



UNIVERSITY OF
PATRAS
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ

Σημειώσεις διαλέξεων «Στοιχεία Γεωδαισίας»

Διάλεξη 2
28/02/2023

Λευθεριώτης Γεώργιος
Τμήμα Μηχανικών Περιβάλλοντος
Πανεπιστήμιο Πατρών

Επιφάνειες και Συστήματα Αναφοράς

Το βασικό γεωμετρικό πρόβλημα που καλείται να λύσει η γεωδαισία είναι ο προσδιορισμός του **σχήματος** και του **μεγέθους** της Γης, όπως επίσης και ο προσδιορισμός συντεταγμένων σημείων πάνω στη φυσική γήινη επιφάνεια.

Για να επιτευχθούν αυτά πρέπει:

- Να οριστεί κατάλληλη επιφάνεια αναφοράς.
- Να οριστεί σύστημα συντεταγμένων.
- Να εγκατασταθούν στη γήινη επιφάνεια σημεία αναφοράς, των οποίων να προσδιοριστεί η θέση τους.

Ο προσδιορισμός της θέσης είναι πρόβλημα στο χώρο, άρα το σύστημα αναφοράς είναι **τρειςδιάστατο**.

Τα τελευταία χρόνια έχει εισαχθεί στα προβλήματα η παράμετρος του χρόνου, δημιουργώντας **τετραδιάστατα** συστήματα αναφοράς.

Επιφάνειες και Συστήματα Αναφοράς

Φυσική Γήινη Επιφάνεια

Η **Φυσική Γήινη Επιφάνεια (ΦΓΕ)** είναι η πραγματική επιφάνεια της Γης, η οποία περιλαμβάνει την **τοπογραφική επιφάνεια** (στεριά) αλλά και την **επιφάνεια των ωκεανών**.

- Τόσο η τοπογραφική επιφάνεια (στεριά) όσο και η επιφάνεια και ο πυθμένες των ωκεανών είναι πολύ ανώμαλες.
- Η τοπογραφική επιφάνεια απεικονίζεται με χάρτες, των οποίων η τρίτη διάσταση παρουσιάζεται με τη μορφή ισοϋψών καμπυλών ορθομετρικών υψομέτρων.
- Η επιφάνεια που καλύπτεται από τους ωκεανούς παρουσιάζεται με αντίστοιχους υδρογραφικούς χάρτες.

Επιφάνειες και Συστήματα Αναφοράς

Η προσέγγιση της σφαίρας

- Οι διαστάσεις και τα φυσικά μεγέθη της Γης είναι αδύνατον να γίνουν αντιληπτά από την απλή δυνατότητα άμεσης εποπτείας που έχει ο άνθρωπος στο χώρο.
- Η πρώτη προσέγγιση του σχήματος της Γης είναι η σφαίρα.
- Η σφαίρα στη Γεωδαισία χρησιμοποιείται ως επιφάνεια αναφοράς τοπικά, για τις αναγωγές των μετρήσεων.
- Επίσης χρησιμοποιείται ως επιφάνεια αναφοράς στη χαρτογραφία και τη ναυσιπλοΐα.
- Ακτίνα **$R \approx 6371 \text{ km}$**
- Μάζα **$M \approx 6000 \text{ τρισεκατομμύρια Mtn}$**

