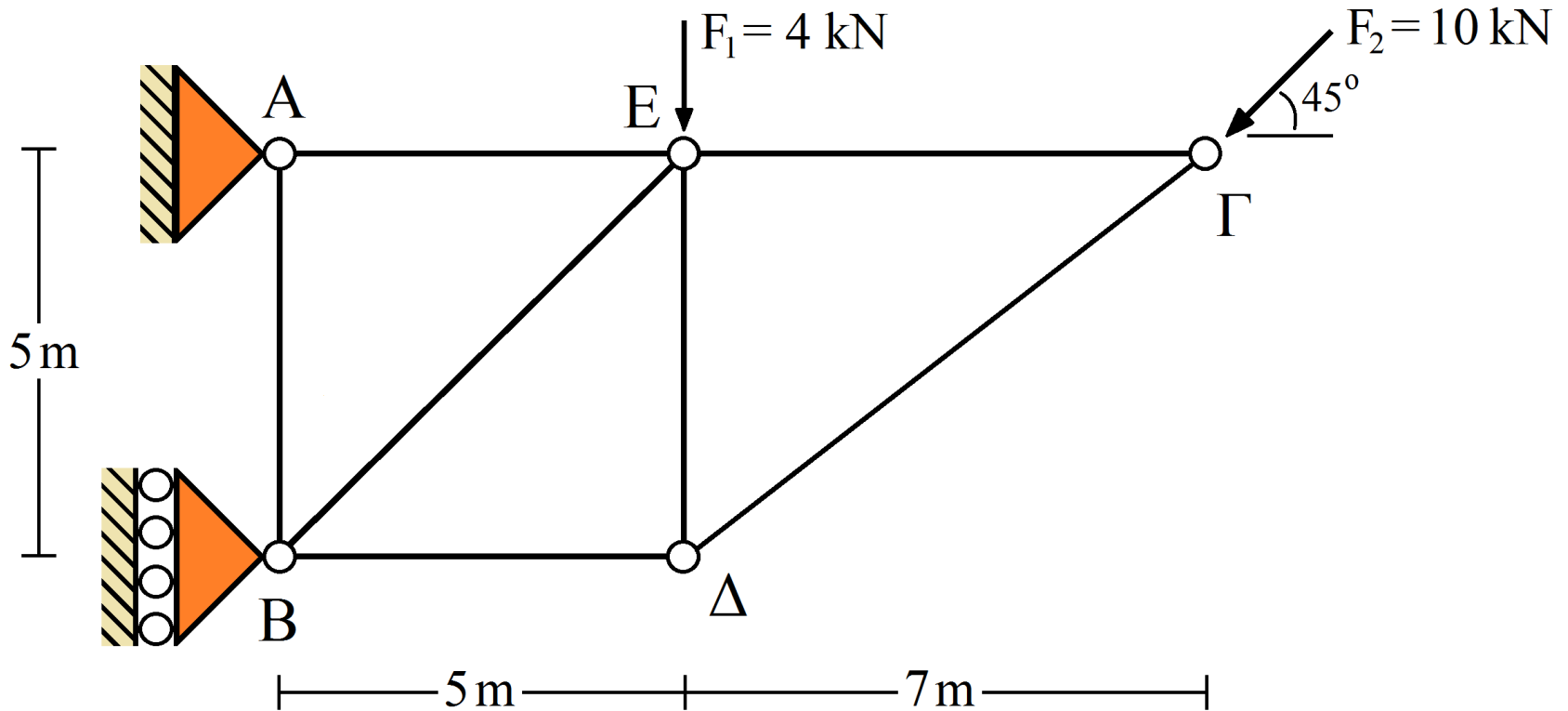


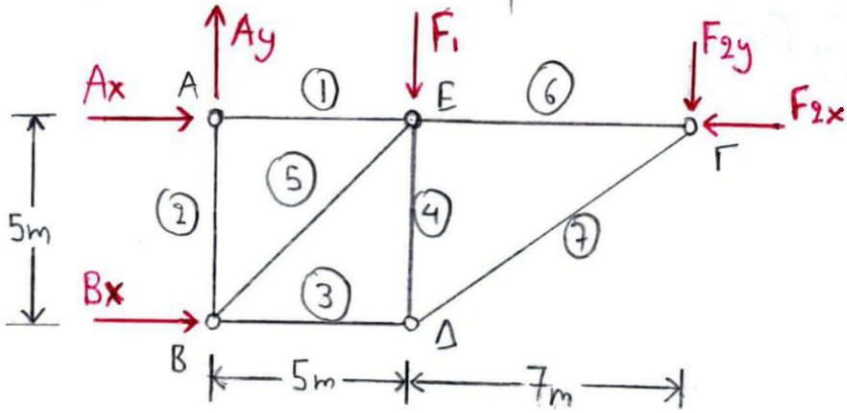
Τεχνική Μηχανική

Άσκηση 8

Να υπολογιστούν με τη μέθοδο των κόμβων οι αξονικές δυνάμεις των ράβδων του παρακάτω σχήματος.



Αρχικά θα κατασκευάσουμε το Δ.Ε.Σ. του δικτύου.



$$F_{2y} = F_2 \sin 45 = 7,07 \text{ kN}$$

$$F_{2x} = F_2 \cos 45 = 7,07 \text{ kN}$$

Η άρθρωση στο A θα αντικατασταθεί με τις αντιδράσεις οριζόντιας A_x και A_y .

Η υψίλιση στο B θα αντικατασταθεί με την αντίδραση οριζόντια B_x .

Η δύναμη F_2 θα αναλυθεί στις δύο κάθετες συνιστώσες F_{2x} και F_{2y} .

Έπειτα θα ελέγξουμε αν το δίκτυο είναι ισοστατικό, δηλαδή αν μπορεί να λυθεί.

Αριθμός ράβδων : 7 (e)

$$r + A = 2 \cdot k \Rightarrow 7 + 3 = 2 \cdot 5 \Rightarrow 10 = 10 \checkmark$$

Αριθμός υψίλιων : 5 (k)

Αριθμός Αντιδράσεων : 3 (A)

