



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Τίτλος Μαθήματος: Γραμμική Άλγεβρα II

Ενότητα: Εισαγωγή

Όνομα Καθηγητή: Ανδρέας Αρβανιτογεώργος

Τμήμα: Μαθηματικών

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Εισαγωγή

Το παρόν Ανοικτό Μάθημα Γραμμική Άλγεβρα II αποτελεί συνέχεια του Ανοικτού Μαθήματος Γραμμική Άλγεβρα I. Αν και τα θέματα που διαπραγματεύονται είναι ελαφρώς πιο εξειδικευμένα και πέραν ενός βασικού εισαγωγικού μαθήματος Γραμμικής Άλγεβρας, αποτελούν εξαιρετικά χρήσιμο εργαλείο για μαθηματικούς με ένα ευρύ φάσμα εξειδικεύσεων. Ενδεικτικά αναφέρουμε περιοχές των μαθηματικών όπως η συναρτησιακή ανάλυση, η στατιστική, η διαφορική γεωμετρία αλλά και παρεμφερείς περιοχές όπως η μαθηματική φυσική (π.χ. κβαντομηχανική), η κρυπτογραφία, όπου το περιεχόμενο του παρόντος μαθήματος χρησιμοποιείται ως βάση για ανάπτυξη πιο προχωρημένων εννοιών.

Δεδομένου ότι το αναγνωστικό κοινό ενδεχομένως να διακρίνεται από μια ευρύτητα ενδιαφερόντων, σε πολλά σημεία περιοριστήκαμε στην ανάπτυξη της θεωρίας μέσω παραδειγμάτων παρά σε αναλυτικές αποδείξεις. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η κανονική μορφή Jordan, της οποίας η πλήρης θεωρητική τεκμηρίωση μπορεί να μην ενδιαφέρει άμεσα όλους τους αναγνώστες. Επίσης, παραλείπεται η απόδειξη κάποιων θεωρημάτων σχετικά με τους κανονικούς και αυτοσυζυγείς τελεστές.

Πιο αναλυτικά, η διάταξη του περιεχομένου του Ανοικτού Μαθήματος έχει ως εξής:

Στο Κεφάλαιο 1 ασχολούμαστε με το δυϊκό χώρο ενός διανυσματικού χώρου V . Το κεφάλαιο αυτό αποτελεί μια ομαλή μετάβαση από τη Γραμμική Άλγεβρα I.

Στο Κεφάλαιο 2 παρουσιάζουμε το Θεώρημα Cayley-Hamilton και το ελάχιστο πολυώνυμο ενός γραμμικού τελεστή ή πίνακα.

Το Κεφάλαιο 3 ασχολείται με την κανονική μορφή Jordan. Το ερώτημα που μελετάται εδώ είναι τι άλλες απλές μορφές μπορεί να λάβει ο πίνακας ενός γραμμικού τελεστή ο οποίος δεν είναι διαγωνοποιήσιμος.

Το Κεφάλαιο 4 ασχολείται με την ονομαζόμενη «γεωμετρία» των γραμμικών τελεστών, δηλαδή γραμμικούς τελεστές σε διανυσματικούς χώρους όπου έχει οριστεί έννοια εσωτερικού γινομένου. Συζητάμε τη διαδικασία ορθογωνιοποίησης Gram-

Schmidt και σημαντικές κλάσεις τελεστών όπως οι αυτοσυζυγείς, οι κανονικοί, οι μοναδιαίοι και οι ορθογώνιοι.

Ο γεωμετρικός χαρακτήρας της γραμμικής άλγεβρας συνεχίζεται και στο επόμενο Κεφάλαιο 5 όπου ασχολούμαστε με τις διγραμμικές και τετραγωνικές μορφές σε έναν διανυσματικό χώρο. Όσον αφορά τη διάσταση των διανυσματικών χώρων, αν και οι περισσότεροι ορισμοί αφορούν διανυσματικούς χώρους άπειρης διάστασης, τα περισσότερα αποτελέσματα ισχύουν μόνο για χώρους πεπερασμένης διάστασης.

Την τεχνική επιμέλεια του Ανοικτού αυτού Μαθήματος είχε ο υποψήφιος διδάκτορας Νικόλαος Παναγιώτης Σουρής, τον οποίον και ευχαριστώ.

Πάτρα, Ιούλιος 2014

Ανδρέας Αρβανιτογεώργος