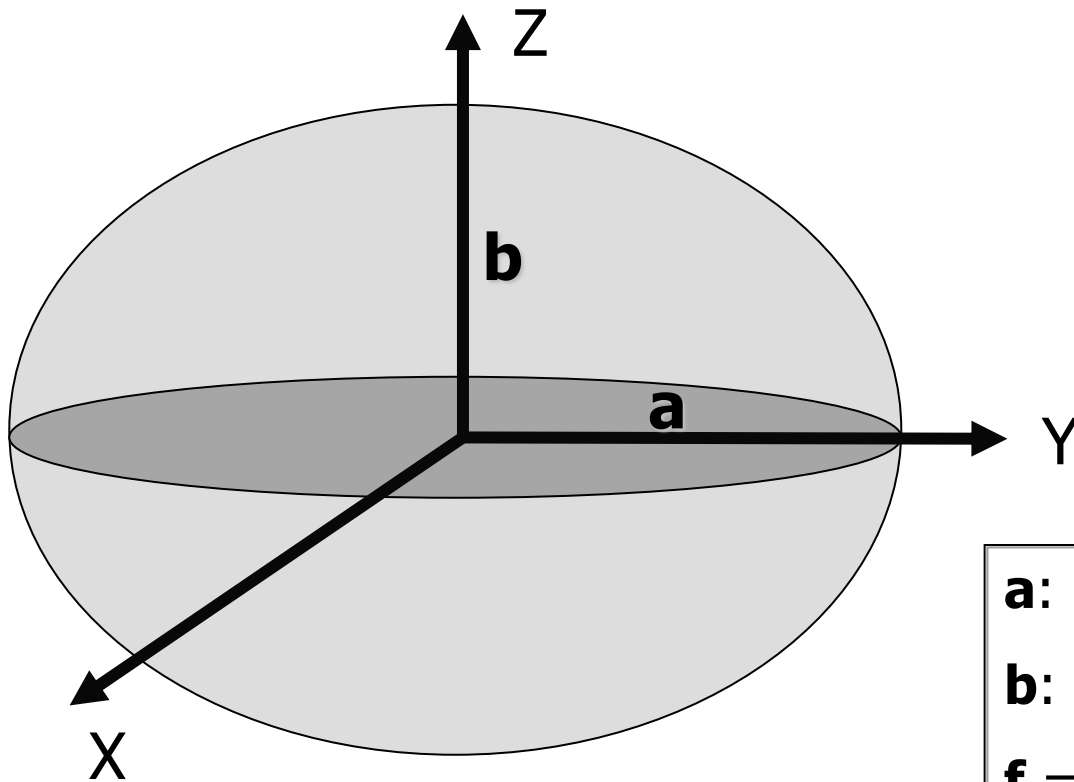
Επιφάνειες και Συστήματα Αναφοράς

Ελλειψοειδές

- Στην πραγματικότητα η μορφή της Γης είναι πιο πολύπλοκη από τη σφαίρα και τείνει στη μορφή ενός ελλειψοειδούς εκ περιστροφής, με μεγάλο ημιάξονα **a** περίπου 6380 km και μικρό ημιάξονα **b** 6360 km.
- Το ελλειψοειδές είναι λίγο πεπλατυσμένο στους πόλους αφού η διαφορά μεταξύ μεγάλου και μικρού ημιάξονα είναι μόλις 20 km (3% του μεγάλου ημιάξονα).
- **Ελλειψοειδές εκ περιστροφής (ΕΕΠ)**, είναι ένα γεωμετρικό σχήμα που προσομοιάζει το σχήμα της Γης, εκφράζεται από απλές σχέσεις που επιτρέπουν ευχερείς μαθηματικούς υπολογισμούς.
- Χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό της θέσης ενός σημείου πάνω στη Γη και έχει την ιδιότητα να προσαρμόζεται κατά το δυνατόν με καλύτερο τρόπο σε συγκεκριμένη περιοχή της Γης, συνήθως στην περιοχή που γίνεται ο προσδιορισμός των θέσεων.

Επιφάνειες και Συστήματα Αναφοράς

Χαρακτηριστικά του ελλειψοειδούς



a: μεγάλος ημιάξονας

b: μικρός ημιάξονας

f = $(a-b)/a$: επιπλάτυνση

e² = $(a^2-b^2)/a^2$: εκκεντρότητα

Στοιχεία Γεωδαισίας

7/26

Επιφάνειες και Συστήματα Αναφοράς

Γεωμετρικές παράμετροι προσδιορισμού ΕΕΠ

Όνομασία ΕΕΠ	Μεγάλος ημιάξονας (m)	Μικρός ημιάξονας (m)	1/f
Bessel (1841)	6377397	6356583.8	294.97869
Clarke (1880)	6378245	6356256.4	299.32497
Hayford (1924)	6378388	6356911.9	296.99936
GRS80	6378137	6356752.3141	298.25722
WGS84	6378137	6356752.3141	298.25722

Επιφάνειες και Συστήματα Αναφοράς

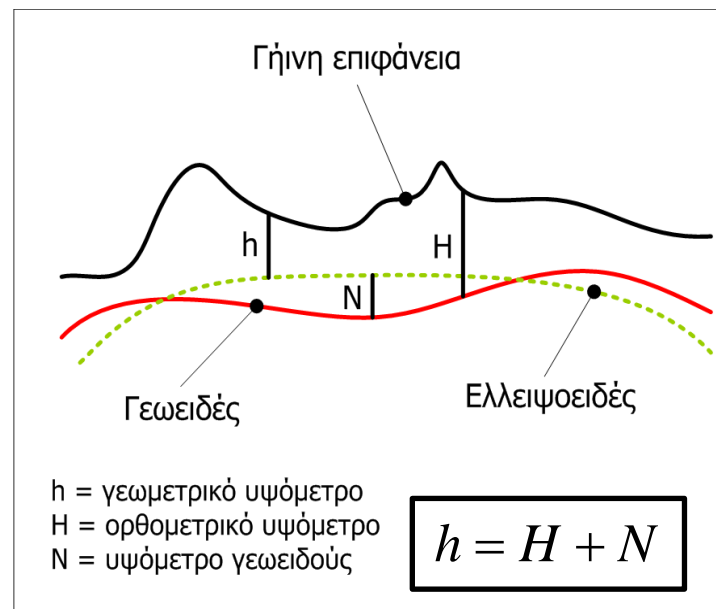
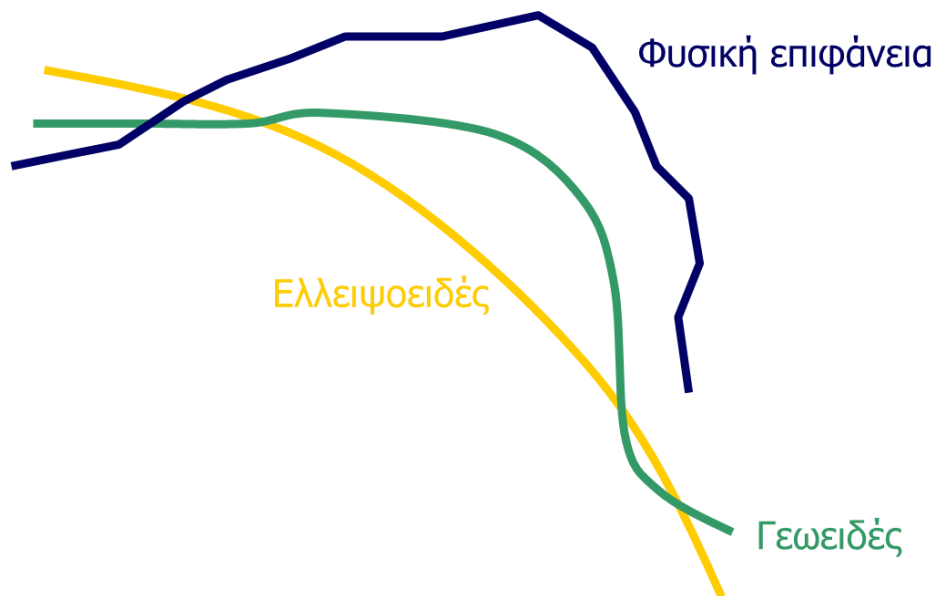
Γεωειδές

- Ο Gauss επινόησε, για την περιγραφή της μορφής της Γης, την ισοδυναμική επιφάνεια του γήινου πεδίου βαρύτητας, η οποία προσεγγίζει καλύτερα τη Μέση Στάθμη της Θάλασσας (ΜΣΘ).
- Ο Listing, το 1873, ονόμασε αυτή την επιφάνεια αναφοράς γεωειδές.
- Αποτελεί μια πολύ σημαντική επιφάνεια αναφοράς για τη μελέτη της μορφής της Γης.
- Δεν εκφράζεται από κλειστή μαθηματική σχέση.
- Προσδιορίζεται από αστρογεωδαιτικές παρατηρήσεις, με μέτρηση βαρύτητας με τη βοήθεια τεχνητών δορυφόρων.

