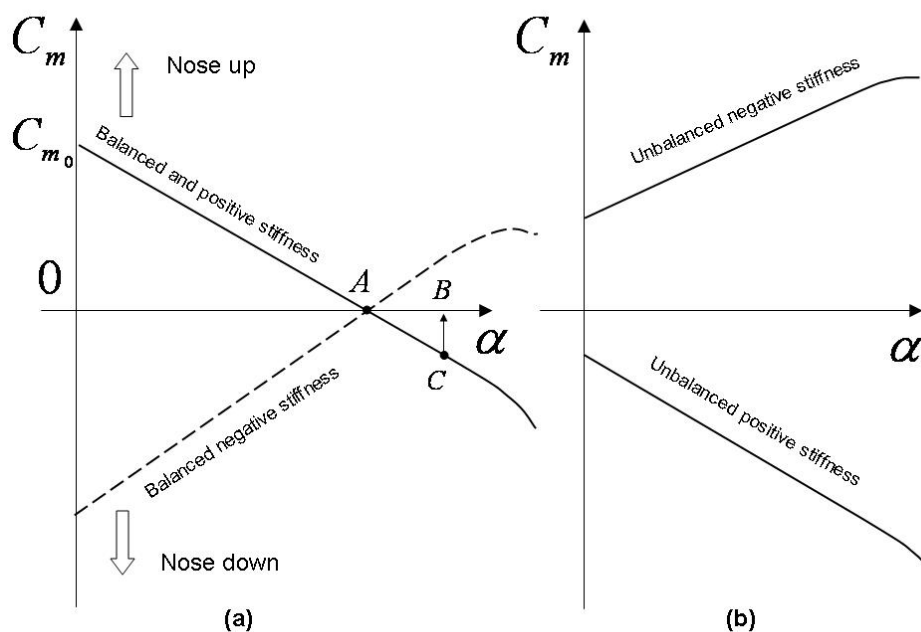
### 1.1.2 Ισορροπία

Ένα αεροσκάφος μπορεί να εκτελεί μη επιταχυνόμενη πτήση μόνο όταν η συνισταμένη των δυνάμεων και των ροπών που ενεργούν στο κέντρο βάρους είναι μηδενική. Η παραπάνω προϋπόθεση αποτελεί και την συνθήκη της κατά μήκος ισορροπίας. Αν για παράδειγμα η ροπή της κατά μήκος περιστροφής (pitching moment) δεν είναι μηδέν το αεροσκάφος θα εκτελέσει επιταχυνόμενη περιστροφή κατά την κατεύθυνση της ροπής αυτής. Το διάγραμμα του Σχ. 1.4 δείχνει μια τυπική εξάρτηση του συντελεστή ροπής περιστροφής  $C_m$  γύρω από το KB σε σχέση με την γωνία πρόσπτωσης για αεροπλάνο με σταθερό ανυψωτήρα. Η γωνία πρόσπτωσης ορίζεται σε σχέση με την ευθεία μηδενικής άντωσης του αεροπλάνου. Η σχέση  $C_m, \alpha$  είναι γραμμική εκτός από μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης. Δεδομένου ότι απαιτείται μηδενική στρεπτική ροπή για ισορροπία το συγκεκριμένο αεροπλάνο μπορεί να πετάξει μόνο για γωνία πρόσπτωσης  $\alpha$ , που αντιστοιχεί στο σημείο  $A$  του Σχ. 1.4.

### 1.1.3 Δυσκαμπτότητα περιστροφής

Υποθέτουμε ότι το αεροπλάνο με σχέση  $C_m, \alpha$ , που απεικονίζεται στο Σχ. 1.4.a, διαταράσσεται από την θέση ισορροπίας  $A$  και ότι η γωνία πρόσπτωσης αυξάνεται στην τιμή που αντιστοιχεί στο  $B$  ενώ η ταχύτητα πτήσης παραμένει αμετάβλητη. Τότε το αεροπλάνο υπόκειται σε μια ροπή μεγέθους  $BC$  που τείνει να περιστρέψει το πρόσθιο μέρος της

ατράκτου προς τα κάτω (nose-down pitching moment). Δηλαδή η αναπτυσσόμενη ροπή τείνει να ελαττώσει την τιμή της γωνίας πρόσπτωσης στην αρχική τιμή ισορροπίας  $\alpha$ , είναι συνεπώς μια ροπή επαναφοράς. Στην περίπτωση λοιπόν αυτή το αεροπλάνο έχει θετική δυσκαμπτότητα περιστροφής (positive pitch stiffness) που προφανώς είναι ένα επιθυμητό χαρακτηριστικό. Στην περίπτωση όμως που η σχέση  $C_m$ ,  $\alpha$  έχει θετική κλίση και δίνεται από την καμπύλη με την διακεκομμένη γραμμή του Σχ. 1.4.α, η ροπή είναι θετική (nose-up) και τείνει να αυξήσει ακόμη περισσότερο την γωνία πρόσπτωσης περιστρέφοντας το αεροπλάνο ακόμη μακρύτερα από την θέση ισορροπίας. Η δυσκαμπτότητα περιστροφής χαρακτηρίζεται από το πρόσημο και το μέτρο της κλίσης  $\partial C_m / \partial \alpha$ . Η δυσκαμπτότητα περιστροφής είναι θετική όταν σε ισορροπία  $C_m$  είναι μηδενική και η κλίση  $\partial C_m / \partial \alpha$  είναι αρνητική. Διάφορες άλλες πιθανές σχέσεις  $C_m$ ,  $\alpha$  παρουσιάζονται στο Σχ. 1.4.β.



**Σχήμα 1.4** Μεταβολή στρεπτικής ροπής γύρω από το ΚΒ (pitching moment about the center of gravity) με την γωνία πρόσπτωσης.

#### 1.1.4 Διατάξεις πτέρυγας και πτέρυγας/ουράς

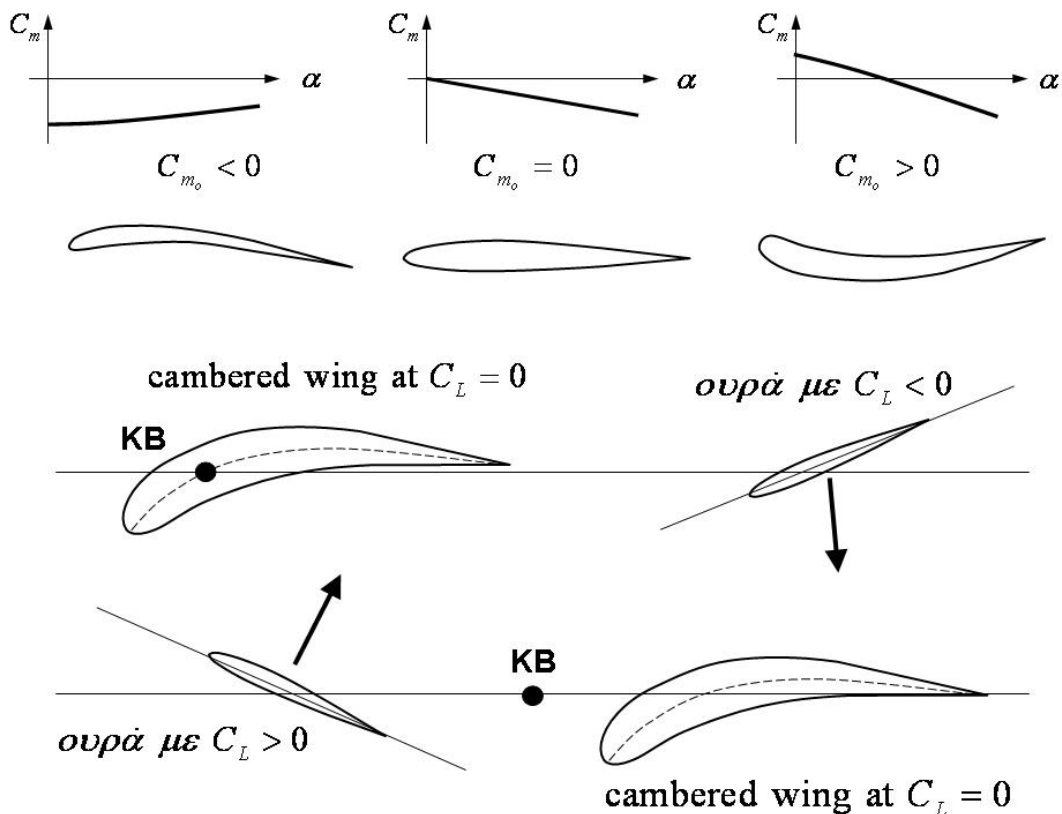
Η κλίση  $\partial C_m / \partial \alpha$  μπορεί να γίνει αρνητική για οποιοδήποτε συνδυασμό πτέρυγας και σώματος όταν το ΚΒ είναι αρκετά μπροστά. Συνεπώς οποιαδήποτε διάταξη με θετική ροπή υπό μηδενική πρόσπτωση

$C_{m_0}$ , εξασφαλίζει συνθήκη ευσταθούς πτήσης. Συμβατικές μορφές αεροτομών που απεικονίζονται στο Σχ. 1.5 έχουν αρνητική, μηδενική (συμμετρική αεροτομή) και θετική τιμή  $C_{m_0}$ .

Ένα αεροπλάνο που αποτελείται μόνο από πτέρυγα τα παρακάτω αεροδυναμικά χαρακτηριστικά:

αρνητική καμπυλότητα	δυνατή πτήση για $\alpha > 0$ , $C_L > 0$
μηδενική καμπυλότητα	δυνατή πτήση για $\alpha = 0$ , $C_L = 0$
θετική καμπυλότητα	αδύνατη πτήση για οποιαδήποτε θετική πρόσπτωση και άντωση

Οι παραπάνω διαπιστώσεις οδηγούν στο συμπέρασμα ότι αεροσκάφοστα χωρίς οριζόντια ουρά πρέπει να έχουν πτέρυγες με αρνητική καμπυλότητα για ευσταθή πτήση.



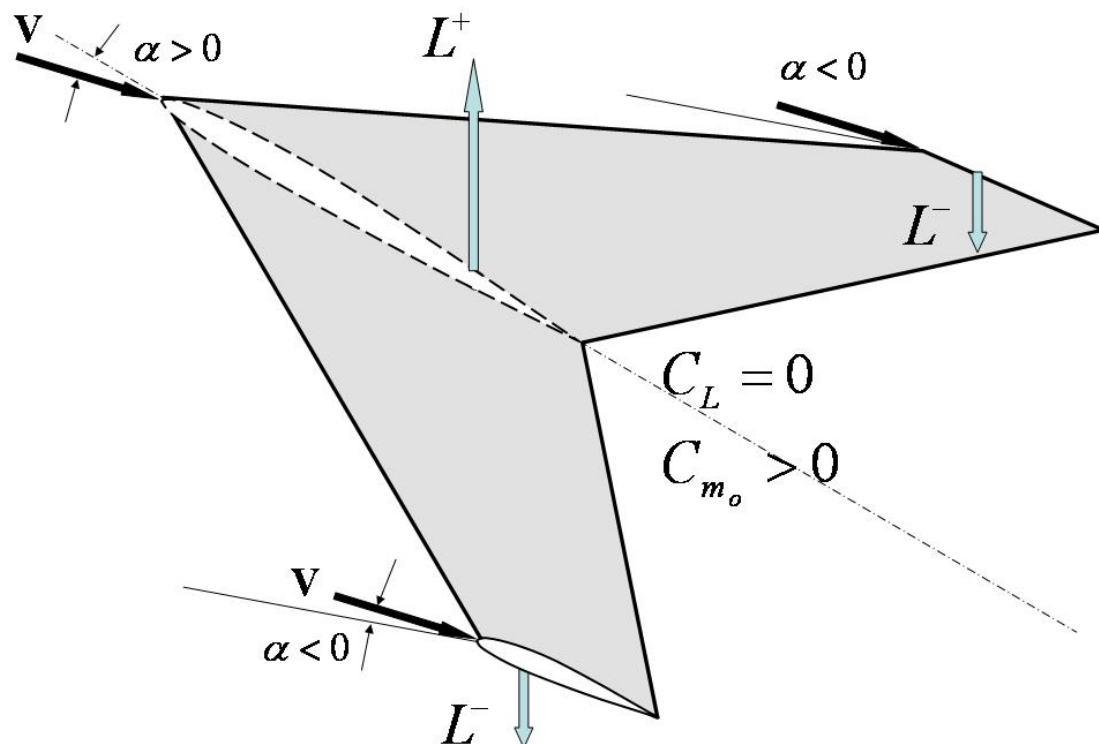
**Σχήμα 1.5** Ροπή  $C_{m_0}$  για διαφορετικά σχήματα αεροτομών και διατάξεις ουράς πτέρυγας με θετικό  $C_{m_0}$  ( $C_{m_0} > 0$ )

Πτέρυγες με θετική καμπυλότητα μπορούν να χρησιμοποιηθούν μόνο σε συνδυασμό με άλλα εξαρτήματα που δημιουργούν θετική ροπή  $C_{m_0}$ . Οι εναλλακτικές διατάξεις που χρησιμοποιούν συνδυασμοί πτέρυγας ουράς φαίνονται στο Σχ. 1.5. Όταν η κύρια πτέρυγα παράγει μηδενική άντωση η βοηθητική ουριαία πτέρυγα πρέπει να παρέχει την



απαιτούμενη δεξιόστροφη (nose-up) ροπή, πρέπει συνεπώς να έχει αρνητική γωνία προσβολής. Αντίθετα, η διάταξη canard/wing (που είναι και η διάταξη που χρησιμοποίησαν στην πρώτη πτήση οι αδελφοί Wright το 1903) η ουριαία πτέρυγα βρίσκεται υπό θετική πρόσπτωση. Ουσιαστικά το ίδιο αποτέλεσμα επιτυγχάνεται και με πτέρυγες από συμμετρικές διατομές και με ακροπτερύγια που έχουν την δυνατότητα να λάβουν προς τα άνω κλίση για να επιτευχθεί αρνητική καμπυλότητα.