Άρα το δίκτυο είναι ισοστατικό και συνεπώς επιλύσιμο. Μπορούν να υπολογιστούν τόσο οι αντιδράσεις οριζόντιας όσο και οι αξονικές δυνάμεις των ράβδων.

Υπολογισμός Αντιδράσεων Οριζόντιας μέσω Σ.Ε.Ι.

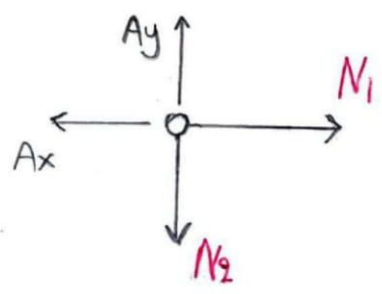
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow A_y - F_i - F_{2y} = 0 \Rightarrow A_y = F_i + F_{2y} \Rightarrow \boxed{A_y = 11,07 \text{ kN}}$$

$$+\curvearrowright \Sigma M_A = 0 \Rightarrow -F_i \cdot 5\text{m} - F_{2y} \cdot 12\text{m} + B_x \cdot 5\text{m} = 0 \Rightarrow B_x \cdot 5\text{m} = 4\text{kN} \cdot 5\text{m} + 7,07 \text{ kN} \cdot 12\text{m} \Rightarrow \boxed{B_x = 20,97 \text{ kN}}$$

$$+\rightarrow \Sigma F_x = 0 \Rightarrow A_x + B_x - F_{2x} = 0 \Rightarrow A_x = F_{2x} - B_x \Rightarrow \boxed{A_x = -13,9 \text{ kN}}$$

Αφού υπολογίστηκαν οι αντιδράσεις ετήριξης, θα υπολογίσουμε τις αξονικές δυνάμεις σε κάθε ράβδο με τη μέθοδο των κόμβων.