Επιφάνειες και Συστήματα Αναφοράς

Γεωειδές

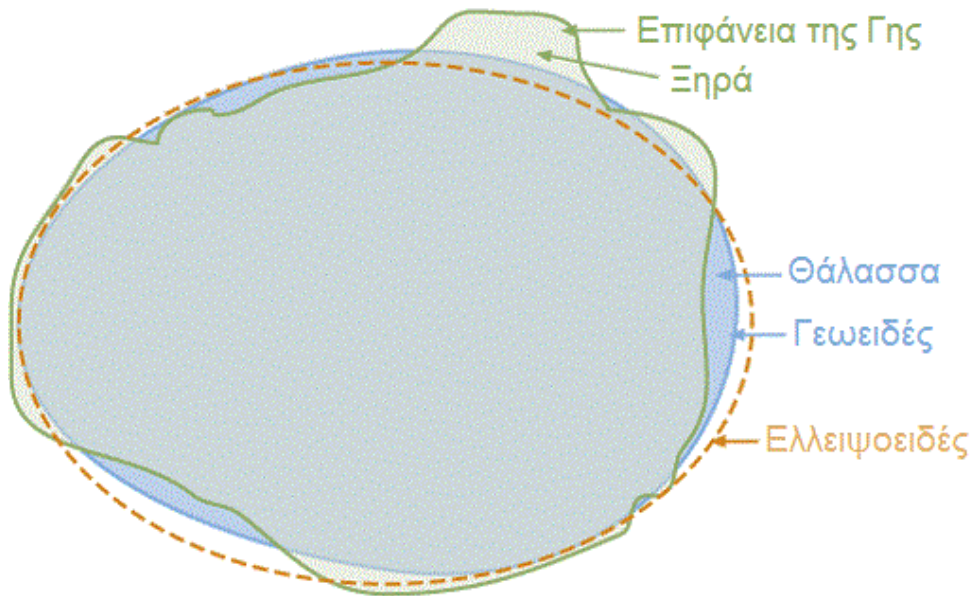
- Είναι θεωρητική αντιπροσωπευτική επιφάνεια της Γης που προκύπτει από τη θεωρία ισοδυναμικής επιφάνειας των ισορροπούντων ωκεανών.
- Λαμβάνεται ως η ισορροπούσα μέση στάθμη των θαλασσών, με συνολική ακρίβεια ανά την υδρόγειο, της τάξης του ενός μέτρου.



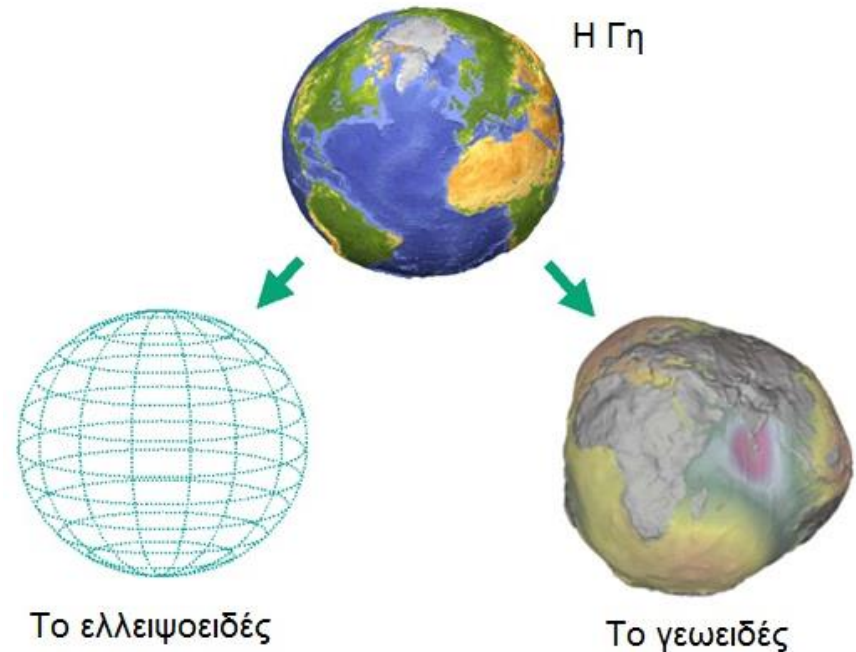
Στοιχεία Γεωδαισίας

Επιφάνειες και Συστήματα Αναφοράς

Μοντέλο της Γης



https://www.esri.com/news/arcuser/0703/graphics/geoid1_lg.gif



https://unstats.un.org/unsd/geoinfo/ungegn/docs/_data_icacourses/_HtmlModules/_Selfstudy/S06/S06_03a.html

Επιφάνειες και Συστήματα Αναφοράς

Γεωδαιτικό Σύστημα Αναφοράς (Datum)

- Το **Γεωδαιτικό Σύστημα Αναφοράς** είναι ένα μαθηματικό μοντέλο της Γης που προσεγγίζει τη γήινη επιφάνεια.
- Στην πράξη τα Γεωδαιτικά Συστήματα Αναφοράς διακρίνονται σε **οριζοντιογραφικά** και **υψομετρικά**.
- Τα οριζοντιογραφικά χρησιμοποιούνται για τον προσδιορισμό των συντεταγμένων σημείων (θέση).
- Τα υψομετρικά χρησιμοποιούνται για τη μέτρηση του υψομέτρου ή του βάθους ενός σημείου, ανάλογα αν το σημείο είναι πάνω ή κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας.
- Κάθε χώρα, νομοθετεί το γεωδαιτικό της Datum.