Η άλλη εναλλακτική λύση αντί του συνδυασμού πτέρυγας/ουράς είναι η χρήση πτέρυγας με κλίση (swept wings) και με στραμμένα ακροπτερύγια όπως δείχνει το Σχ. 1.6 όπου για συνολικά μηδενική άντωση η βάση της πτέρυγας έχει θετική άντωση ενώ το άκρο αρνητική. Αυτό όμως έχει σαν αποτέλεσμα την ανάπτυξη της επιθυμητής θετικής ροπής που απαιτείται για ευσταθή πτήση. Παρόμοια με τις πτέρυγες υπό κλίση είναι και η δέλτα-τύπου πτέρυγες πρέπει να έχουν περιστραμμένα άκρα έτσι ώστε να παρέχουν ευσταθή πτήση χωρίς την χρήση αρνητικής καμπυλότητας ή στροφής ακροπτερυγίου.



Σχήμα 1.6 Πτέρυγα με κλίση και στραμμένα ακροπτερύγια

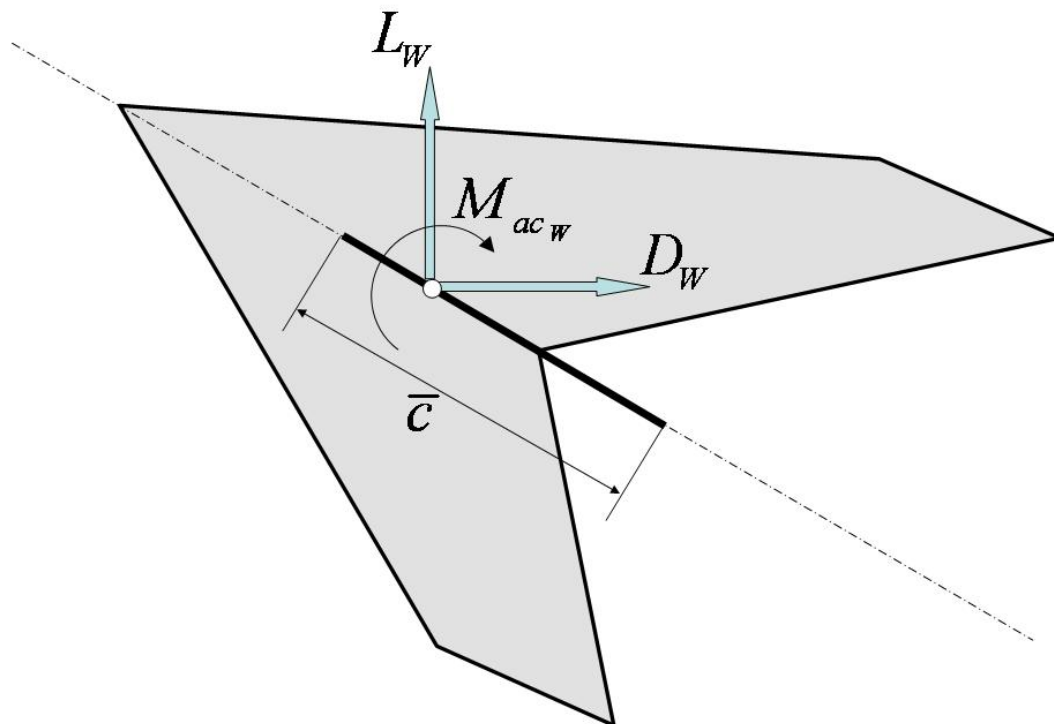
## 1.2 Αντωση και ροπή στροφής

Η συνολική άντωση και ροπή στροφής του αεροπλάνου είναι συναρτήσεις της γωνίας πρόσπτωσης, της ταχύτητας πτήσης (Mach), του αριθμού Reynolds, του συντελεστή ώσης και της δυναμικής πίεσης.

Ακριβής υπολογισμός του  $C_L$  και  $C_m$  είναι αναγκαίος για την ανάλυση ευστάθειας και γι' αυτό το σκοπό γίνονται εκτεταμένες δοκιμές αεροσύραγγας που συμπληρώνονται από αεροδυναμική ανάλυση και αεροελαστικούς υπολογισμούς. Η συνολική άντωση και ροπή έχουν συνεισφορά από τα βασικά μέρη του αεροσκάφους όπως την πτέρυγα, το προωθητικό σύστημα, την άτρακτο, την ουρά και από την αμοιβαία αεροδυναμική σύζευξη αυτών. Στα παρακάτω κεφάλαια, θα υποθέσουμε απόλυτα άκαμπτο αεροσκάφος, θα αγνοήσουμε δηλαδή την οποιαδήποτε αεροελαστική σύζευξη, και θα παρουσιάσουμε την μεθοδολογία ανάλυσης για τον υπολογισμό της συνολικής άντωσης και ροπής.

### 1.2.1. Αντωση και ροπής πτέρυγας

Τα αεροδυναμικά φορτία είναι η άντωση και η οπισθέλκουσα που ενεργούν στο αεροδυναμικό κέντρο όπου επί πλέον ενεργεί και η συνισταμένη ροπή. Τα αεροδυναμικά φορτία πτέρυγας απεικονίζονται στο Σχ.1.7 Η ροπή περιστροφής γύρω από το αεροδυναμικό κέντρο αναλύεται στο Σχ. 1.8.



**Σχήμα 1.7** Αεροδυναμικά φορτία πτέρυγας.

Η ισορροπία των ροπών γύρω από το κέντρο βάρους του Σχ. 1.8 εκφράζεται από την σχέση

$$M_w = M_{ac_w} + (L_w \cos \alpha_w + D_w \sin \alpha_w)(h - h_{n_w})\bar{c} + (L_w \sin \alpha_w - D_w \cos \alpha_w)z \quad (1.2.1)$$

Για μικρές γωνίες πρόσπτωσης  $\alpha_w$  η παραπάνω σχέση σε μορφή συντελεστών ροπής (μετά από διαίρεση με  $1/2\rho V^2 S\bar{c}$ ) γίνεται

$$Cm_w = Cm_{ac_w} + (C_{L_w} + C_{D_w}\alpha_w)(h - h_{n_w}) + (C_{L_w}\alpha_w - C_{D_w})z/\bar{c} \quad (1.2.2)$$

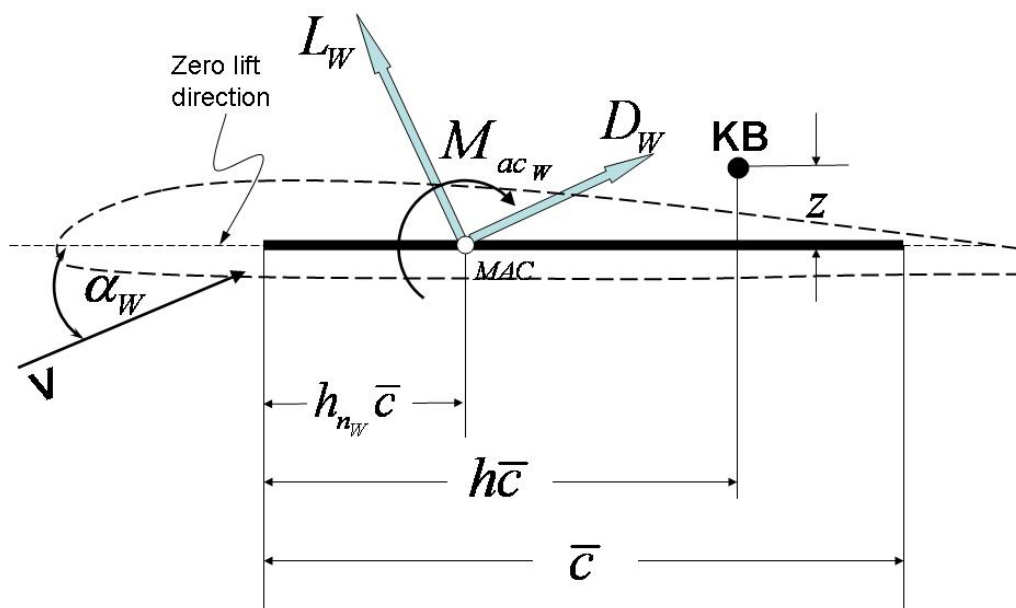
όταν λόγος  $z/\bar{c}$  είναι συνήθως μικρός συνεπώς ο όρος  $(C_{L_w}\alpha_w - C_{D_w})z/\bar{c}$  μπορεί να παραληφθεί και επειδή  $C_{L_w} \gg C_{D_w}\alpha_w$  η Εξ. (1.2.2) απλοποιείται ως :

$$Cm_w = C_{m_{ac_w}} + C_{L_w}(h - h_{n_w}) = C_{m_{ac_w}} + a_w\alpha_w(h - h_{n_w}) \quad (1.2.3)$$

Όπου  $a_w = C_{L_{a_w}}$  είναι η κλίση της καμπύλης άντωσης της πτέρυγας.

$\bar{c}$  : Μέση αεροδυναμική χορδή  
Mean aerodynamic chord

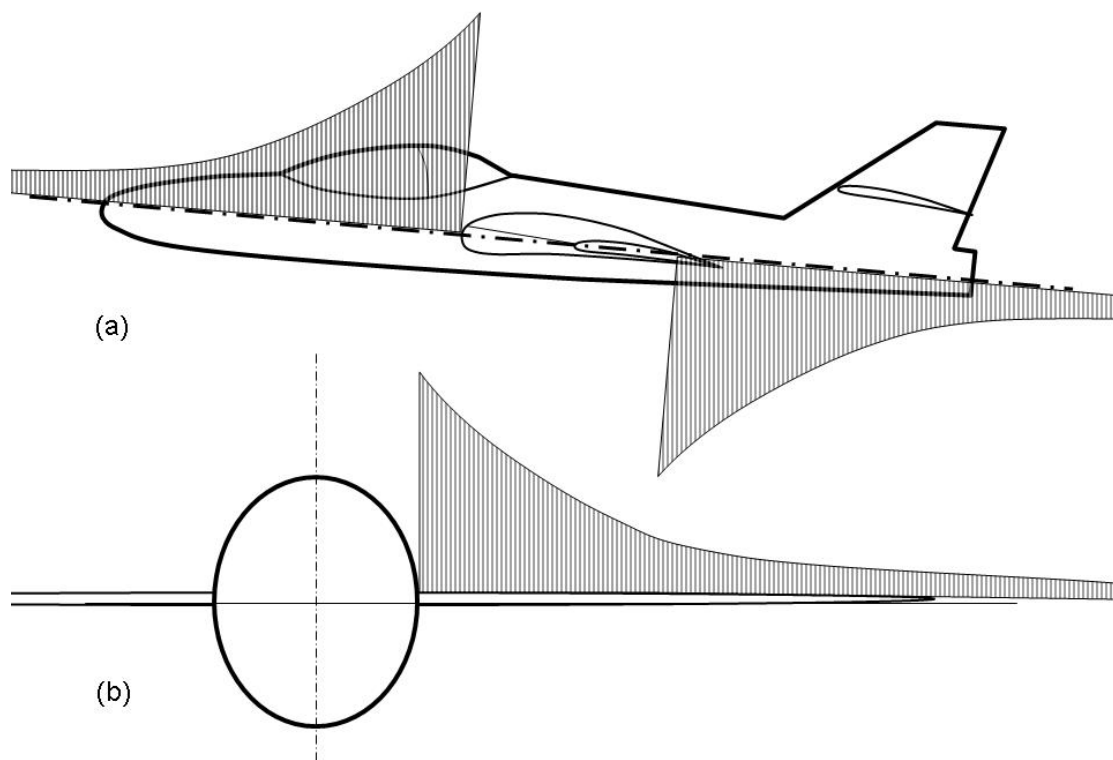
$MAC$  Μέση αεροδυναμικό κέντρο  
Mean aerodynamic center



Σχήμα 1.8 Ροπή γύρω από το KB στο επίπεδο συμμετρίας.

### 1.2.2 Άντωση και ροπή ατράκτου

Η συνεισφορά της άντωσης της ατράκτου και των περιβλημάτων μηχανών (nacelles) στην συνολική άντωση αεροσκάφους είναι περίπλοκη. Όπως στην περίπτωση της πτέρυγας, τα αεροδυναμικά φορτία ατράκτου αναπαρίστανται σαν άντωση, οπισθέλκουσα και ροπή και εξαρτώνται από την γωνία πρόσπτωσης  $\alpha$ . Για τον συνδυασμό ατράκτου/πτέρυγας υπάρχει σοβαρή αλληλεπίδραση και η απλή πρόσθεση των δυνάμεων και ροπών δεν είναι δυνατή.



