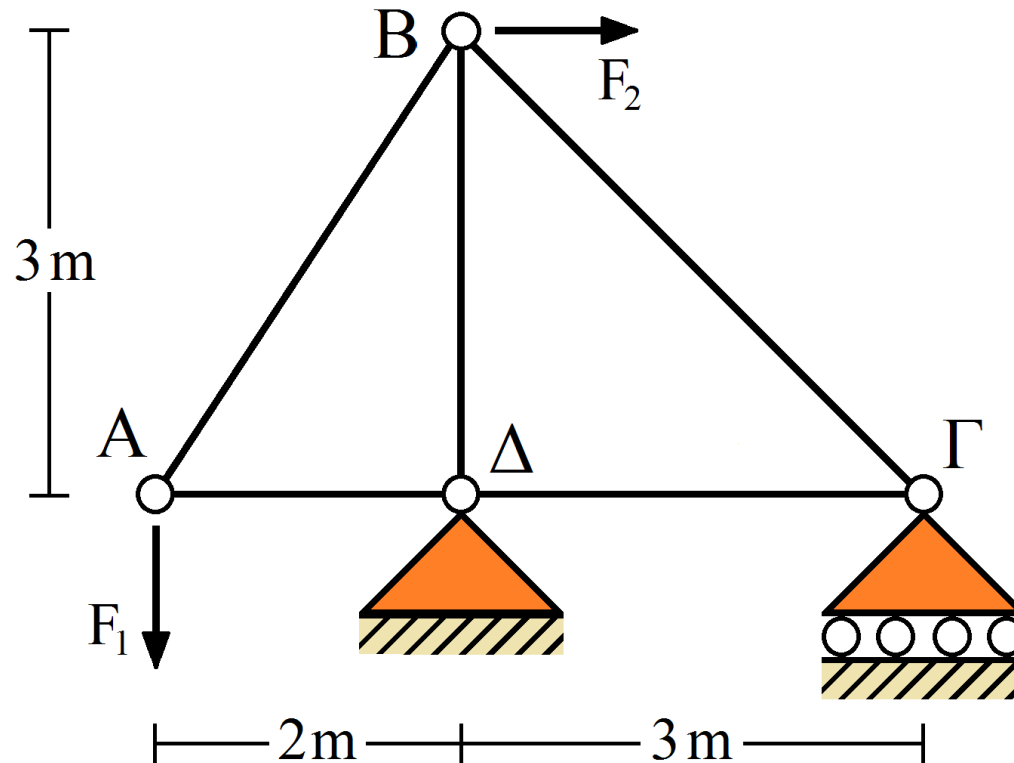


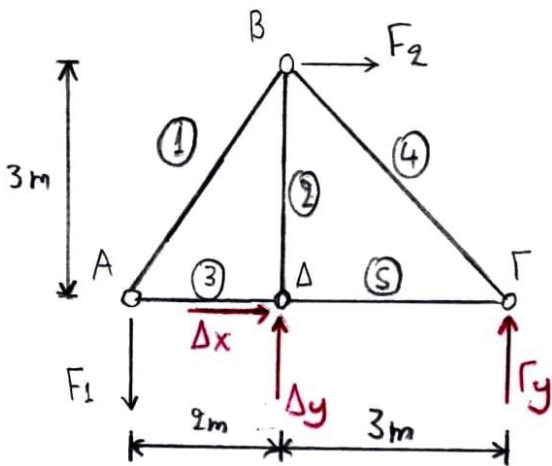
Τεχνική Μηχανική

Άσκηση 7

Να υπολογιστούν με τη μέθοδο των κόμβων οι αξονικές δυνάμεις των ράβδων του παρακάτω σχήματος. Στον κόμβο **A** ασκείται σημειακό φορτίο $F_1 = 7,5 \text{ kN}$, ενώ στον κόμβο **B** ασκείται σημειακό φορτίο $F_2 = 16 \text{ kN}$.



Αρχικά θα υπολογίσουμε το Δ.Ε.Σ. του δικτύωματος.



Η άρθρωση στο Δ θα αντικατασταθεί με τις αντιδράσεις Δx και Δy .

Η υψίωση στο Γ θα αντικατασταθεί με την αντίδραση Γy .

Ελέγχουμε αν το δίκτυωμα είναι ισοστατικό, δηλαδή αν μπορεί να λυθεί.

Αριθμός ράβδων : 5 (ρ)

Αριθμός κόμβων : 4 (κ)

$$p + A = 2 \cdot k \Rightarrow 5 + 3 = 2 \cdot 4 \Rightarrow 8 = 8 \checkmark$$

Αριθμός αντιδράσεων: 3 (Α)

Άρα το δίκτυωμα είναι ισοστατικό και συνεπώς επιλύσιμο. Μπορούν να υπολογιστούν τόσο οι αντιδράσεις στήριξης όσο και οι αξονικές δυνάμεις των ράβδων.

Υπολογισμός Αντιδράσεων Στήριξης μέσω Στερεοστατικών Εξισώσεων Ισορροπίας.

$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow \Delta x + F_2 = 0 \Rightarrow \Delta x = -F_2 \Rightarrow \boxed{\Delta x = -16 \text{ kN}}$$

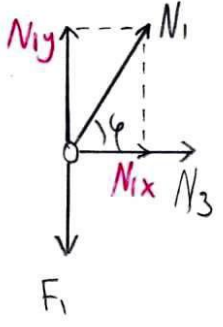
$$\curvearrowleft \sum M_{\Delta} = 0 \Rightarrow F_1 \cdot (A\Delta) - F_2 \cdot (B\Delta) + \Gamma y \cdot (\Gamma\Delta) = 0 \Rightarrow \Gamma y \cdot (\Gamma\Delta) = F_2 \cdot (B\Delta) - F_1 \cdot (A\Delta) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Gamma y \cdot 3\text{m} = 16 \text{ kN} \cdot 3\text{m} - 7,5 \text{ kN} \cdot 2\text{m} \Rightarrow \boxed{\Gamma y = 11 \text{ kN}}$$

$$\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow \Delta y + \Gamma y - F_1 = 0 \Rightarrow \Delta y = F_1 - \Gamma y \Rightarrow \boxed{\Delta y = -3,5 \text{ kN}}$$

Αφού υπολογίστηκαν οι αντιδράσεις ετήριξης, θα υπολογίσουμε τις αξονικές δυνάμεις σε κάθε ράβδο με τη μέθοδο των κόμβων.