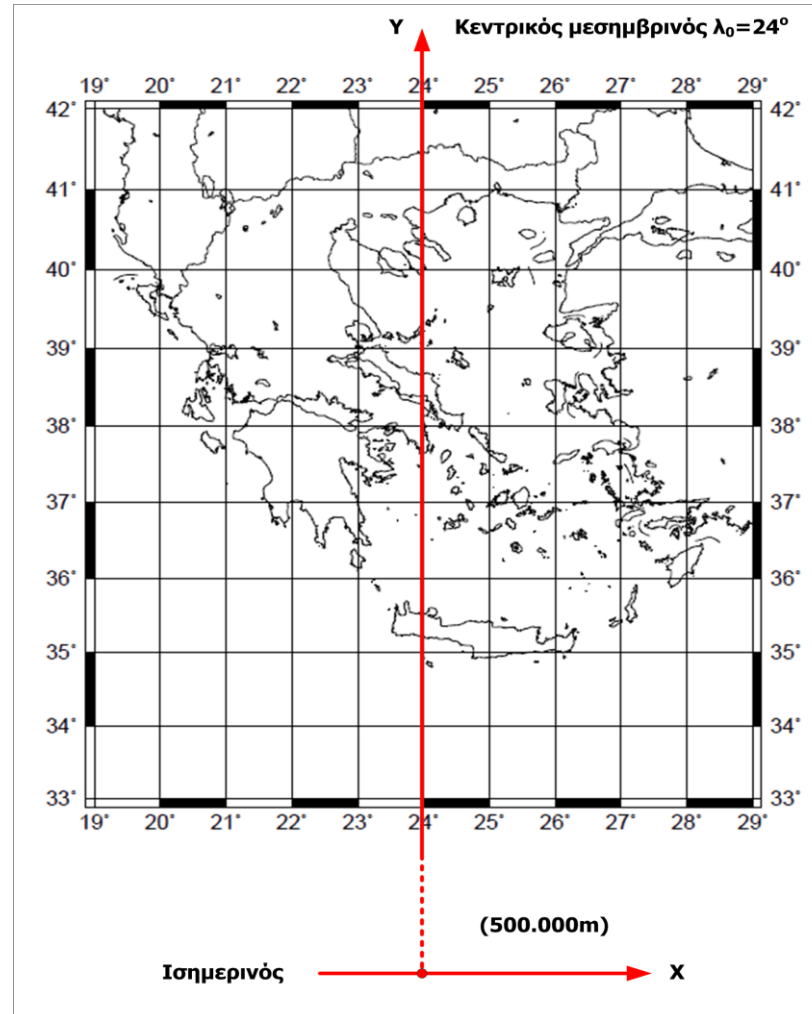
Επιφάνειες και Συστήματα Αναφοράς

Γεωδαιτικό Σύστημα Αναφοράς ΕΓΣΑ 87 (GGRS'87)

- Το ΕΓΣΑ87 προτάθηκε το 1987 από τη Γεωδαιτική & Γεωφυσική Επιτροπή του Κράτους (ΓΓΕΚ).
- Υιοθετήθηκε από τον Οργανισμό κτηματολογίου και Χαρτογραφίσεων Ελλάδας (ΟΚΧΕ) το 1988.
- Το ΕΓΣΑ87 ορίζεται με τις συντεταγμένες του κεντρικού βάθρου στο Κέντρο Δορυφόρων Διονύσου του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου στην Αττική.
- Χρησιμοποιεί ως ελλειψοειδές αναφοράς το GRS80, μετατοπισμένο σε τέτοια θέση ώστε να προσαρμόζεται με τον καλύτερο δυνατό τρόπο στο γεωειδές στην περιοχή της Ηπειρωτικής Ελλάδας.

Στοιχεία Γεωδαισίας

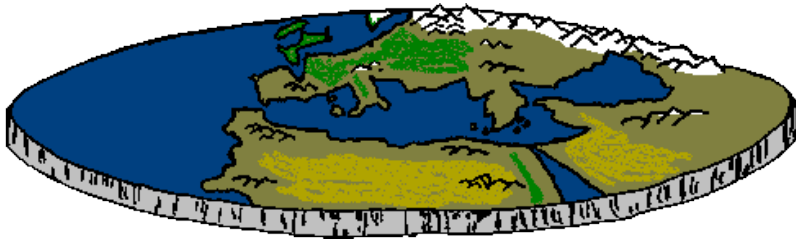
Γεωδαιτικό Σύστημα Αναφοράς ΕΓΣΑ 87 (GGRS'87)



Προβολικό σύστημα

Το πρόβλημα του σχήματος της Γης

- Αν η γη ήταν επίπεδη θα ήταν ιδανική για τη δημιουργία χαρτών.
- Η γη όμως δεν είναι επίπεδη, αλλά οι χάρτες είναι.



https://sincretica.files.wordpress.com/2011/07/tierra_plana1.gif?w=486&h=144



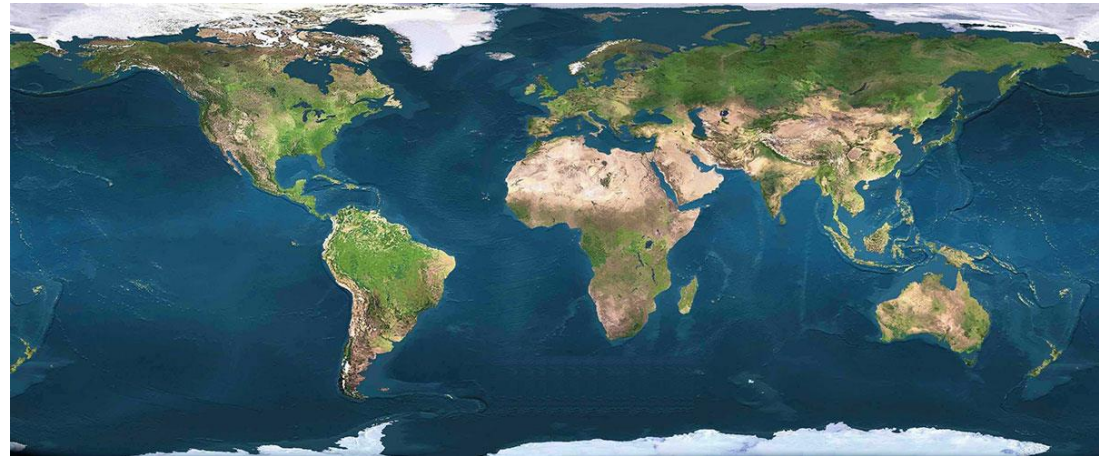
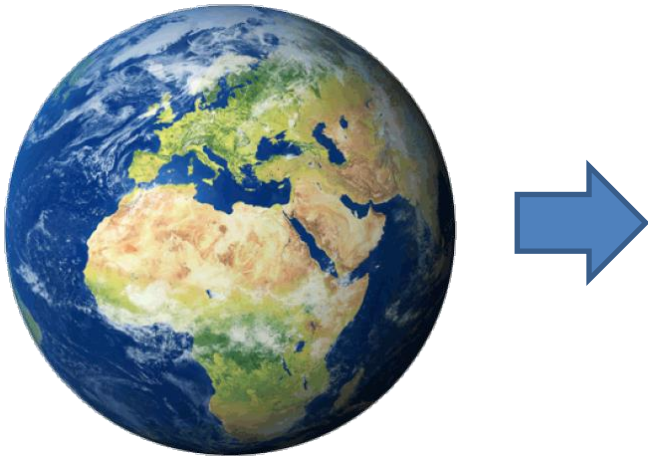
https://www.pngfind.com/mpng/ihJboJT_real-world-clipart-earth-transparent-background-planet-earth/