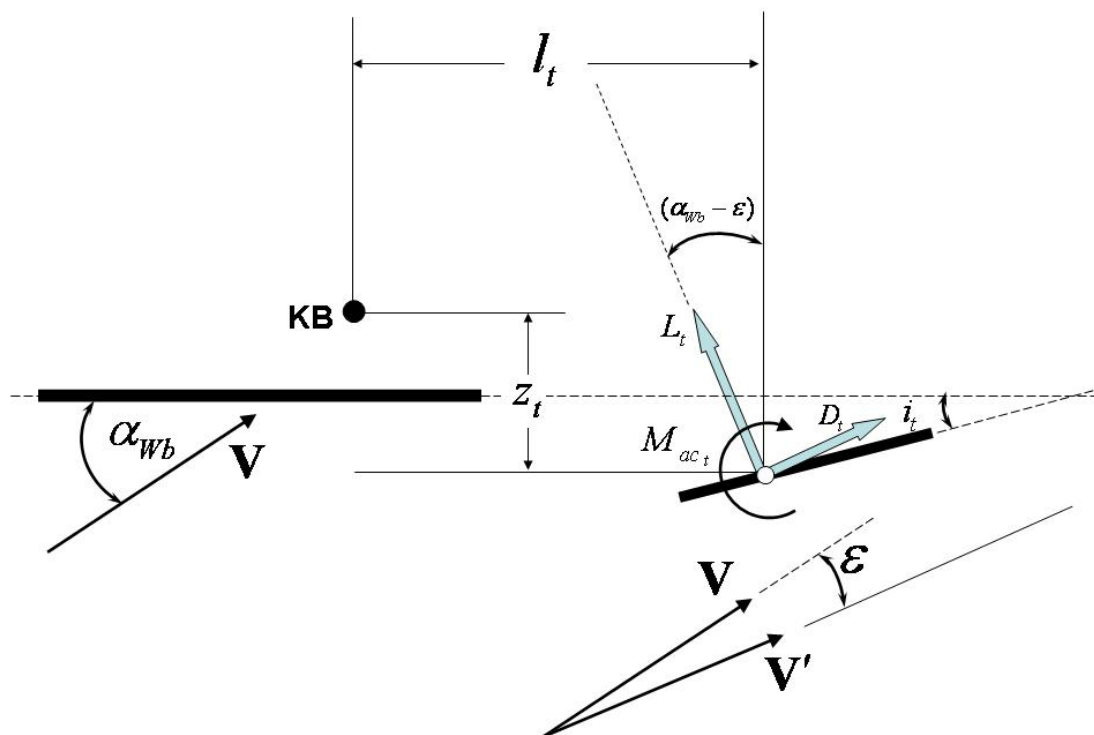
**Σχήμα 1.9** Απεικόνιση της αλληλεπίδρασης πεδίων ροής ατράκτου και πτέρυγας. (a) Ανώρευμα και κατώρευμα που επάγει η πτέρυγα στη άτρακτο και (b) Ανώρευμα που επάγει η άτρακτος στην πτέρυγα.

Η αλληλεπίδραση των πεδίων ροής της πτέρυγας και της ατράκτου αναπαρίσταται στο Σχ. 1.9. Το Σχ. 1.9.a δείχνει την επαγόμενη ταχύτητα κατά μήκος της ατράκτου από την πτέρυγα και το Σχ. 1.9.b δείχνει την επίδραση της ατράκτου στην πτέρυγα. Προσεγγιστικά όμως ροπή για τον συνδυασμό ατράκτου/πτέρυγας εκφράζεται από μια εξίσωση της ίδιας μορφής με την Εξ. (1.2.3) ως ακολούθως :

$$\begin{aligned}
 C_{m_{wb}} &= C_{m_{acwb}} + C_{L_{wb}} (h - h_{n_{wd}}) \\
 &= C_{m_{acwb}} + a_{wb} \alpha_{wb} (h - h_{n_{wb}})
 \end{aligned}
 \tag{1.2.4}$$

### 1.2.3 Αντωση και ροπή στροφής ουράς

Το διάγραμμα δυνάμεων και ροπών για την ουριαία πτέρυγα είναι παρόμοιο με το διάγραμμα της κυρίας πτέρυγας και απεικονίζεται στο Σχ. 1.10. Στον συνδυασμό κυρίας και ουριαίας πτέρυγας υπάρχει αλληλεπίδραση λόγω του κατωρεύματος που επάγει η κύρια πτέρυγα που εκφράζεται από την μέση γωνία του κατωρεύματος  $\varepsilon$ . Επιπρόσθετα, υπάρχει μείωση της σχετικής ταχύτητας στην ουριαία πτέρυγα λόγω του ανωρεύματος της κύριας πτέρυγας.



**Σχήμα 1.10** Διάγραμμα δυνάμεων και ροπών που ενεργούν στην ουριαία πτέρυγα.

Οι δυνάμεις που ενεργούν στην ουριαία πτέρυγα απεικονίζονται στο Σχ.1.10 όπου  $\bar{V}'$  συμβολίζει την σχετική ταχύτητα στην ουρά. Η άντωση της ουράς είναι κάθετη στην ταχύτητα  $\bar{V}'$  και η συνεισφορά της άντωσης ουράς στην άντωση του αεροσκάφους είναι :

$$L_t \cos \varepsilon - D_t \sin \varepsilon$$

και επειδή όμως η γωνία κατωρεύματος  $\varepsilon$  είναι μικρή  $D_t \varepsilon \ll L_t$  οπότε η συνεισφορά της ουράς στην άντωση του αεροπλάνου είναι  $L_t$ . Η άντωση αδιαστατοποιείται όταν διαιρέσουμε με την δυναμική πίεση  $\frac{1}{2} \rho V^2$  και το εμβαδόν της ουριαίας πτέρυγας  $S_t$  και δίνεται από:

$$C_{L_t} = \frac{L_t}{\frac{1}{2} \rho V^2 S_t} \quad (1.2.5)$$

και για συνολική άντωση  $L = L_{wb} + L_t$  ο συντελεστής άντωσης είναι :

$$C_L = C_{L_{wb}} + \frac{S_t}{S} C_{L_t} \quad (1.2.6)$$

Η στρεπτική ροπή της ουράς γύρω από το κέντρο βάρους (KB) βρίσκεται με την βοήθεια του Σχ. 1.10 από την σχέση:

$$M_t = -l_t [L_t \cos(\alpha_{wb} - \varepsilon) + D_t \sin(\alpha_{wb} - \varepsilon)] - z_t [-L_t \sin(\alpha_{wb} - \varepsilon) + D_t \cos(\alpha_{wb} - \varepsilon)] \quad (1.2.7)$$

Ο δεύτερος όρος μέσα στη αγκύλη είναι μικρός και μπορεί να παραληφθεί. Επίσης στον όρο της πρώτης αγκύλης  $L_t \gg D_t(\alpha_{wb} - \varepsilon)$  οπότε:

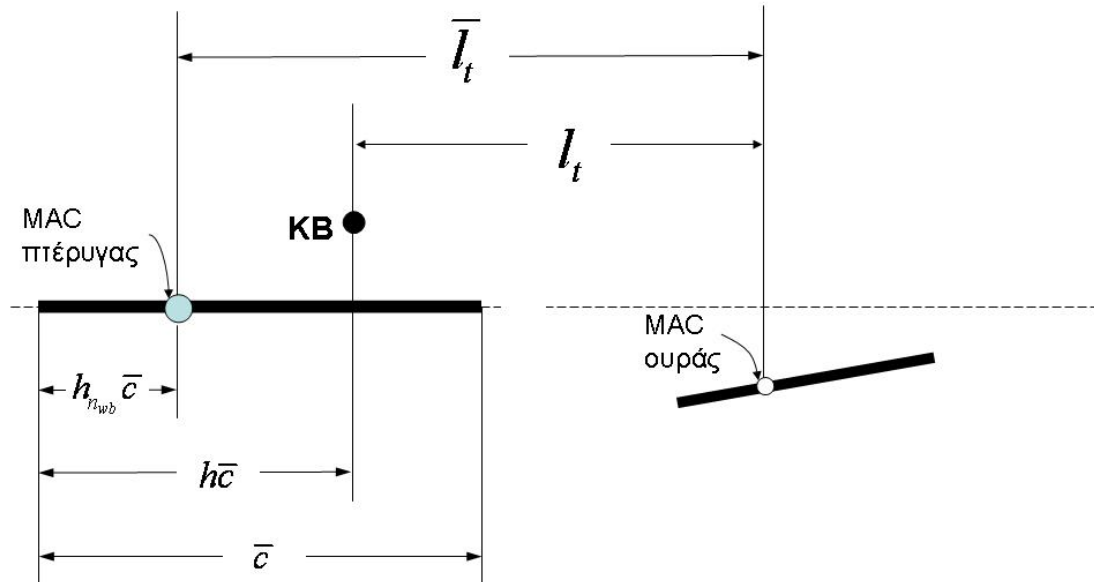
$$M_t = -l_t L_t = -l_t C_{L_t} \frac{1}{2} \rho V^2 S_t$$

Η παραπάνω σχέση υπό μορφή συντελεστή ροπής είναι

$$C_{m_t} = \frac{M_t}{\frac{1}{2} \rho V^2 S \bar{c}} = -\frac{l_t}{\bar{c}} \frac{S_t}{S} C_{L_t} \quad (1.2.8)$$

Στην παραπάνω εξίσωση ο όγκος της ουριαίας πτέρυγας ως προς τον όγκο της κύριας πτέρυγας εκφράζεται από τον λόγο  $l_t S_t / \bar{c} S$  που ονομάζεται λόγος όγκου ουριαίας πτέρυγας (tail volume). Συμβολίζοντας αυτόν τον λόγο με  $V_H = l_t S_t / \bar{c} S$  έχουμε:

$$C_{m_i} = -V_H C_{L_t} \quad (1.2.9)$$



**Σχήμα 1.11** Μέσα αεροδυναμικά κέντρα (mean aerodynamic centers MAC) πτέρυγας ατράκτου και ουράς.

Ο λόγος όγκου ουριαίας πτέρυγας  $V_H$  δεν είναι σταθερός, αλλά εξαρτάται από το φορτίο αεροσκάφους, και για τον λόγο αυτό η ροπή της ουριαίας πτέρυγας υπολογίζεται συνήθως γύρω από ένα σταθερό σημείο, το αεροδυναμικό κέντρο του συνδυασμού πτέρυγας/ατράκτου. Ο υπολογισμός της ροπής ουράς ως προς το αεροδυναμικό κέντρο γίνεται με την βοήθεια του Σχ. 1.11 όπου ορίζουμε

$$\bar{V}_H = \frac{\bar{l}_t S_t}{\bar{c} S} \quad (1.2.10)$$

οπότε

$$V_H = \bar{V}_H - \frac{S_t}{S} (h - h_{n_{wb}}) \quad (1.2.11)$$

και η ροπή ουράς ως προς το αεροδυναμικό κέντρο είναι

$$\bar{C}_m = -\bar{V}_H C_{L_t} \quad (1.2.12)$$

οπότε

$$C_{m_t} = -\bar{V}_H C_{L_t} + C_{L_t} \frac{S_t}{S} (h - h_{n_{wb}}) \quad (1.2.13)$$

Στις παραπάνω ροπές προστίθεται και η ροπή του συστήματος πρόωσης που συμβολίζεται  $C_{m_p}$  και έχει δυο παρακάτω κυρίες συνιστώσες: (1) εκείνη που οφείλεται στην ώση και τις άλλες δυνάμεις που αναπτύσσει η προπέλα και (2) εκείνη που προέρχεται από την αλληλεπίδραση του προωθητικού συστήματος με τα άλλα μέρη του αεροπλάνου.

### 1.3 Ολική ροπή και σημείο αδιάφορης ισορροπίας

Η ολική ροπή γύρω από το KB είναι :

$$C_m = C_{m_{acwb}} + C_{L_t} (h - h_{n_{wb}}) - \bar{V}_H C_{L_t} + C_{m_p} \quad (1.3.1)$$

Η δυσκαμπτότητα στρέψης ( $-C_{m_\alpha}$ ) είναι

$$C_{m_\alpha} = \frac{\partial C_m}{\partial \alpha} = \frac{\partial C_{m_{acwb}}}{\partial \alpha} + C_{L_\alpha} (h - h_{n_{wb}}) - \bar{V}_H \frac{\partial C_{L_t}}{\partial \alpha} + \frac{\partial C_{m_p}}{\partial \alpha} \quad (1.3.2)$$

το αεροδυναμικό κέντρο είναι το σημείο για το οποίο  $\partial C_{m_{acwb}} / \partial \alpha = 0$  οπότε γι' αυτό το σημείο

$$C_{m_\alpha} = C_{L_\alpha} (h - h_{n_{wb}}) - \bar{V}_H \frac{\partial C_{L_t}}{\partial \alpha} + \frac{\partial C_{m_p}}{\partial \alpha} \quad (1.3.3)$$

Η παραπάνω σχέση σημαίνει ότι η δυσκαμπτότητα ροπής εξαρτάται γραμμικά από την θέση  $h$  του KB, και μπορεί να γίνει αρνητική με κατάλληλη εκλογή του  $h$ . Η θέση του KB για την οποία  $C_{m_\alpha} = 0$ , έχει ιδιαίτερη σημασία στον σχεδιασμό και ονομάζεται σημείο αδιάφορης ισορροπίας (neutral point NP) και συμβολίζεται ως  $h_n$ . Το NP υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση

$$h_n = h_{n_{wb}} - \frac{1}{C_{L_\alpha}} \left( \frac{\partial C_{m_{acwb}}}{\partial \alpha} - \bar{V}_H \frac{\partial C_{L_t}}{\partial \alpha} + \frac{\partial C_{m_p}}{\partial \alpha} \right) \quad (1.3.4)$$

και με αντικατάσταση της Εξ. (1.3.4) στην Εξ. (1.3.2) έχουμε :



$$C_{m_\alpha} = C_{L_\alpha} (h - h_n) \quad (1.3.5)$$

Χρησιμοποιώντας την παραπάνω σχέση μπορούμε να βρούμε το νεκρό σημείο  $h_n$  από μετρήσεις των  $C_{m_\alpha}$  και  $C_{L_\alpha}$ .

Η διαφορά μεταξύ της θέσης KB και NP ονομάζεται στατικό περιθώριο (static margin) και συμβολίζεται ως  $K_n$

$$K_n = (h_n - h) \quad (1.3.6)$$

Το κριτήριο που πρέπει να ικανοποιείται για ευστάθεια είναι  $C_{m_\alpha} < 0$  συνεπώς το KB πρέπει να είναι πιο μπροστά από το NP δηλαδή  $h < h_n$  και  $K_n > 0$ . Όσο πιο μπροστά βρίσκεται το KB ή όσο μεγαλύτερο είναι το  $K_n$  τόσο πιο ευσταθής είναι η στατική ισορροπία το αεροσκάφους.

