



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΠΑΤΡΩΝ  
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά  
μαθήματα ΠΠ

---

## Τίτλος Μαθήματος: Ειδικές Συναρτήσεις

Ενότητα: Εισαγωγή

Όνομα Καθηγήτριας: Χρυσή Κοκολογιαννάκη

Τμήμα: Μαθηματικών

---

## Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



## Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



## Εισαγωγή

Σκοπός του Μαθήματος είναι οι φοιτητές να γνωρίσουν ορισμένες συναρτήσεις, που ανήκουν στις 'Ειδικές Συναρτήσεις της Μαθηματικής Φυσικής' ή απλά στις 'Ειδικές Συναρτήσεις' και να τις χρησιμοποιούν με ευχέρεια στις εφαρμογές, όπου εμφανίζονται.

Η διδασκαλία του μαθήματος αντιστοιχεί σε 13 εβδομάδες από 4 ώρες κάθε εβδομάδα.

Οι διαλέξεις του μαθήματος χωρίζονται σε τρία μέρη:

Το πρώτο μέρος, που αντιστοιχεί στην ενότητα 1, περιλαμβάνει ορισμούς και βασικές ιδιότητες των συναρτήσεων Γάμμα, Βήτα, της λογαριθμικής παραγώγου της Γάμμα συνάρτησης και της συνάρτησης σφάλματος. Αποδεικνύονται επίσης σχέσεις μεταξύ αυτών των συναρτήσεων. Το μεγαλύτερο μέρος αυτής της ενότητας είναι αναγκαίο για τις παρακάτω ενότητες.

Το δεύτερο μέρος αποτελείται από τις ενότητες 2-9 και περιλαμβάνει θεωρία των συναρτήσεων Bessel. Οι συναρτήσεις Bessel καλύπτουν το μεγαλύτερο τμήμα των διαλέξεων εξαιτίας της χρησιμότητάς τους σε πολλά προβλήματα της Ανάλυσης, της Μαθηματικής Φυσικής, της Αστρονομίας κ.α.. Αποδεικνύεται η γραμμική ανεξαρτησία των συναρτήσεων Bessel πρώτου και δευτέρου είδους ως λύσεων της διαφορικής εξίσωσης Bessel, καθώς και των τροποποιημένων συναρτήσεων Bessel πρώτου και δευτέρου είδους ως λύσεων της τροποποιημένης διαφορικής εξίσωσης Bessel. Αποδεικνύονται αναδρομικές σχέσεις που ικανοποιούν οι ανωτέρω συναρτήσεις. Δίνονται θεωρήματα, που αφορούν στις ρίζες των συναρτήσεων Bessel  $J_\nu(z)$ , απαραίτητα για την ανάπτυξη μιας συνάρτησης σε σειρά Fourier-Bessel.

Το τρίτο μέρος των διαλέξεων αποτελείται από τις ενότητες 10 και 11 και ασχολείται με τα κλασσικά Ορθογώνια Πολυώνυμα, τα οποία είναι τα πολυώνυμα Legendre, Hermite, Tchebychev και Laguerre. Τα Ο.Π. έχουν πολλές εφαρμογές τόσο στη Μαθηματική Φυσική, στην Κβαντομηχανική, στην Θεωρία Προσεγγίσεων, Θεωρία Πιθανοτήτων κ.α.. Δίνονται ισοδύναμοι ορισμοί ορθογωνιότητας αυτών, η τριών όρων αναδρομική σχέση που ικανοποιούν, η γεννήτρια συνάρτηση και ο τύπος Rodrigues γι' αυτά. Αποδεικνύονται επίσης θεωρήματα που αφορούν στις ρίζες των Ο.Π..

Στο σημείο αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω την μεταπτυχιακή φοιτήτρια του Τμήματος Μαθηματικών Σπυριδούλα Σκλαβενίτη για την επιμέλεια και παρουσίαση των ενοτήτων του μαθήματος.

Τέλος, για οποιαδήποτε παράλειψη ή λάθος, η ευθύνη είναι αποκλειστικά δική μου και ευχαριστώ, εκ των προτέρων, όποιον μου επισημάνει το ο,τιδήποτε.

Χ. Γ. Κοκολογιαννάκη  
Αναπληρώτρια Καθηγήτρια  
Τμήματος Μαθηματικών  
Πανεπιστημίου Πατρών