Προβολικό σύστημα

Το πρόβλημα του σχήματος της Γης

Λύση: Το προβολικό σύστημα

- Μαθηματική προσπάθεια να απεικονιστεί η επιφάνεια της γης σε μία επίπεδη επιφάνεια.
- Μετασχηματισμός μιας 3D-επιφάνειας σε μια 2D-επιφάνεια.



Προβολικό σύστημα

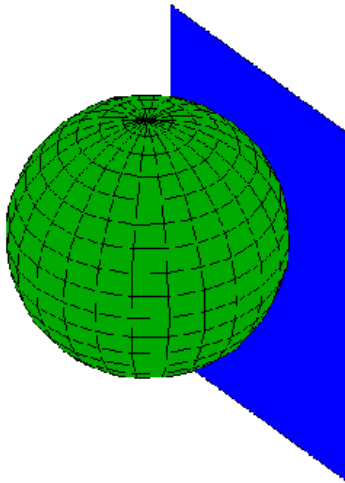
- **Προβολικό σύστημα** ή απλά **προβολή** στη Γεωδαισία, ονομάζεται οποιοδήποτε σύστημα που επιτρέπει τη χαρτογραφική απεικόνιση σημείων του ελλειψοειδούς ή της σφαίρας στο επίπεδο.
- Η σφαίρα και το ελλειψοειδές δεν είναι αναπτυκτές επιφάνειες, δηλαδή δεν μπορεί να γίνει η απεικόνιση των στοιχείων τους στο επίπεδο χωρίς παραμορφώσεις.
- Το πρόβλημα της απεικόνισης επιδέχεται απειρία λύσεων και η επιλογή του κατάλληλου προβολικού συστήματος, εξαρτάται από το σκοπό που θα εξυπηρετήσει, την περιοχή στην οποία αναφέρεται και την έκταση που θα καλύψει.
- Οι προβολές ανάλογα με τις ιδιότητες και τα χαρακτηριστικά τους, ταξινομούνται σε διάφορες κατηγορίες.

Διάκριση προβολικών συστημάτων

Ανάλογα με το εάν η απεικόνιση γίνεται απευθείας σε επίπεδο ή με τη βοήθεια μίας άλλης αναπτυσκόμενης επιφάνειας, όπως είναι ο κώνος ή ο κύλινδρος.

Επίπεδη προβολή

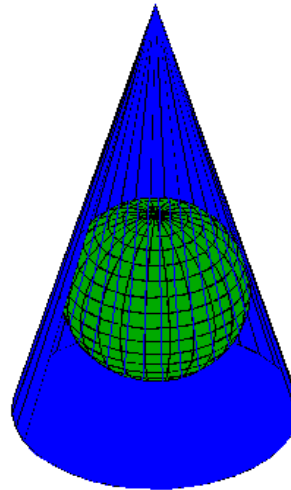
Peter H. Dana 9/20/94



Planar Projection Surface

Κωνική προβολή

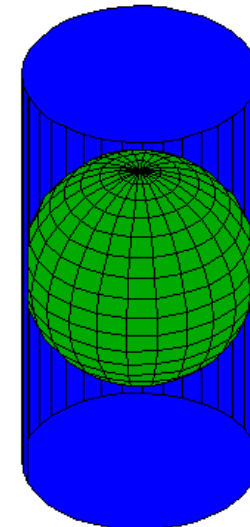
Peter H. Dana 9/20/94



Conical Projection Surface

Κυλινδρική προβολή

Peter H. Dana 9/20/94

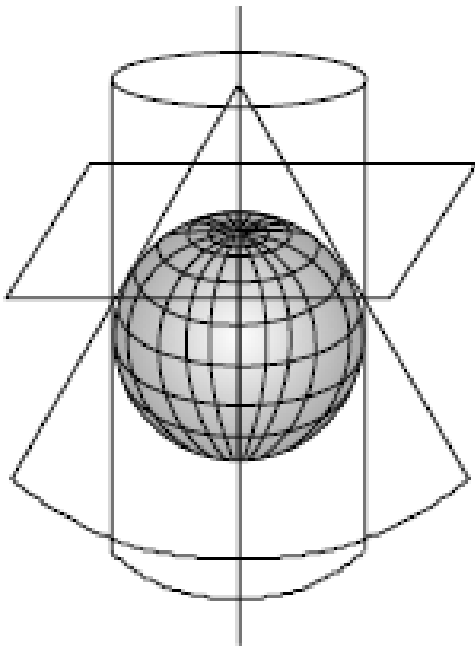


Cylindrical Projection Surface

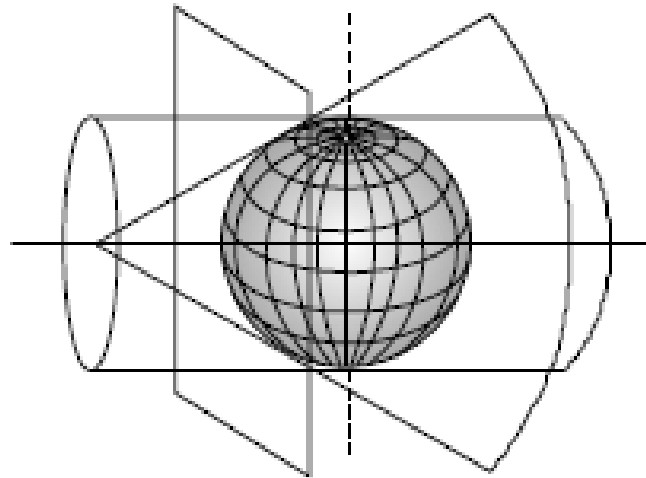
Διάκριση προβολικών συστημάτων

Ανάλογα με το εάν ο άξονας είναι παράλληλος κάθετος ή λοξός ως προς τον πολικό άξονα του ελλειψοειδούς.