Το NP ορίζεται μερικές φορές και ως η θέση του KB για την οποία  $dC_m/dC_L = 0$ . Αυτός ο ορισμός είναι ισοδύναμος με τον ορισμό που δώσαμε παραπάνω για μη ελαστική κατασκευή αεροπλάνα και μικρή ταχύτητα πτήσης όπου ο συντελεστής άντωσης εξαρτάται μόνο από την γωνία πρόσπτωσης και  $dC_m/dC_L = (\partial C_m/\partial \alpha)(\partial C_L/\partial \alpha)$  όπου  $\partial C_m/\partial \alpha$  και  $\partial C_L/\partial \alpha$  έχουν ταυτόχρονα μηδενική τιμή. Στην γενικότερη περίπτωση  $C_L$  και  $C_m$  είναι συναρτήσεις πολλών μεταβλητών όπως :

$$C_L = C_L(a, M, C_T, 1/2\rho V^2) \quad (1.3.7)$$

$$C_m = C_m(a, M, G_T, 1/2\rho V^2) \quad (1.3.8)$$

### 1.3.1 Γραμμικός συσχετισμός άντωσης και ροπής με το NP

Όταν η σχέση δυνάμεων και ροπών στην πτέρυγα, ουρά κ. λ. π. είναι γραμμική συνάρτηση της γωνίας πρόσπτωσης  $\alpha$

$$C_{L_{wb}} = a_{wb} \alpha_{wb} \quad (1.3.9)$$

$$C_{L_t} = a_t \alpha_t \quad (1.3.10)$$

$$C_{m_p} = C_{m_{op}} + \frac{\partial C_{m_p}}{\partial \alpha} \cdot \alpha \quad (1.3.11)$$

από το Σχ. 1.10 φαίνεται ότι η γωνία πρόσπτωσης της ουριαίας πτέρυγας είναι :

$$\alpha_t = \alpha_{wb} - i_t - \varepsilon \quad (1.3.12)$$

οπότε :

$$C_{L_t} = a_t (\alpha_{wb} - i_t - \varepsilon) \quad (1.3.13)$$

όπου η γωνία κατωρεύματος  $\varepsilon$  προσεγγίζεται από

$$\varepsilon = \varepsilon_o + \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \alpha_{wb} \quad (1.3.14)$$

και

$$C_{L_t} = a_t \left[ \alpha_{wb} \left( 1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right) - i_t - \varepsilon_o \right] \quad (1.3.15)$$

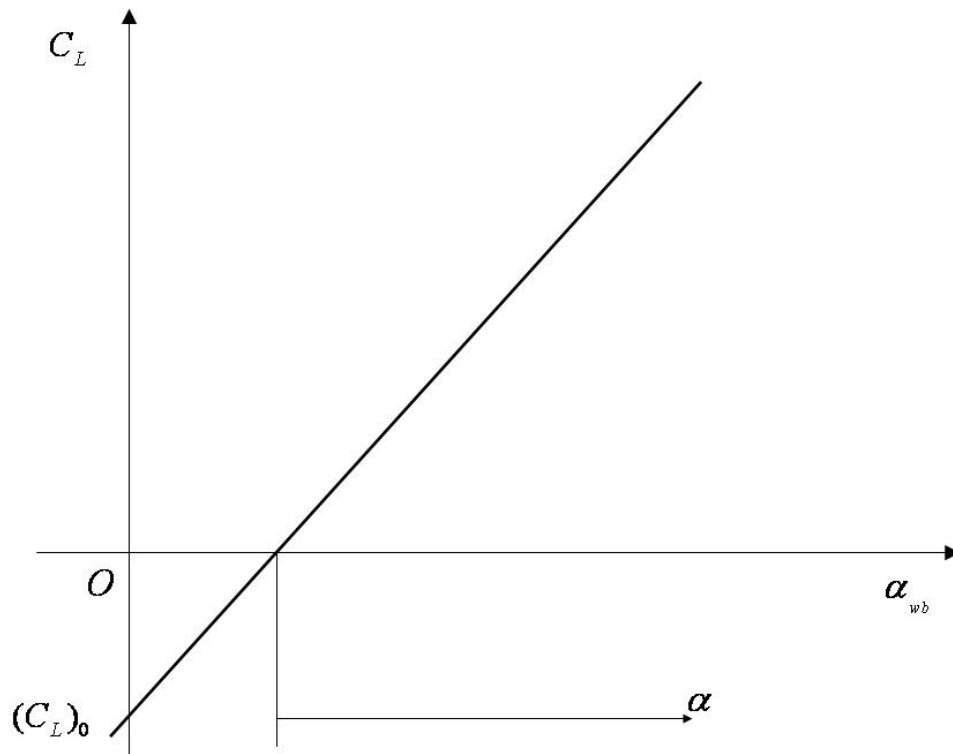
Η παραπάνω σχέση με τις Εξ. (1.2.6) και (1.3.9) δίνει τον ολικό συντελεστής άντωσης

$$\begin{aligned} C_L &= a_{wb} \alpha_{wb} \left[ 1 + \frac{\alpha_t S_t}{\alpha_{wb} S} \left( 1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right) \right] - a_t \frac{S_t}{S} (i_t + \varepsilon_o) \\ &= (C_L)_o + a \alpha_{wb} = a \alpha \end{aligned} \quad (1.3.16)$$

Όπου ο συντελεστής

$$(C_L)_o = -a_t \frac{S_t}{S} (i_t + \varepsilon_o) \quad (1.3.17)$$

είναι η άντωση όταν  $\alpha_{wb} = 0$  και ο συντελεστής  $a$  είναι η κλίση της καμπύλης άντωσης ολόκληρου του αεροπλάνου (δες Σχ. 1.12) και  $a$  είναι η γωνία προσβολής της γραμμής μηδενικής άντωσης για όλο το αεροσκάφος



**Σχήμα 1.12** Διάγραμμα ολικής άντωσης.

$$a = \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} = a_{wb} \left[ 1 + \frac{a_t S_t}{a_{wb} S} \left( 1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right) \right] \quad (1.3.18)$$

Οι γωνίες  $i_t$  και  $\varepsilon_o$  είναι θετικές οπότε  $(C_L)_o$  είναι αρνητικό. Η διαφορά μεταξύ  $\alpha$  και  $\alpha_{wb}$  βρίσκεται από την Εξ. (1.3.1.)

$$\alpha - \alpha_{wb} = -\frac{a_t}{a} \frac{S_t}{S} (i_t + \varepsilon_o) \quad (1.3.19)$$

Υποθέτοντας ότι οι σχέσεις  $C_L$ ,  $C_{Lq}$  και  $C_{m_p}$  στην Εξ. (1.3.1) είναι γραμμικές έχουμε

$$C_m = C_{m_o} + C_{m_\alpha} \alpha \quad (1.3.20)$$

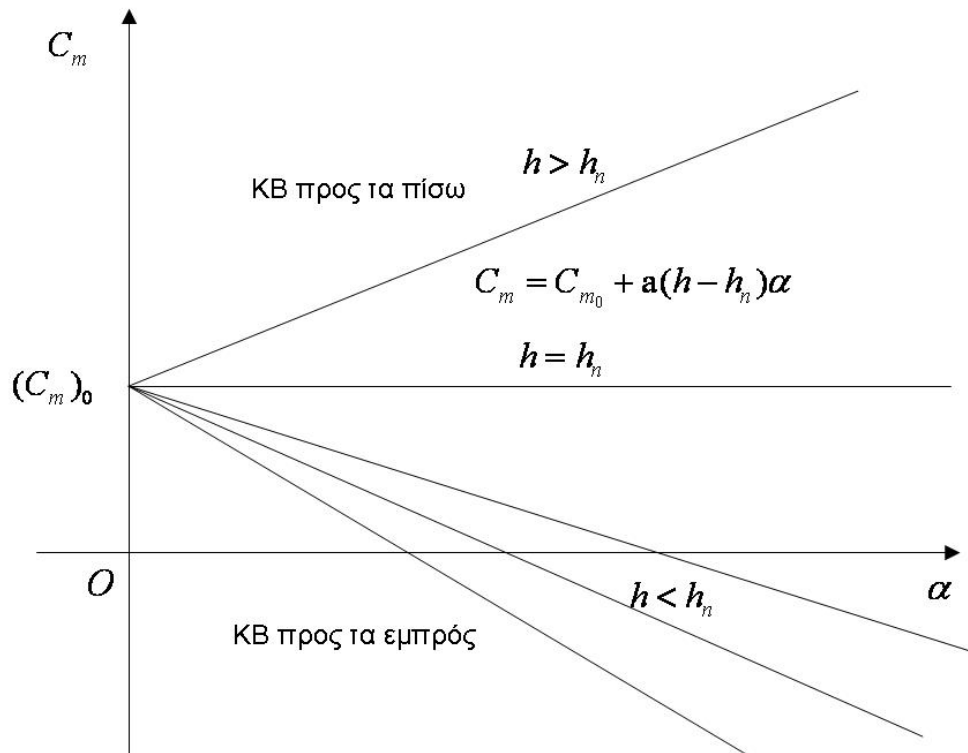
$$C_m = \bar{C}_{m_o} + C_{m_\alpha} \alpha_{wb}$$

όπου

$$C_{m_\alpha} = a_{wb} (h - h_{n_{wb}}) - a_t \bar{V}_H \left( 1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right) + \frac{\partial C_{m_p}}{\partial \alpha} \quad (1.3.21)$$

και

$$h_n = h_{n_{wb}} + \frac{a_t}{a_{wb}} \bar{V}_H \left( 1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right) - \frac{1}{a_{wb}} \frac{\partial C_{m_p}}{\partial \alpha} \quad (1.3.22)$$



**Σχήμα 1.13** Επίδραση της θέσης του ΚΒ την κλίση της καμπύλης  $C_m$ .

Από την ολοκλήρωση της Εξ. (1.3.5) βρίσκουμε

$$\begin{aligned} C_m &= C_{m_0} + C_L(h - h_n) \\ C_m &= C_{m_0} + a\alpha(h - h_n) \\ C_{m_a} &= \alpha(h - h_n) \end{aligned} \quad (1.3.23)$$

Το Σχ. 1.13 δείχνει την γραμμική μεταβολή  $C_m$ ,  $\alpha$ .

#### 1.4. Κατά μήκος έλεγχος

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιάσουμε τον στατικό έλεγχο πτήσης αεροσκάφους και τον τρόπο με τον οποίο επηρεάζεται η κατάσταση ευσταθούς πτήσης από τις επιφάνειες ελέγχου. Τα δύο είδη μεταβολών που μπορεί να γίνουν κατά την διάρκεια ευσταθούς, ευθύγραμμης πτήσης

είναι: (1) αλλαγή της δύναμης ώσης και (2) αλλαγές επιφανειών ελέγχου, όπως ανυψωτήρες (elevators), ακροπτερύγια (wing flaps) και περιστροφές πτερύγων ουράς. Στο προηγούμενο κεφάλαιο αναφέρθηκε ότι η κατάσταση ισορροπίας απαιτεί να έχουμε μηδενική ροπή περιστροφής  $C_m=0$ . Συνεπώς οι επιφάνειες ελέγχου που έχουν μεγαλύτερη βαρύτητα σε ευθύγραμμη σταθερή πτήση είναι εκείνες που επηρεάζουν περισσότερο την ροπή  $C_m$ .

Το κύριο μέσο ελέγχου της κατά μήκος ευστάθειας είναι η μεταβολή της στρεπτικής ροπής που παράγεται από τον ανυψωτήρα που μπορεί να είναι ολόκληρη η οριζόντια ουριαία πτέρυγα ή μέρος αυτής. Αποκλίσεις του ανυψωτήρα κατά γωνία  $\delta e$  έχουν σαν αποτέλεσμα μεταβολές της άντωσης  $C_L$  και ροπής  $C_m$  του αεροπλάνου. Η μεταβολή άντωσης  $\Delta C_L$  που προέρχεται από τον ανυψωτήρα είναι συνήθως μικρή και μπορεί να παραληφθεί σε πολλές περιπτώσεις. Στην παρακάτω ανάλυση υποθέτουμε γραμμική εξάρτηση  $C_L$  και  $C_m$  με την μεταβολή της γωνίας ανυψωτήρα  $\delta e$ , δηλαδή

$$\Delta C_L = C_{L_{\delta e}} \delta e$$

$$C_L = C_L(\alpha) + C_{L_{\delta e}} \delta e$$

(1.4.1)

$$\Delta C_m = C_{m_{\delta e}} \delta e$$

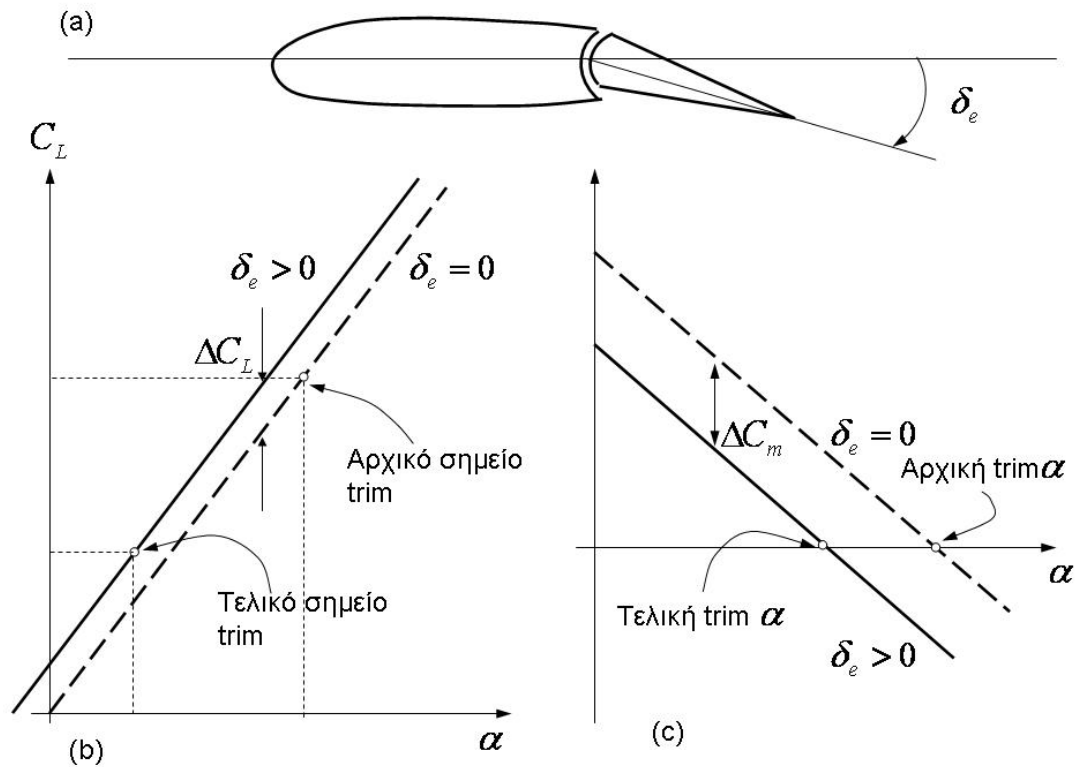
$$C_m = C_m(\alpha) + C_{m_{\delta e}} \delta e$$