Κόμβος Α



Στον κόμβο Α ασκείται η δύναμη F_i και οι αξονικές δυνάμεις N_1 και N_3 . Η N_1 αναλύεται στις συνιστώσες N_{1x} και N_{1y} .

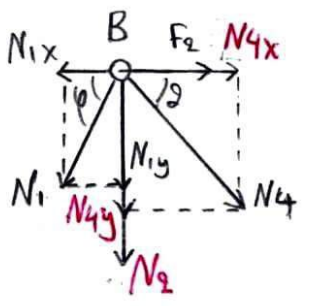
Η γωνία φ υπολογίζεται από το ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Delta$ ως εξής:

$$\tan \varphi = \frac{(B\Delta)}{(A\Delta)} = \frac{3}{2} = 1,5 \Rightarrow \varphi = \tan^{-1}(1,5) \Rightarrow \boxed{\varphi = 56,31^\circ}$$

$$\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_{1y} - F_i = 0 \Rightarrow N_{1y} = F_i \Rightarrow N_1 \cdot \sin \varphi = F_i \Rightarrow N_1 = \frac{F_i}{\sin \varphi} \Rightarrow \boxed{N_1 = 9,01 \text{ kN}}$$

$$\rightarrow \Sigma F_x = 0 \Rightarrow N_{1x} + N_3 = 0 \Rightarrow N_3 = -N_{1x} \Rightarrow N_3 = -N_1 \cdot \cos \varphi \Rightarrow \boxed{N_3 = -5 \text{ kN}}$$

Κόμβος Β



Στον κόμβο Β ασκείται το σημειακό φορτίο F_2 και οι αξονικές δυνάμεις N_1 , N_2 και N_4 . Η N_1 έχει υπολογιστεί από την ανάλυση του κόμβου Α. Οι άγνωστες δυνάμεις είναι 2. Η N_2 και η N_4 η οποία αναλύεται στις N_{4x} και N_{4y} .

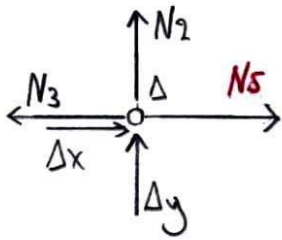
Η γωνία φ είναι ίση με $56,31^\circ$ (από κόμβο Α). Η γωνία θ είναι ίση με 45° αφού το ορθογώνιο τρίγωνο $B\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελές.

$$\rightarrow \Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_2 + N_{4x} - N_{1x} = 0 \Rightarrow N_{4x} = N_{1x} - F_2 \Rightarrow N_{4x} = N_1 \cdot \cos \varphi - F_2 \Rightarrow N_4 \cdot \cos \theta = -11 \text{ kN} \Rightarrow \boxed{N_4 = -15,56 \text{ kN}}$$

$$\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow -N_{1y} - N_{4y} - N_2 = 0 \Rightarrow N_2 = -N_{1y} - N_{4y} = -N_1 \cdot \sin \varphi - N_4 \sin \theta \Rightarrow \boxed{N_2 = 3,5 \text{ kN}}$$

Κόμβος Δ

(3)



Στον κόμβο Δ η μόνη άγνωστη ατομική δύναμη είναι η N_5 . Οι υπολοίπες έχουν υπολογιστεί.

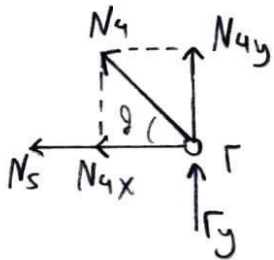
$$\rightarrow \Sigma F_x = 0 \Rightarrow N_5 + \Delta x - N_3 = 0 \Rightarrow N_5 = N_3 - \Delta x \Rightarrow \boxed{N_5 = 11 \text{ kN}}$$

$$\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_2 + \Delta y = 0 \Rightarrow N_2 = -\Delta y \Rightarrow 3,5 \text{ kN} = 3,5 \text{ kN} \checkmark$$

Δεν χρειάζεται.

Μόνο επαλήθευση

Κόμβος Γ



Ο κόμβος Γ δεν χρειάζεται να επαληθευτεί. Μόνο για επαλήθευση των τιμών.

$$\rightarrow \Sigma F_x = 0 \Rightarrow -N_5 - N_{4x} = 0 \Rightarrow N_5 = -N_4 \cos \theta \Rightarrow 11 \text{ kN} = 11 \text{ kN} \checkmark$$

$$\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow \Gamma_y + N_{4y} = 0 \Rightarrow \Gamma_y = -N_4 \sin \theta \Rightarrow 11 \text{ kN} = 11 \text{ kN} \checkmark$$

Τα αποτελέσματα της ανάλυσης του δικτύου μπορούν να παρουσιαστούν συνοπτικά στον παρακάτω πίνακα.

Ράβδος	①	②	③	④	⑤
Δυνάμεις (kN)	9,01	3,5	-5	-15,56	11
Κατάσταση	Εφελκυστική	Εφελκυστική	Θλιπτική	Θλιπτική	Εφελκυστική