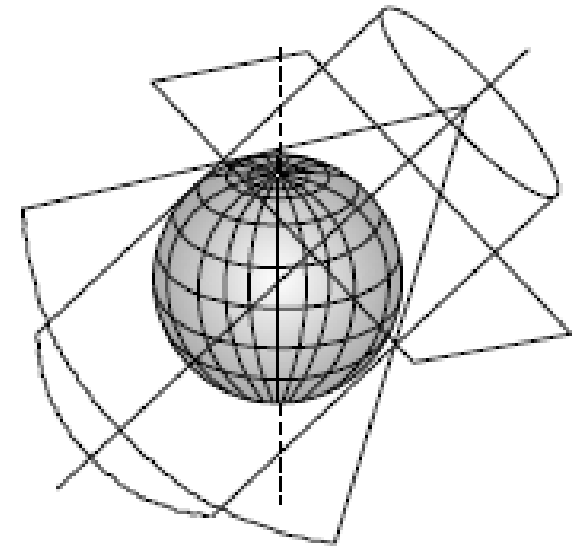
Ορθή προβολή



Εγκάρσια προβολή



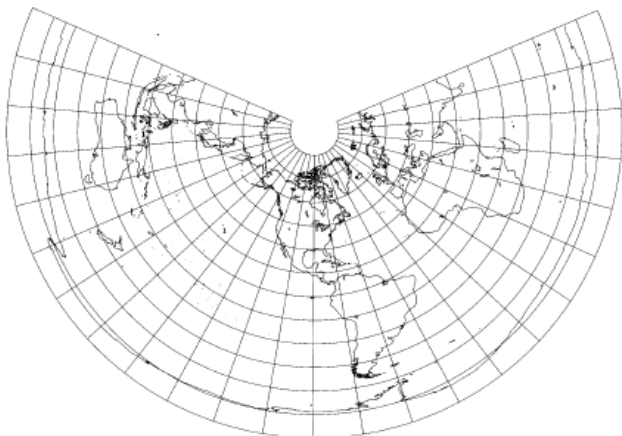
Πλάγια προβολή



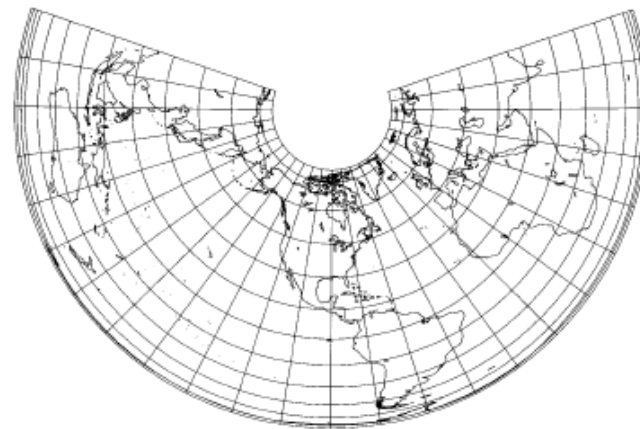
Διάκριση προβολικών συστημάτων

Ανάλογα με τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά (γραμμικά μεγέθη, αζιμούθια, εμβαδά) που παραμένουν αναλλοίωτα μετά την προβολή.

- **Σύμμορφες** προβολές (αναλλοίωτες γωνίες)
- **Ισοδύναμες** προβολές (αναλλοίωτα εμβαδά)
- **Ισαπέχουσες** προβολές (αναλλοίωτες αποστάσεις)
- **Αφυλακτικές** προβολές (όχι κάποιο συγκεκριμένο)