όπου  $C_L(\alpha)$  και  $C_m(\alpha)$  είναι η άντωση και ροπή για μηδενική κλίση των επιφανειών ελέγχου και  $C_{L_{\delta e}} = \partial C_L / \partial \delta e$ ,  $C_{m_{\delta e}} = \partial C_m / \partial \delta e$ . Η προς τα κάτω κλίση των ανυψωτήρων ορίζεται θετική (δες Σχ. 1.14), που σημαίνει ότι για  $\delta e > 0$   $C_{L_{\delta e}} > 0$  και  $C_{m_{\delta e}} < 0$  με αντίστοιχη μετατόπιση των καμπύλων άντωσης και ροπής όπως φαίνονται στο Σχ. 1.14.b και 1.14.c. Η γραμμική εξάρτηση των συντελεστών άντωσης και ροπής από την γωνία του ανυψωτήρα εκφράζεται από τις σχέσεις

$$C_L = -C_{L_\alpha} + C_{L_{\delta e}} \delta e$$

(1.4.2)

$$C_m = C_{m_0} + C_{m_\alpha} \alpha + C_{m_{\delta e}} \delta e$$



**Σχήμα 14.** Επίδραση γωνίας ανυψωτήρα στην καμπύλη  $C_m$  (a)  
 Ορισμός γωνίας ανυψωτήρα (b) Καμπύλη  $C_L - \alpha$  (c) Καμπύλη  
 $C_m - \alpha$

#### 1.4.1. Υπολογισμός των $C_{L_{\delta e}}$ και $C_{m_{\delta e}}$

Η ολική άντωση του αεροσκάφους δίνεται από την Εξ. (1.2.6) οπότε :

$$C_{L_{\delta e}} = \frac{\partial C_L}{\partial \delta e} = \frac{\partial C_{L_{wb}}}{\partial \delta e} + \frac{S_t}{S} \frac{\partial C_{L_t}}{\partial \delta e} \quad (1.4.3)$$

Στην παραπάνω σχέση ορίζουμε :

$$a_e = \frac{\partial C_{L_t}}{\partial \delta e} \quad (1.4.4)$$

ως αποτελεσματικότητα ανυψωτήρα οπότε

$$C_{L_{\delta e}} = \frac{\partial C_{L_{wb}}}{\partial \delta e} + a_e \frac{S_t}{S} \quad (1.4.5)$$

και γράφοντας τον συντελεστή άντωσης ουριαίας πτέρυγας ως

$$C_{L_t} = a_t \alpha_t + a_e \delta e$$

από τον ορισμό της ροπής μέσω της Εξ. (1.3.1) η παράγωγος ως προς  $\delta e$  δίνεται από :

$$C_{m_{\delta e}} = \frac{\partial C_{m_{ac_{wb}}}}{\partial \delta e} + C_{L_{\delta e}} (h - h_{n_{wb}}) - \bar{V}_H \frac{\partial C_{L_t}}{\partial \delta e} + \frac{\partial C_{m_p}}{\partial \delta e} \quad (1.4.6)$$

όπου ο όρος  $\partial C_{m_p} / \partial \delta e$  είναι αμελητέος και η παραπάνω σχέση γίνεται

$$C_{m_{\delta e}} = \frac{\partial C_{m_{ac_{wb}}}}{\partial \delta e} + C_{L_{\delta e}} (h - h_{n_{wb}}) - \alpha_e \bar{V}_H \quad (1.4.7)$$

όπου για αεροπλάνο με ουριαία πτέρυγα έχουμε :

$$C_{L_{\delta e}} = a_e \frac{S_t}{S} \quad (1.4.8)$$

$$C_{m_{\delta e}} = -a_e \bar{V}_H + C_{L_{\delta e}} (h - h_{n_{wb}})$$

και για αεροπλάνο χωρίς ουριαία πτέρυγα έχουμε

$$C_{L_{\delta e}} = \frac{\partial C_L}{\partial \delta e} \quad (1.4.9)$$

$$C_{m_{\delta e}} = \frac{\partial C_{m_{ac}}}{\partial \delta e} + C_{L_{\delta e}} (h - h_n)$$

Στις παραπάνω σχέσεις, οι κυρίες παράμετροι που πρέπει να υπολογισθούν ή να μετρηθούν είναι  $a_e$  για αεροπλάνο με ουρά και  $\partial C_L / \partial \delta e$ ,  $\partial C_{m_{ac}} / \partial \delta e$  για αεροπλάνο χωρίς ουρά.

Η κατάσταση πτήσης όπου  $C_m = 0$  ονομάζεται trim condition και από την Εξ. (1.4.1) βρίσκουμε :

$$\delta e_{trim} = -\frac{C_m(\alpha)}{C_{m_{\delta e}}} \quad (1.4.10)$$

οπότε συντελεστής άντωσης γι' αυτήν την κατάσταση πτήση ορίζεται ως :

$$\begin{aligned} C_{L_{trim}} &= C_L(\alpha) + C_{L_{\delta e}} \delta e_{trim} \\ &= C_L(\alpha) - \frac{C_{L_{\delta e}}}{C_{m_{\delta e}}} C_m(\alpha) \end{aligned} \quad (1.4.11)$$

Όταν οι μεταβολές της άντωσης και της ροπής είναι γραμμικές τότε :

$$\begin{bmatrix} C_{L_\alpha} & C_{L_{\delta e}} \\ C_{m_\alpha} & C_{m_{\delta e}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{trim} \\ \delta e_{trim} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{L_{trim}} \\ -C_{m_o} \end{bmatrix} \quad (1.4.12)$$

λύνοντας το παραπάνω σύστημα για την γωνία πρόσπτωσης  $\alpha_{trim}$  και την γωνία ανυψωτήρα  $\delta e_{trim}$  βρίσκουμε:

$$\alpha_{trim} = \frac{C_{m_o} C_{L_{\delta e}} + C_{m_{\delta e}} C_{L_{trim}}}{D} \quad (1.4.13)$$

$$\delta e_{trim} = \frac{C_{m_o} C_{L_\alpha} + C_{m_\alpha} C_{L_{trim}}}{D} \quad (1.4.14)$$

όπου  $D = C_{L_\alpha} C_{m_{\delta e}} - C_{L_{\delta e}} C_{m_\alpha}$

Από την Εξ. (1.4.13) βρίσκουμε :

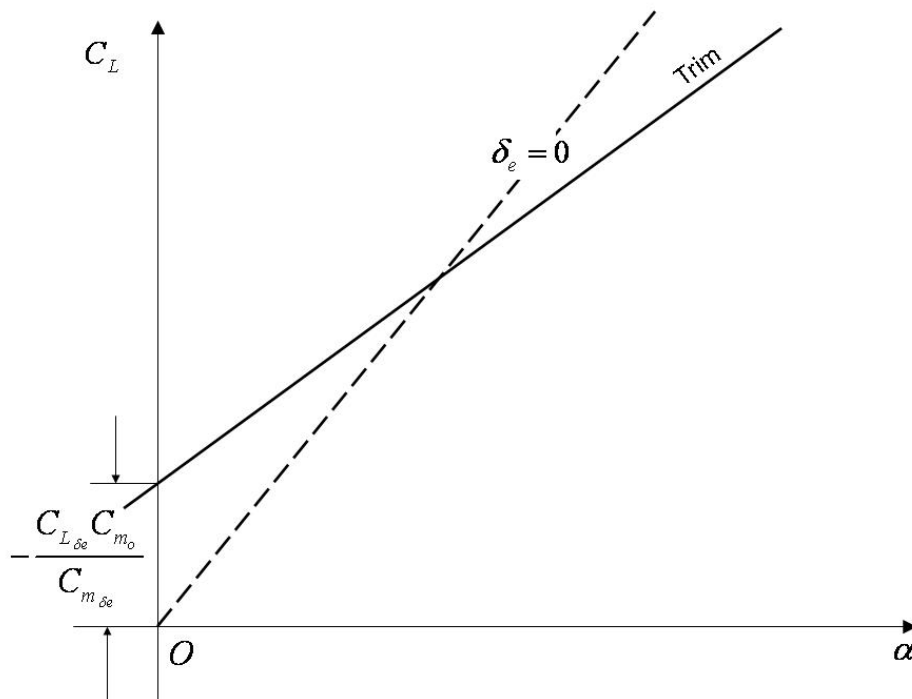
$$C_{L_{trim}} = -\frac{C_{m_o} C_{L_{\delta e}}}{C_{m_{\delta e}}} + \frac{D}{C_{m_{\delta e}}} \alpha_{trim} \quad (1.4.15)$$

με κλίση

$$\left( \frac{dC_L}{d\alpha} \right)_{trim} = C_{L_\alpha} - \frac{C_{L_{\delta e}}}{C_{m_{\delta e}}} C_{m_o} \quad (1.4.16)$$

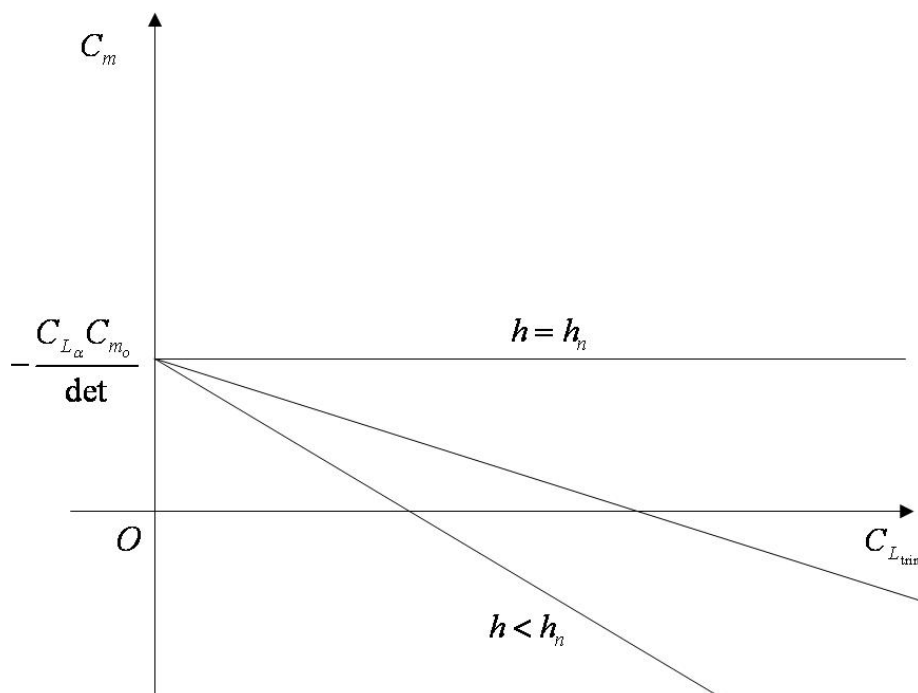
Δηλαδή η κλίση της καμπύλης άντωσης σε trim πτήση είναι πιο μικρή από την κλίση  $C_{L_\alpha}$  κατά ένα ποσό που εξαρτάται από την κλίση ροπής  $C_{m_\alpha}$  όπως απεικονίζεται στο Σχ. 1.15. Η γραφική παράσταση της Εξ. (1.4.14) του Σχ. 1.15 απεικονίζει την μεταβολή  $\delta e_{trim}$  με  $C_{L_{trim}}$  και την μεταβολή θέσης του ΚΒ.





**Σχήμα 1.15** Καμπύλη άντωσης σε trim

Η μεταβολή της γωνίας  $\delta e_{trim}$  από την Εξ. (1.4.14) απεικονίζεται στο διάγραμμα του Σχ. 1.16



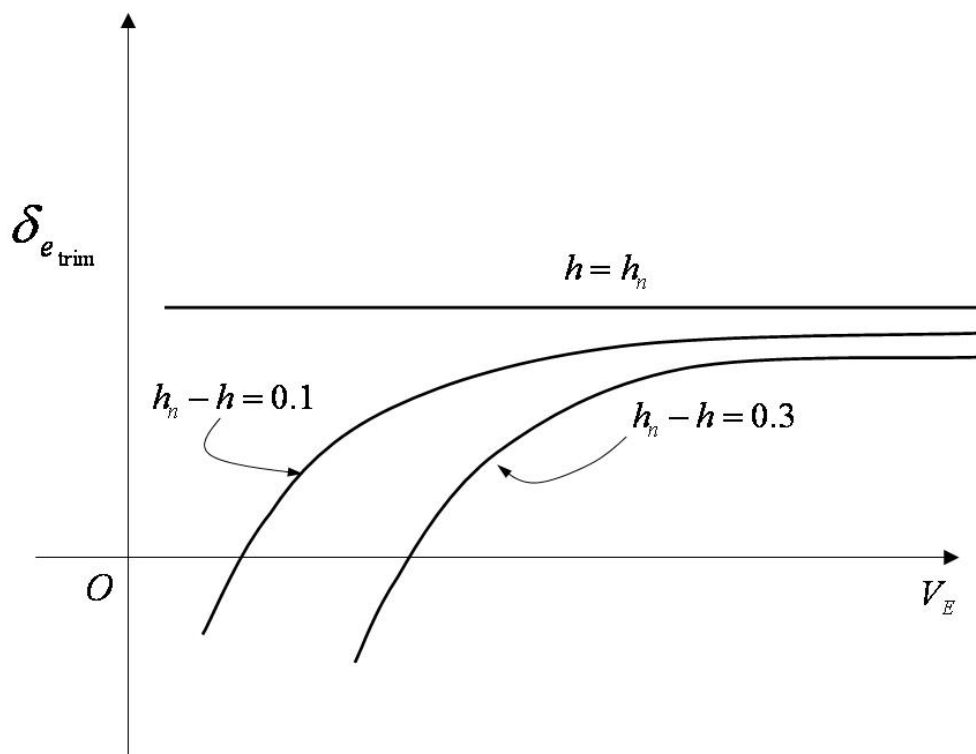
**Σχήμα 1.16** Επίδραση της γωνίας ανυψώτηρα στο trim για διαφορετικές θέσεις του κέντρου βάρους.