Κόμβος Α

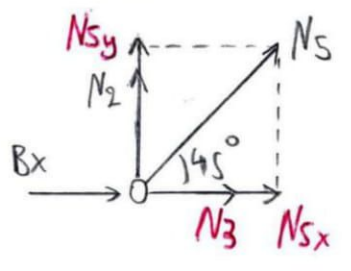


$\rightarrow \Sigma F_x = 0 \Rightarrow N_1 - A_x = 0 \Rightarrow N_1 = A_x \Rightarrow \boxed{N_1 = 13,9 \text{ kN}}$

$\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow A_y - N_2 = 0 \Rightarrow N_2 = A_y \Rightarrow \boxed{N_2 = 11,07 \text{ kN}}$

Προσοχή: Η A_x βγήκε αρνητική όπως υπολογισμούς των αντιδράσεων ετήριξης. Στο Δ.Ε.Σ. του κόμβου Α τη θεωρούμε θετική οθιά με αντίθετη φορά από πριν (προς τα αριστερά). Θα μπορούσαμε να την ορίσουμε με φορά προς τα δεξιά και αρνητική τιμή. Δεν θα άλλαζαν τα αποτελέσματα.

Κόμβος Β

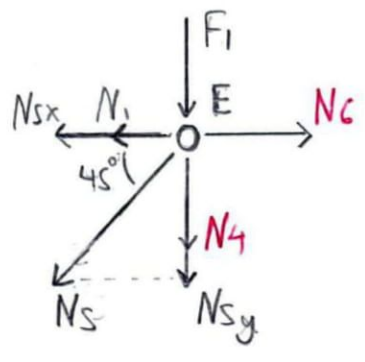


Η N_2 είναι γνωστή από τον κόμβο Α. Οι άγνωστες αξονικές δυνάμεις είναι 2. Η N_3 και η N_5 η οποία αναλύεται στις N_{5x} και N_{5y} .

$\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_2 + N_{5y} = 0 \Rightarrow N_{5y} = -N_2 \Rightarrow N_{5y} = -11,07 \text{ kN} \Rightarrow N_5 \cdot \sin 45 = -11,07 \text{ kN}$
 $\Rightarrow \boxed{N_5 = -15,65 \text{ kN}}$

$\rightarrow \Sigma F_x = 0 \Rightarrow B_x + N_3 + N_{5x} = 0 \Rightarrow N_3 = -N_{5x} - B_x \Rightarrow N_3 = -N_5 \cdot \cos 45 - B_x \Rightarrow$
 $\Rightarrow N_3 = 11,07 \text{ kN} - 20,97 \text{ kN} \Rightarrow \boxed{N_3 = -9,9 \text{ kN}}$

Κόμβος Ε

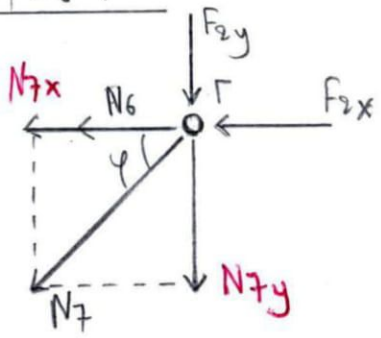


Οι δυνάμεις N_1, N_5 είναι γνωστές από τους προηγούμενους κόμβους. Οι άγνωστες δυνάμεις είναι οι N_4 και N_6 .