Απλή κωνική προβολή

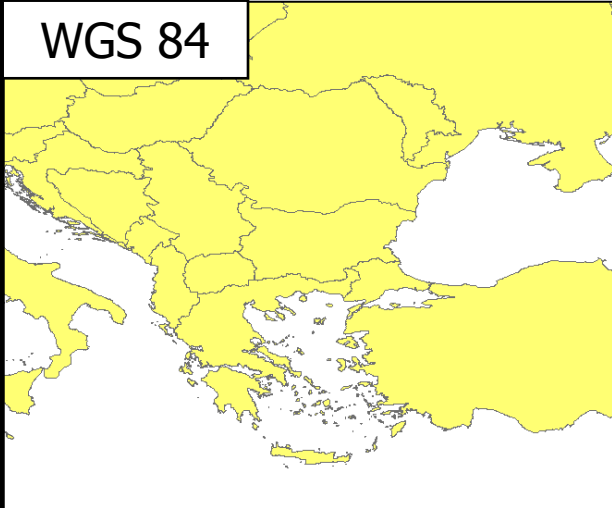


Ισοδύναμη κωνική Albers

Στοιχεία Γεωδαισίας

Παραδείγματα προβολικών συστημάτων

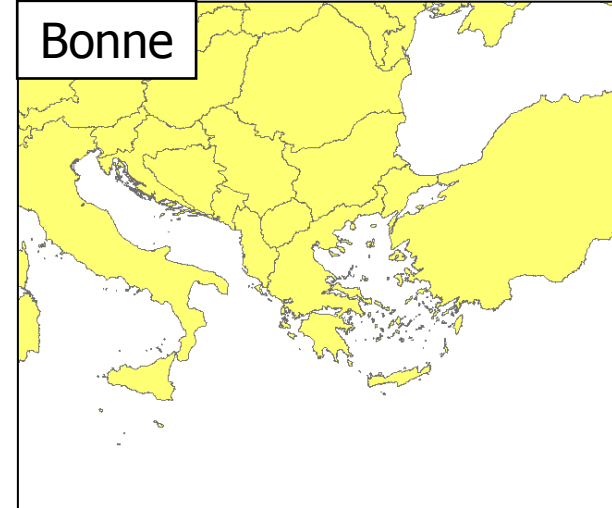
WGS 84



ΕΓΣΑ



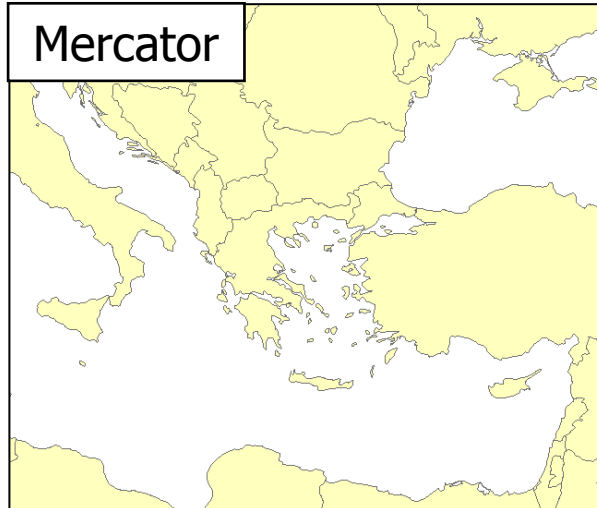
Bonne



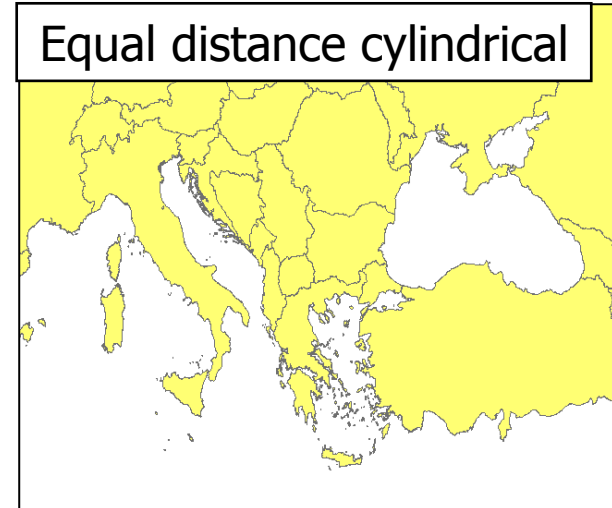
Equal distance conic



Mercator



Equal distance cylindrical



Συστήματα Συντεταγμένων

Συντεταγμένες ή Σύστημα Συντεταγμένων, λέγεται η διαδικασία με βάση την οποία προσδιορίζεται η θέση ενός σημείου στην επιφάνεια της Γης ή σε κάποιο γεωμετρικό σχήμα γνωστών παραμέτρων.

Υπάρχουν πολλοί τρόποι έκφρασης των συντεταγμένων, ανάλογα με:

- Την περιοχή και την έκταση της που αναφέρονται.
- Την επιδιωκόμενη ακρίβεια προσδιορισμού.
- Τις εφαρμογές που χρησιμοποιούνται.

Χρησιμοποιούμε τις συντεταγμένες προκειμένου να:

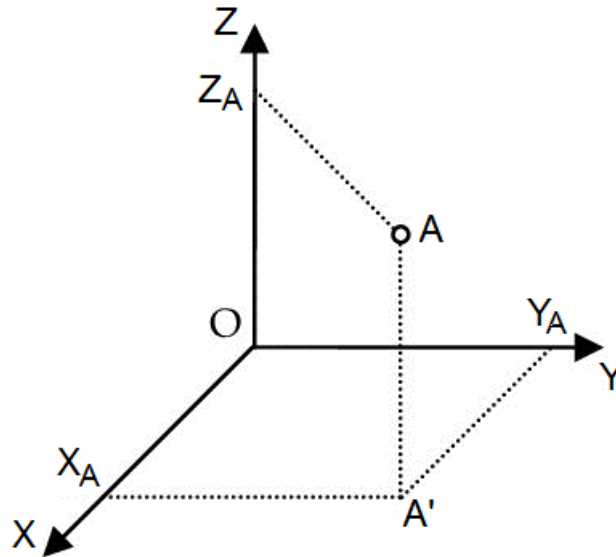
- Προσδιορίσουμε τη θέση ενός αντικειμένου στο χώρο.
- Υπολογίσουμε γεωμετρικές ιδιότητες, όπως είναι το μήκος, το εμβαδόν, η γωνία, ο όγκος κ.α.
- Συσχετίσουμε χωρικά πληροφορίες.

Συστήματα Συντεταγμένων

Καρτεσιανό Σύστημα

Η χωρική θέση ενός σημείου A στο Καρτεσιανό Σύστημα Συντεταγμένων ορίζεται από μία τριάδα αριθμών (X_A, Y_A, Z_A) .

Η επίπεδη θέση του σημείου A στο Καρτεσιανό Σύστημα Συντεταγμένων ορίζεται από μία δυάδα αριθμών (X_A, Y_A) .

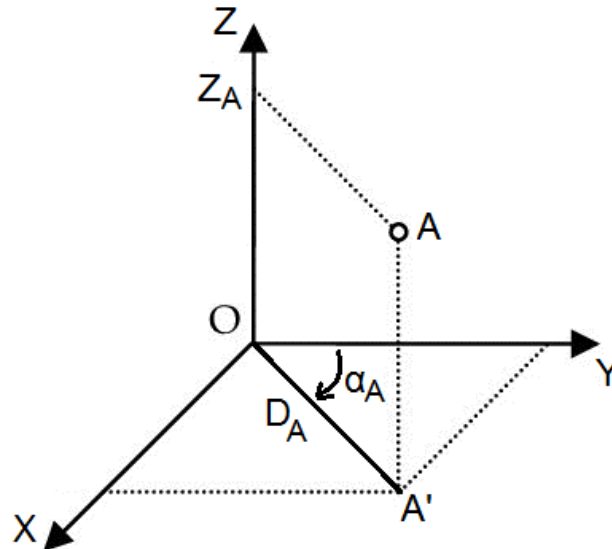


Συστήματα Συντεταγμένων

Κυλινδρικό Σύστημα

Η χωρική θέση ενός σημείου A στο Κυλινδρικό Σύστημα Συντεταγμένων ορίζεται από μία τριάδα αριθμών $(\alpha_A, D_A = OA', Z_A)$, οι οποίες ονομάζονται **Κυλινδρικές Συντεταγμένες**.