### 1.4.2 Μεταβολή της γωνίας $\delta_{e_{trim}}$ με την ταχύτητα

Στο κεφάλαιο αυτό εξετάζουμε την μεταβολή της γωνίας  $\delta_{e_{trim}}$  όταν η συμπίεστικότητα, το σύστημα προώθησης και η αεροελαστική σύζευξη έχουν μικρή συνεισφορά και οι αεροδυναμικοί συντελεστές των Εξ. (1.4.13) – (1.4.14) είναι σταθεροί. Στην προκείμενη περίπτωση η γωνία  $\delta_{e_{trim}}$  για συγκεκριμένη θέση του ΚΒ είναι συνάρτηση της άντωσης  $C_{L_{trim}}$ . Η άντωση όμως καθορίζεται από την αντίστοιχη ταχύτητα για οριζόντια πτήση μέσω της σχέσης

$$C_{L_{trim}} = \frac{W}{\frac{1}{2}\rho_o V_E^2 S} \quad (1.4.17)$$

και η γωνία  $\delta_{e_{trim}}$  είναι συνάρτηση της ταχύτητας  $V_E$  όπως φαίνεται στο Σχ. 1.17.



**Σχήμα 1.17** Μεταβολή της γωνίας ανυψωτήρα σε πτήση trim με την μεταβολή της ταχύτητας.

Από το Σχ.1.17 παρατηρούμε ότι η οποιαδήποτε αύξηση ταχύτητας trim απαιτεί μια προς τα κάτω κλίση των ανυψωτήρων. Η κλίση αυτής

της κίνησης  $\partial \delta e_{trim} / \partial V_E$  μικραίνει με την κατά πίσω μετατόπιση του ΚΒ και μηδενίζεται όταν το ΚΒ συμπέσει με το νεκρό σημείο ΝΡ. Αυτή είναι μια ανεπιθύμητη κατάσταση όπου ο πιλότος δεν έχει έλεγχο στην ταχύτητα trim και η ευσταθής πτήση του αεροσκάφους είναι πολύ δύσκολη.

Η παραπάνω απλουστευμένη ανάλυση δεν ισχύει όταν οι συντελεστές μεταβάλλονται με την ταχύτητα πτήσης και η δύναμη ώσης λαμβάνεται υπ' όψη. Σ' αυτήν την γενική περίπτωση οι δυο συνθήκες για trim πτήση είναι :

$$C_m = 0$$

$$L = C_L \frac{1}{2} \rho V^2 S = W \quad (1.4.18)$$

όπου :

$$C_L = C_L(\alpha, V, \delta e, \delta p)$$

$$C_m = C_m(\alpha, V, \delta e, \delta p) \quad (1.4.19)$$

Θεωρώντας μικρές μεταβολές από την κατάσταση ισορροπίας που εκφράζει η Εξ. (1.4.18) έχουμε :

$$dC_m = 0$$

$$2V_e C_{L_e} dV + V_e^2 dC_L = 0 \quad (1.4.20)$$

όπου ο δείκτης e δηλώνει την κατάσταση ισορροπίας που ικανοποιεί τις Εξ. (1.4.18). Από την Εξ. (1.4.20) η μεταβολή άντωσης είναι

$$dC_L = -2C_{L_e} \frac{dV}{V_e} = -2C_{L_e} d\hat{V}$$

$$\hat{V} = V / V_e \quad (1.4.21)$$

Παρόμοια θεωρώντας μικρές μεταβολές των Εξ. (1.4.19) έχουμε :

$$C_{L\alpha} d\alpha + C_{L_{\delta e}} d\delta e + C_{L_{\delta p}} d\delta p + (C_{L_v} + 2C_{L_e}) d\hat{V} = 0$$

$$C_{m\alpha} d\alpha + C_{m_{\delta e}} d\delta e + C_{m_{\delta p}} d\delta p + C_{m_v} d\hat{V} = 0 \quad (1.4.22)$$

όπου  $C_{L_V} = \partial C_L / \partial \hat{V}$  και  $C_{m_V} = \partial C_m / \partial \hat{V}$

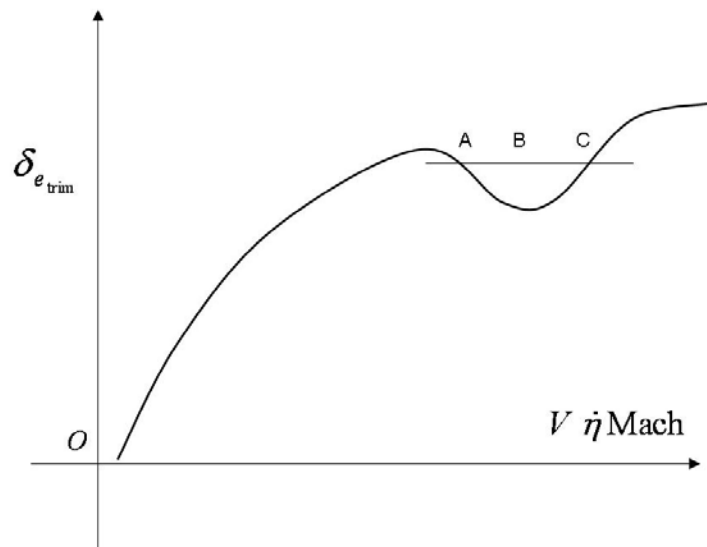
Η λύση των Εξ. (1.4.22) για  $d\delta_e$  είναι :

$$d(\delta e) = \frac{1}{D} \left\{ \left[ (C_{L_V} + 2C_{L_e}) C_{m_\alpha} - C_{L_\alpha} C_{m_V} \right] d\hat{V} + (C_{L_{\delta p}} C_{m_\alpha} - C_{L_\alpha} C_{m_{\delta p}} d\delta_p) \right\} \quad (1.4.23)$$

Η παραπάνω σχέση για σταθερή ώση  $d\delta_p = 0$  γίνεται:

$$\left( \frac{d\delta_{e_{trim}}}{dV} \right)_{\delta p=const} = \frac{(C_{L_V} + 2C_L) C_{m_\alpha} - C_{L_\alpha} C_{m_V}}{D} \quad (1.4.24)$$

Οι παράγωγοι  $C_{L_\alpha}$  και  $C_{m_V}$  μπορεί να έχουν σχετικά μεγάλες τιμές και επηρεάζονται από αεροελαστική σύζευξη, και από τον αριθμό Mach ιδιαίτερα στην περιοχή διηχητικής πτήσης.



**Σχήμα 1.18** Αναστροφή κλίσης  $d\delta_{e_{trim}}$  με την αύξηση της ταχύτητας.

Η μεταβολή του Mach μπορεί να οδηγήσει μάλιστα και σε αλλαγή της κλίσης της καμπύλης  $\delta_{e_{trim}}$ . Όπως φαίνεται στο Σχ. 1.18, αρνητική κλίση στο σημείο A σημαίνει ότι το αεροπλάνο είναι ασταθές γι' αυτή την κατάσταση πτήσης. Η αστάθεια συμβαίνει διότι η αύξηση της ταχύτητας στο σημείο B του Σχ. 1.18 (χωρίς μεταβολή σε  $\alpha$  και  $\delta_e$ ) δεν δίνει περιθώριο για παραπάνω αύξηση της γωνίας του ανυψωτήρα που έχει ήδη μεγάλη θετική τιμή. Σαν αποτέλεσμα, αναπτύσσεται μια μη εξισορροπημένη ροπή με φορά που τείνει να στρέψει το πρόσθιο μέρος του αεροπλάνου προς τα κάτω. Το φορτίο ροπής φέρνει το αεροπλάνο σε

κατάδυση και αυξάνει την ταχύτητα ακόμη περισσότερο. Η έλλειψη ισορροπίας έχει σαν αποτέλεσμα την συνεχή αύξηση της ταχύτητας μέχρι το σημείο C, όπου η κλίση δε είναι και πάλι θετική και η ταχύτητα δεν αυξάνει πλέον.

### 1.4.3 Όριο στατικής ευστάθειας

Η θέση του KB για μηδενική τιμή κλίσης του ανυψωτήρα βρίσκεται όταν μηδενίσουμε το δεξί μέλος της Εξ. (1.4.24) και χρησιμοποιήσουμε την σχέση  $C_{m_\alpha} = C_{L_\alpha} (h - h_n)$  οπότε βρίσκουμε.

$$h - h_n - \frac{C_{m_v}}{C_{L_v} + 2C_{L_e}} = 0 \quad (1.4.25)$$

όπου η κλίση ροπής  $C_{m_\alpha}$  αντικαταστάθηκε με  $C_{m_\alpha} = C_{L_\alpha} (h - h_n)$ . Η θέση του KB,  $h_s$ , για ευσταθή ισορροπία είναι :

$$h_s = h_n + \frac{C_{m_v}}{C_{L_v} + 2C_{L_e}} \quad (1.4.26)$$

το σημείο  $h_s$  μπορεί να είναι μεγαλύτερο ή μικρότερο από το  $h_n$  ανάλογα με το πρόσημο της κλίσης  $C_{m_v}$ . Αντικαθιστώντας την Εξ. (1.4.26) στην Εξ. (1.4.24) βρίσκουμε:

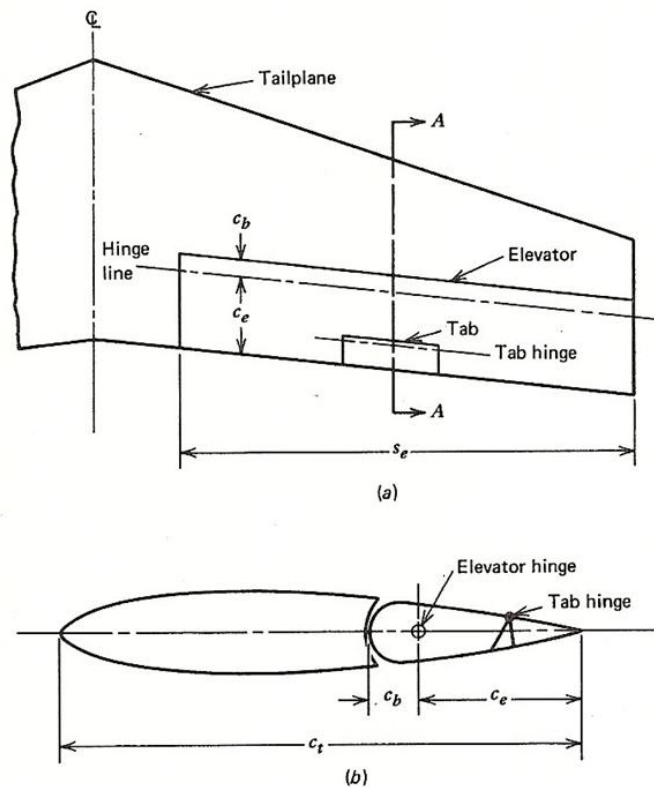
$$\left( \frac{d\delta e_{trim}}{dV} \right)_{\delta p} = \frac{C_{L_\alpha}}{D} (C_{L_v} + 2C_{L_e}) (h - h_s) \quad (1.4.27)$$

όπου ο όρος  $h - h_s$  ονομάζεται **όριο ευστάθειας**.

## 1.5 Ροπή άξονα περιστροφής επιφάνειας ελέγχου (hinge moment)

Η περιστροφή οποιασδήποτε αεροδυναμικής επιφάνειας ελέγχου (ανυψωτήρα, aileron, πηδάλιο) γύρω από τον άξονα περιστροφής, απαιτεί να εξασκήσουμε ένα φορτίο, ώστε να υπερνικήσουμε το αεροδυναμικό φορτίο που ανθίσταται στην κίνησή τους. Το φορτίο αυτό εξασκείται είτε από τον χειριστή, μέσω ενός μηχανικού συστήματος, ή μέσω ενός υποβοηθούμενου (υδραυλικά ή ηλεκτρικά) αυτομάτου συστήματος ελέγχου. Όμως και στις δυο περιπτώσεις, το φορτίο που πρέπει να εξασκήσουμε, πρέπει να είναι γνωστό επ' ακριβώς ώστε να καταστεί

δυνατός ο καλός σχεδιασμός του συστήματος που μεταδίδει την εντολή ελέγχου από τον θάλαμο πλοήγησης στην επιφάνεια ελέγχου. Στο κεφάλαιο αυτό, θα υπολογίσουμε τις ροπές που πρέπει να εξασκήσουμε στον άξονα περιστροφής των επιφανειών ελέγχου.



**Σχήμα 1.19** Ανυψωτήρας και tab ανυψωτήρα

Το Σχ. 1.19 δείχνει την τυπική διάταξη μιας πτέρυγας ουράς με ένα διπλό ανυψωτήρα (elevator plus tab). Ο δεύτερος μικρός ανυψωτήρας έχει πολύ μικρή συνεισφορά στην άντωση της αεροδυναμικής επιφάνειας του ανυψωτήρα αλλά η συνεισφορά του στην ροπή περιστροφής του είναι μεγάλη. Ο συντελεστής ροπής που απαιτείται για την περιστροφή του ανυψωτήρα ορίζεται από :

$$C_{he} = \frac{He}{\frac{1}{2} \rho V^2 S_e \bar{c}_e}$$

όπου  $He$  είναι η ροπή γύρω από τον άξονα περιστροφής ολοκλήρου του συστήματος ανυψωτήρα συμπεριλαμβανομένου και του μικρού ανυψωτήρα.