$$\begin{aligned} \rightarrow \sum F_x = 0 &\Rightarrow N_6 - N_1 - N_{5x} = 0 \Rightarrow N_6 = N_1 + N_{5x} \Rightarrow N_6 = N_1 + N_5 \cdot \cos 45^\circ \Rightarrow \\ &\Rightarrow N_6 = 13,9 \text{ kN} - 15,65 \cdot \cos 45^\circ \Rightarrow \boxed{N_6 = 2,83 \text{ kN}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \uparrow \sum F_y = 0 &\Rightarrow -F_1 - N_4 - N_{5y} = 0 \Rightarrow N_4 = -N_{5y} - F_1 \Rightarrow N_4 = -N_5 \cdot \sin 45^\circ - F_1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow N_4 = 15,65 \text{ kN} \cdot \sin 45^\circ - 4 \text{ kN} \Rightarrow \boxed{N_4 = 7,07 \text{ kN}} \end{aligned}$$

Κόμβος Γ



Οι δυνάμεις N_6 και F_{2x}, F_{2y} είναι γνωστές. Η άγνωστη δύναμη είναι η N_7 η οποία αναλύεται στις N_{7x} και N_{7y} .

Η γωνία φ μπορεί να βρεθεί από το ορθογώνιο τρίγωνο ΓΔΕ. $\tan \varphi = \frac{ΕΔ}{ΓΕ} \Rightarrow \tan \varphi = \frac{5}{7} \Rightarrow \varphi = \tan^{-1}(\frac{5}{7}) \Rightarrow \boxed{\varphi = 35,54^\circ}$

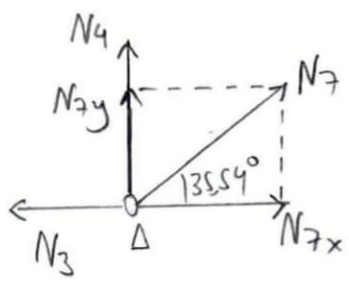
$$\begin{aligned} \rightarrow \sum F_x = 0 &\Rightarrow -N_6 - F_{2x} - N_{7x} = 0 \Rightarrow N_{7x} = -N_6 - F_{2x} \Rightarrow N_{7x} = -9,9 \text{ kN} \Rightarrow \\ &\Rightarrow N_7 \cdot \cos \varphi = -9,9 \text{ kN} \Rightarrow N_7 \cdot \cos 35,54^\circ = -9,9 \text{ kN} \Rightarrow \boxed{N_7 = -12,17 \text{ kN}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \uparrow \sum F_y = 0 &\Rightarrow -F_{2y} - N_{7y} = 0 \Rightarrow F_{2y} = -N_{7y} \Rightarrow F_{2y} = -N_7 \cdot \sin \varphi \Rightarrow 7,07 = +12,17 \cdot \sin 35,54^\circ \Rightarrow \\ &\Rightarrow 7,07 \text{ kN} = 7,07 \text{ kN} \quad \checkmark \end{aligned}$$

Δεν χρειάζεται.

Μόνο για επαλήθευση

Κόμβος Δ



Ο κόμβος Δ δεν χρειάζεται να επιλυθεί αφού οι αξονικές δυνάμεις έχουν υπολογιστεί σε όλες τις ράβδους. Παρόλα αυτά, θα τον επιλύσουμε για την επαλήθευση των τιμών.

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow N_{7x} - N_3 = 0 \Rightarrow N_{7x} = N_3 \Rightarrow -9,9 \text{ kN} = -9,9 \text{ kN} \quad \checkmark$$

$$\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow N_{7y} + N_4 = 0 \Rightarrow N_4 = -N_{7y} \Rightarrow 7,07 \text{ kN} = 7,07 \text{ kN} \quad \checkmark$$

Τα αποτελέσματα της ανάλυσης του δικτύου μπορούν να παρουσιαστούν συνοπτικοί στον παρακάτω πίνακα.

Ράβδος	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
Δυνάμεις (kN)	13,9	11,07	-9,9	7,07	-15,65	2,83	-12,17
Είδος Καταπόνησης	εφελυστ.	εφελυστ.	θλιπτική	εφελυστ.	θλιπτική	εφελυστ.	θλιπτική