Η επίπεδη θέση του σημείου A στο Κυλινδρικό Σύστημα Συντεταγμένων ορίζεται από μία δυάδα αριθμών (α_A, D_A) , οι οποίες ονομάζονται **Πολικές Συντεταγμένες**.

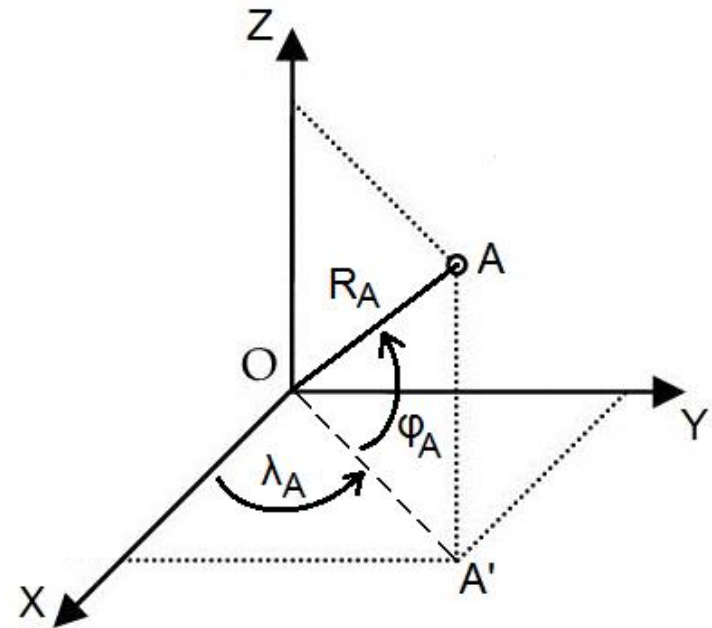


Συστήματα Συντεταγμένων

Σφαιρικό Σύστημα

Η χωρική θέση ενός σημείου A στο Σφαιρικό Σύστημα Συντεταγμένων ορίζεται από μία τριάδα αριθμών $(\lambda_A, \varphi_A, R_A = OA)$, οι οποίες ονομάζονται **Σφαιρικές Συντεταγμένες**.

- Αν επιφάνεια αναφοράς είναι η σφαίρα, η τριάδα αυτή αποτελεί τις γεωγραφικές συντεταγμένες του A .
- Αν η επιφάνεια αναφοράς είναι το ΕΕΠ, τότε η αντίστοιχη αυτή τριάδα αριθμών $(\lambda_A, \varphi_A, h_A)$ αποτελεί τις **ελλειψοειδείς ή γεωδαιτικές συντεταγμένες**, όπου το h_A είναι το γεωμετρικό υψόμετρο του A κατά την κάθετη στο ΕΕΠ.



Συστήματα Συντεταγμένων

Μετατροπές Συντεταγμένων

Κυλινδρικές συντεταγμένες – Καρτεσιανές συντεταγμένες

$$\begin{aligned} X_A &= D_A \cdot \sin a_A & a_A &= \arctan \frac{X_A}{Y_A} \\ Y_A &= D_A \cdot \cos a_A & \Leftrightarrow D_A &= \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} \\ Z_A &= Z_A & Z_A &= Z_A \end{aligned}$$

Σφαιρικές συντεταγμένες – Καρτεσιανές συντεταγμένες

$$\begin{aligned} X_A &= R_A \cdot \cos \lambda_A \cdot \cos \varphi_A & R_A &= \sqrt{X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2} \\ Y_A &= R_A \cdot \sin \lambda_A \cdot \cos \varphi_A & \Leftrightarrow \varphi_A &= \arcsin \frac{Z_A}{R_A} \\ Z_A &= R_A \cdot \sin \varphi_A & \lambda_A &= \arctan \frac{Y_A}{X_A} \end{aligned}$$

Συστήματα Συντεταγμένων

Μετατροπές Συντεταγμένων

Ελλειψοειδείς συντεταγμένες – Καρτεσιανές συντεταγμένες

$$X_A = (N_A + h_A) \cdot \cos \lambda_A \cdot \cos \varphi_A$$

$$Y_A = (N_A + h_A) \cdot \sin \lambda_A \cdot \cos \varphi_A \quad \Leftrightarrow$$

$$Z_A = \left[(1 - e^2) N_A + h_A \right] \cdot \sin \varphi_A$$

$$\lambda_A = \arctan \frac{Y_A}{X_A}$$

$$\varphi_A = \arctan \frac{Z_A + e^2 N_A \sin \varphi_A}{\sqrt{X_A^2 + Y_A^2}}$$

$$h_A = \frac{\sqrt{X_A^2 + Y_A^2}}{\cos \varphi_A} - N_A$$

όπου N_A είναι η ακτίνα καμπυλότητας της κύριας κάθετης τομής και e η πρώτη εκκεντρότητα του ΕΕΠ, και ορίζονται ως:

$$N_A = \frac{a}{\sqrt{(1 - e^2 \cdot \sin^2 \varphi_A)}}$$

$$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}$$

Στοιχεία Γεωδαισίας

Βιβλιογραφία

- Μαθήματα Γεωδαισίας, 2^η Έκδοση, Γ. Γεωργόπουλος, Εκδόσεις Τζιόλα, 2019.
- Στοιχεία Τοπογραφίας, Ε. Στυλιανίδη, Εκδόσεις Δίσιγμα, 2011.
- Εφαρμοσμένη Γεωδαισία, 2^η έκδοση, Ε. Λάμπρου, Γ. Πανταζής, Εκδόσεις Ζήτη, 2010.