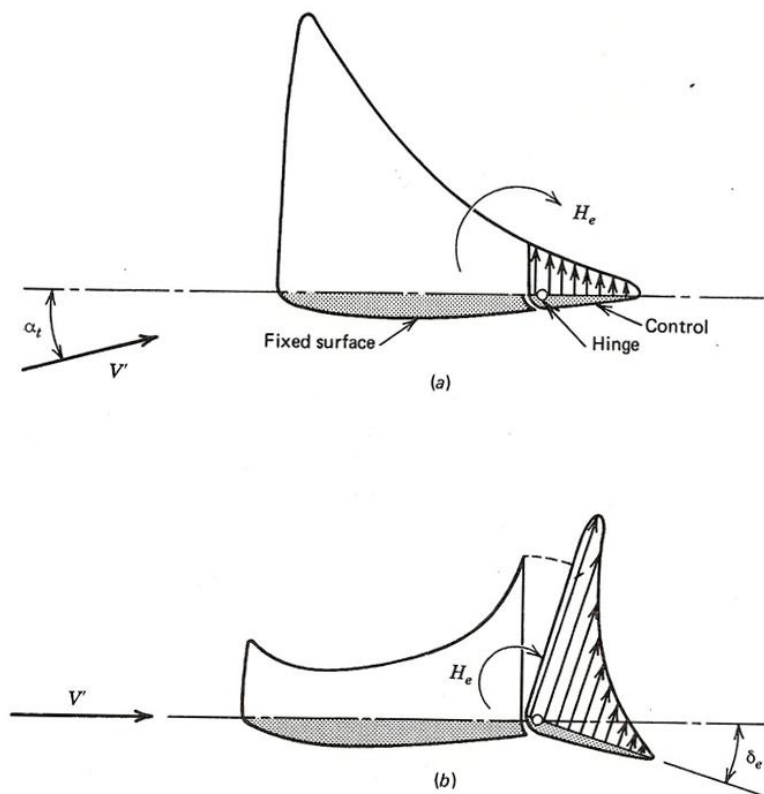
Η κατανομή φορτίων για υποχητική πτήση στην πτέρυγα της ουράς και την επιφάνεια ελέγχου αναπαρίσταται στο Σχ 1.20. Υποθέτουμε ότι ο συντελεστής ροπής  $C_{he}$  ή η ροπή (hinge moment)  $He$ , είναι μια γραμμική συνάρτηση της γωνίας του ανυψωτήρα  $\delta e$ , της

γωνίας μικρού ανυψωτήρα  $\delta_t$  και της γωνίας πρόσπτωσης  $\alpha_t$  της πτέρυγας ουράς, οπότε

$$C_{he} = b_0 + b_1 \alpha_t + b_2 \delta e + b_3 \delta_t \quad (1.5.1)$$

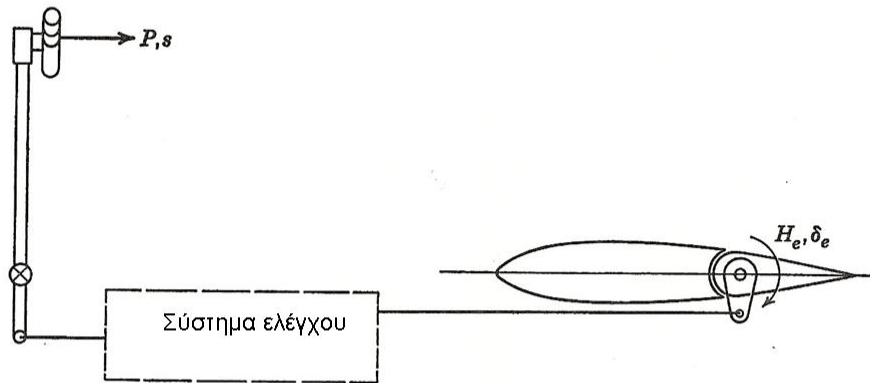
όπου οι συντελεστές  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$  είναι οι αντίστοιχες κλίσεις των ροπών που είναι

$$b_1 = C_{he_{\alpha_t}} = \frac{\partial C_{he}}{\partial \alpha_t}, \quad b_2 = C_{he_{\delta e}} = \frac{\partial C_{he}}{\partial \delta e}, \quad b_3 = C_{he_{\delta_t}} = \frac{\partial C_{he}}{\partial \delta_t}$$



**Σχήμα 1.20** Κατανομή φορτίων στην επιφάνεια ελέγχου. (α) Μηδενική γωνία ανυψωτήρα (β) Γωνία ανυψωτήρα

Είναι προφανές, ότι η δύναμη που πρέπει να εφαρμοσθεί από το σύστημα ελέγχου για να κρατήσει τον ανυψωτήρα στην επιθυμητή γωνία είναι ανάλογη με την ροπή στον άξονα περιστροφής του (hinge moment). Οι τιμές των κλίσεων  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$  εξαρτώνται από γεωμετρικές παραμέτρους όπως  $c_e/c_t$  (λόγο χορδής πτέρυγας ουράς προς χορδή ετου ανυψωτήρα), το σχήμα της πτέρυγας, την θέση του άξονα περιστροφής κ. λ. π. Ο προσδιορισμός των κλίσεων  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$  γίνεται με πειραματικές μετρήσεις ή με αεροδυναμικούς υπολογισμούς.



**Σχήμα 1.21** Σύστημα ελέγχου ανυψωτήρα

Τα χειριστήρια θαλάμου πλοήγησης (δες Σχ. 1.21) σχεδιάζονται με τέτοιο τρόπο ώστε να δίνουν την αίσθηση των κύριων μηχανισμών ελέγχου πτήσης. Σαν παράδειγμα σχεδιασμού, θα μελετήσουμε την δύναμη που απαιτείται για την πτήση trim αεροσκάφους καθώς και την μεταβολή της δύναμης ελέγχου με την μεταβολή της ταχύτητας πτήσης. Η αναπαράσταση του συστήματος ελέγχου φαίνεται στο διάγραμμα του Σχ. 1.21, όπου το πλαίσιο "σύστημα ελέγχου" αναφέρεται σε ένα γενικό σύστημα ελέγχου με μοχλούς, τροχαλίες, υδραυλικά κ.λ.π. Συμβολίζοντας με  $P$  την δύναμη που εξασκείται από τον πιλότο, με  $s$  την μετατόπιση χειριστηρίου και με  $W_b$  το απαιτούμενο έργο η διατήρηση ενέργειας επιβάλλει

$$PdS + dW_b + Hed(\delta e) = 0$$

ή

$$P = -\frac{dW_b + d\delta e He}{dS} \quad (1.5.2)$$

Στις παραπάνω σχέσεις συμβολίζουμε

$$G_1 = -\frac{d\delta e}{dS} > 0 \quad \text{λόγω μετάδοσης ανυψωτήρα (rad/m)}$$

$$G_2 = \frac{dW_b / dS}{He} \quad \text{λόγω μετάδοσης χειριστηρίου (m}^{-1}\text{)}$$



Οπότε έχουμε

$$P = (G_1 - G_2)He \quad (1.5.3)$$

ή

$$P = GHe \quad (1.5.4)$$

Χρησιμοποιώντας αντί για  $He$  τον συντελεστή ροπής στον άξονα περιστροφής του ανυψωτήρα  $C_{he}$  έχουμε :

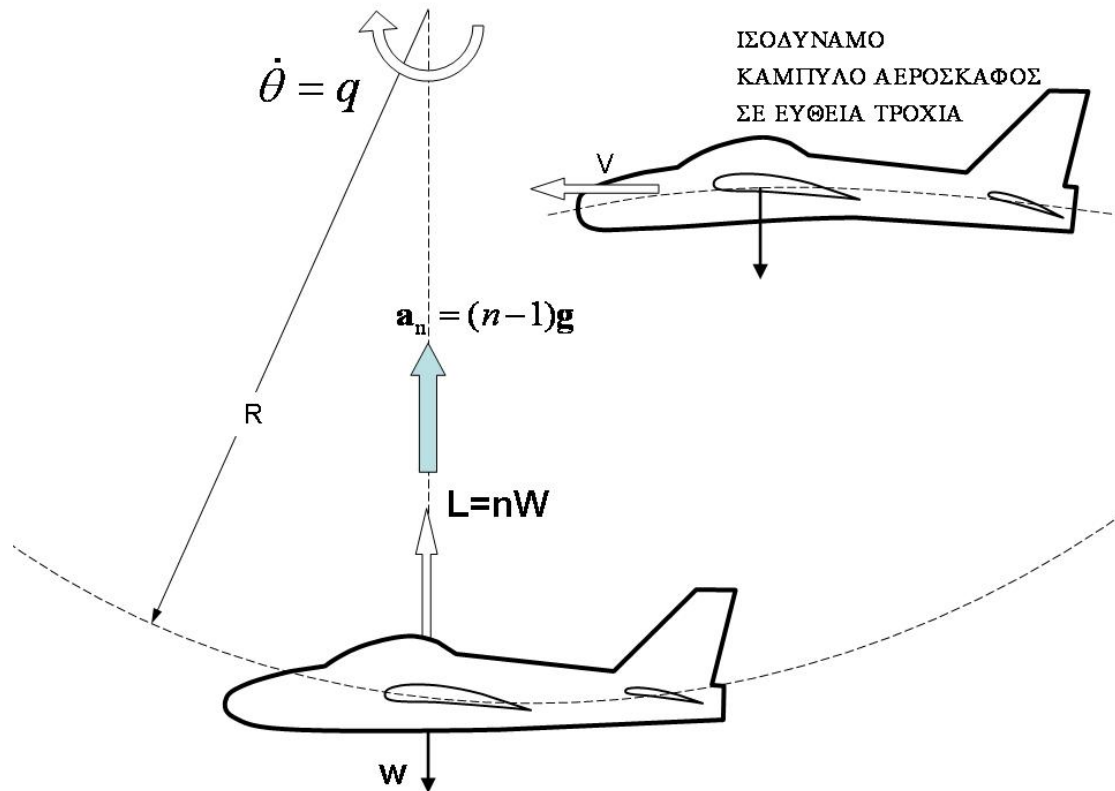
$$P = GC_{he}S_e\bar{c}_e \frac{1}{2}\rho V^2 \quad (1.5.5)$$

δηλαδή η δύναμη  $P$  είναι συνάρτηση της ταχύτητας πτήσης εξαρτώμενη από το τετράγωνο της ταχύτητας  $V^2$  και τον τρόπο μεταβολής  $C_{he}$  από την ταχύτητα.

### Γωνία ανυψωτήρα σε ελιγμούς

Στο κεφάλαιο αυτό, θα υπολογίσουμε την γωνία που πρέπει να έχει ο ανυψωτήρας και την δύναμη ελέγχου που απαιτείται για να εκτελέσει το αεροσκάφος καμπυλόγραμμη κίνηση η οποία να είναι ανεξάρτητη από τον χρόνο (steady motion) . Η υπό μελέτη κίνηση απεικονίζεται στο Σχ. 1.22 όπου φαίνεται ότι η τροχιά του αεροσκάφους είναι αρχικά σε οριζόντια κατεύθυνση και επαπτόμενη στην καμπυλόγραμμη τροχιά. Στην αρχική αυτή θέση η κάθετη δύναμη έχει την ίδια κατεύθυνση με την άντωση είναι  $L - W = (n-1)W$  και εξισορροπείται από την κεντρομόλο επιτάχυνση  $(n - 1)g$ .

Όταν το αεροσκάφος εκτελεί ευθύγραμμη, οριζόντια, ισοταχή πτήση η γωνία του ανυψωτήρα είναι  $\delta_e$  ενώ η απαιτούμενη δύναμη ελέγχου για την αλλαγή γωνίας του ανυψωτήρα είναι  $P$ . Για την έναρξη της καμπυλόγραμμης προς τα πάνω κίνησης η γωνία ανυψωτήρα μεταβάλλεται από  $\delta_e$  σε  $\delta_e + \Delta\delta_e$  ενώ η αιτούμενη δύναμη για να βρίσκεται ο ανυψωτήρας σε γωνία  $\delta_e + \Delta\delta_e$  είναι  $P + \Delta P$ . Οι λόγοι  $\Delta\delta_e/(n-1)$  και  $\Delta P/(n-1)$  ονομάζονται **γωνία ανυψωτήρα ανά  $g$**  και **δύναμη ελέγχου ανά  $g$**  και αποτελούν μέτρο της δυνατότητας ελιγμού του αεροσκάφους. Δηλαδή όσο μικτότεροι είναι οι λόγοι  $\Delta\delta_e/(n-1)$  και  $\Delta P/(n-1)$  τόσο πιο ευέλικτο είναι το αεροσκάφος.



**Σχήμα 1.22** Διάγραμμα δυνάμεων σε αεροσκάφος που εκτελεί προ τα άνω κίνηση.

Η γωνιακή ταχύτητα,  $q$ , προσδιορίζεται από την επιτάχυνση και την οριζόντια ταχύτητα

$$q = \frac{(n-1)g}{V} \quad (1.6.1)$$

Λόγω της περιστροφικής κίνησης που δείχνει το Σχ. 1.22 η σχετική κίνηση του αέρα γύρω από το αεροσκάφος είναι καμπυλόγραμμη. Η καμπυλότητα της τροχιάς, που μπορεί να αναπαρασταθεί με την ισοδύναμη κατάσταση πτήσης ενός καμπύλου αεροσκάφους σε ευθύγραμμη πτήση, έχει σαν αποτέλεσμα την αλλαγή της κατανομής πίεσης και αεροδυναμικού φορτίου.

Υποθέτοντας ότι η γωνιακή ταχύτητα  $q$  και όλες οι μεταβολές  $\Delta\alpha$ ,  $\Delta\delta_e$  κ.λ.π. είναι μικρές, οι μεταβολές άντωσης και ροπής περιστροφής δίνονται από τις σχέσεις

$$\Delta C_L = C_{L_\alpha} \Delta\alpha + C_{L_q} q + C_{L_{\delta_e}} \Delta\delta_e \quad (1.6.2)$$

$$\Delta C_m = C_{m_\alpha} \Delta\alpha + C_{m_q} q + C_{m_{\delta_e}} \Delta\delta_e \quad (1.6.3)$$

όπου αδιαστατοποιήσαμε την γωνιακή ταχύτητα  $q = \frac{q\bar{c}}{2V} = (n-1)g\bar{c}/2V^2$  και οι όροι  $C_{L_q}$ ,  $C_{m_q}$  είναι οι κλίσεις  $C_{L_q} = \partial C_L / \partial q$ ,  $C_{m_q} = \partial C_m = \partial C_m / \partial q$ . Η αδιάστατη γωνιακή ταχύτητα εκφράζεται ακόμη με την χρήση του συντελεστή βάρους  $C_w = W / \frac{1}{2} \rho V^2 S$  και τον λόγο μάζας  $\mu = 2m / \rho S \bar{c}$  οπότε η γωνιακή ταχύτητα είναι

$$q = (n-1) C_w / 2\mu \quad (1.6.4)$$

Υποθέτοντας ότι η γωνιακή επιτάχυνση της καμπυλόγραμμης κίνησης είναι μηδενική δηλαδή  $\Delta C_m = 0$ , η απαιτούμενη μεταβολή φορτίου  $\Delta C_L$  δίνεται από την σχέση

$$\Delta C_L = \frac{nW - W}{\frac{1}{2} \rho V^2 S} = (n-1) C_w \quad (1.6.5)$$

Από τις Εξ. (1.6.2) και (1.6.3) έχουμε :

$$(n-1) C_w = C_{L_\alpha} \Delta \alpha + (n-1) C_{L_q} \frac{C_w}{2\mu} + C_{L_{\delta e}} \Delta \delta e$$

$$0 = C_{m_\alpha} \Delta \alpha + (n-1) C_{m_q} \frac{C_w}{2\mu} + C_{m_{\delta e}} \Delta \delta e$$

Λύνοντας τις παραπάνω σχέσεις ως προς  $\Delta \alpha$  και  $\Delta \delta e$  βρίσκουμε την απαιτούμενη μεταβολή γωνίας ανυψωτήρα ανά  $g$  και την μεταβολή της γωνίας πρόσπτωσης ανά  $g$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \delta e}{n-1} &= -\frac{C_w}{D} \left[ C_{m_\alpha} - \frac{1}{2\mu} (C_{L_q} C_{m_\alpha} - C_{L_\alpha} C_{m_q}) \right] \\ \frac{\Delta \alpha}{n-1} &= \frac{1}{C_{L_\alpha}} \left[ C_w - C_{L_\alpha} \frac{C_w}{2\mu} - C_{L_{\delta e}} \frac{\Delta \delta e}{n-1} \right] \end{aligned} \quad (1.6.6)$$

με την αντικατάσταση  $C_{m_\alpha} = C_{L_\alpha} (h - h_n)$  έχουμε

$$\frac{\Delta \delta e}{n-1} = -\frac{C_w C_{L_\alpha} (2\mu - C_{L_\alpha})}{2\mu D} \left( h - h_n + \frac{C_{m_q}}{2\mu - C_{L_q}} \right) \quad (1.6.7)$$

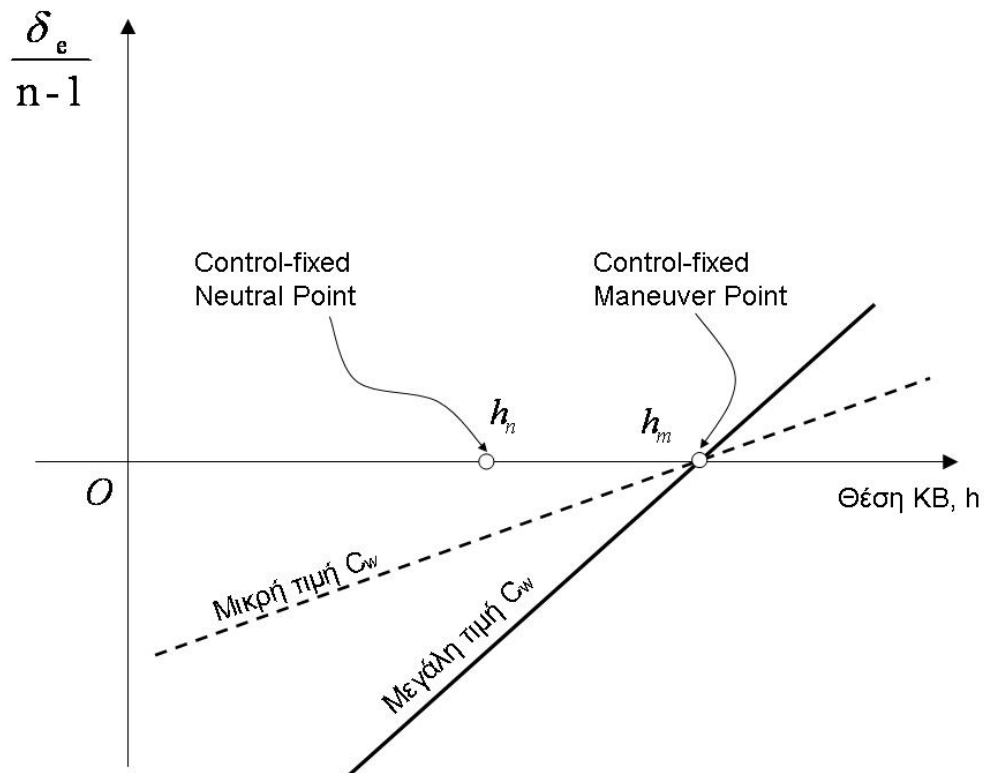
όπου  $D = \det(\text{συστήματος (1.6.6)})$  και οι παράγωγοι  $C_{L_q}$  και  $C_{m_q}$  είναι συναρτήσεις του  $h$ , και η μεταβολή  $\Delta \delta_e$  είναι σχεδόν γραμμική συνάρτηση του  $h$  όπως φαίνεται και στο Σχ. 1.23. Η τιμή  $h$  για την οποία  $\Delta \delta_e$  μηδενίζεται ονομάζεται σταθερό σημείο ελέγχου (control fixed maneuver point), συμβολίζεται ως  $h_m$  και δίνεται από

$$h_m = h_n - \frac{C_{m_q}(h_m)}{2\mu - C_{L_q}(h_m)} \quad (1.6.8)$$

όπου  $C_{m_q}(h_m)$  και  $C_{L_q}(h_m)$  είναι οι τιμές των παραγώγων για το σταθερό σημείο ελιγμού  $h = h_m$ .

Υποθέτοντας ότι οι παράγωγοι ότι οι παράγωγοι  $C_{m_q}$  και  $C_{L_q}$  είναι ανεξάρτητοι από την απόσταση  $h$  η Εξ. (1.6.7) γράφεται

$$\frac{\Delta \delta_e}{n-1} = -\frac{C_w C_{L_q} (2\mu - C_{L_q})}{2\mu D} (h - h_m) \quad (1.6.9)$$



**Σχήμα 1.23** Γωνία ανυψωτήρα ανά  $g$ .

όπου η διαφορά  $(h_m - h)$  ονομάζεται περιθώριο ελιγμού σταθερού ελέγχου (control - fixed maneuver margin) και απεικονίζεται γραφικά στο Σχ. 1.23.

## 1.6 Δύναμη ελέγχου ανά g

Όπως δείξαμε σε προηγούμενο κεφάλαιο, η αύξηση δύναμης ελέγχου είναι :

$$\Delta P = GS_e \bar{c}_e \frac{1}{2} \rho V^2 \Delta C_{he} \quad (1.7.1)$$

όπου  $\Delta C_{he}$  για ευθύγραμμη κίνηση βρίσκεται από την Εξ. (1.5.1). Υποθέτοντας ότι  $\Delta \delta_i = 0$  η Εξ. (1.5.1) γίνεται :

$$\Delta C_{he} = C_{he\alpha} \Delta \alpha + C_{heq} q + b_2 \Delta \delta_e \quad (1.7.2)$$

Η παραπάνω σχέση με τις Εξ, (1.6.4) και (1.6.6.) γράφεται ως

$$\begin{aligned} \frac{\Delta C_{he}}{n-1} = & \frac{C_w}{2\mu C_{L\alpha}} \left[ (2\mu - C_{Lq}) C_{he\alpha} + C_{heq} C_{L\alpha} \right] \\ & + \frac{\Delta \delta_e}{n-1} \left( b_2 - \frac{C_{L\delta_e} C_{he\alpha}}{C_{L\alpha}} \right) \end{aligned} \quad (1.7.3)$$

Για την μεταβολή  $\Delta \delta_e$  χρησιμοποιούμε την προσέγγιση της Εξ. (1.6.9) και αντικαθιστώντας τον όρο στην παρένθεση με  $b_2 a'/a$

$$\frac{\Delta C_{he}}{n-1} = -\frac{C_w}{2\mu} \frac{a'b_2}{D} (2\mu - C_{Lq}) (h - h'm) \quad (1.7.4)$$

όπου

$$h'_m = h_m + \frac{D}{a'b_2} \left( \frac{C_{he\alpha}}{C_{L\alpha}} + \frac{C_{heq}}{C_{Lq}} \right) \quad (1.7.5)$$

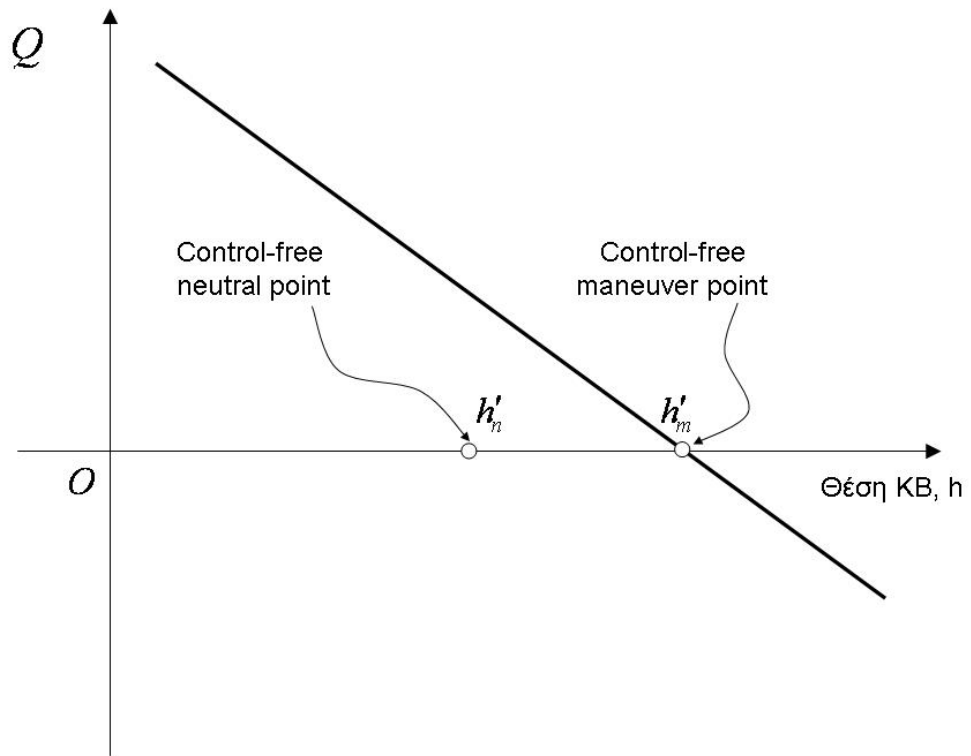
που σύμφωνα με τα προηγούμενα  $h'_m$  είναι το σημείο χωρίς έλεγχο ελιγμού (control – free maneuver point) και  $(h'_m - h_n)$  είναι το αντίστοιχο περιθώριο ελέγχου. Η φόρτιση της πτέρυγας είναι  $C_w \frac{1}{2} \rho V^2$  οπότε η δύναμη ελέγχου ανά μονάδα g είναι :

$$Q = \frac{\Delta P}{n-1} = -G S_e \bar{c}_e w \frac{a'b_2}{2\mu D} (2\mu - C_{L_q}) (h - h'_m) \quad (1.7.6)$$

Η παραπάνω σχέση μας επιτρέπει να εξάγουμε τα παρακάτω πρακτικά συμπεράσματα

1. Η δύναμη ελέγχου,  $Q$  ανά μονάδα  $g$ , αυξάνεται γραμμικά καθώς το ΚΒ μετακινείται προς τα μπροστά από το σημείο χωρίς έλεγχο ελιγμού και αλλάζει πρόσημο όταν  $h > h'_m$ .
2. Η δύναμη ελέγχου είναι ανάλογη με την φόρτιση πτέρυγας.
3. Η δύναμη ελέγχου είναι ανάλογη της τρίτης δύναμης μεγέθους της επιφάνειας ελέγχου  $Q \sim S_e \bar{c}_e$
4. Η δύναμη ελέγχου  $Q$  είναι ανεξάρτητη από την άντωση  $C_L$  και ταχύτητα πτήσης, αλλά εξαρτάται από τον αριθμό Mach και Reynolds  $Re_e = \frac{V\bar{c}_e}{r}$
5. Η απόσταση  $h'_m - h_n$  μεταβάλλεται όπως η απόσταση  $h - h_n$

Το Σχ. 1.24 δείχνει μια τυπική μεταβολή της δύναμης ελέγχου  $Q$  με την θέση του κέντρου βάρους. Παρατηρείται ότι το πρόσημο της δύναμης ελέγχου αντιστρέφεται όταν  $h > h'_m$



**Σχήμα 1.24** Δύναμη ελέγχου ανά  $g$ .