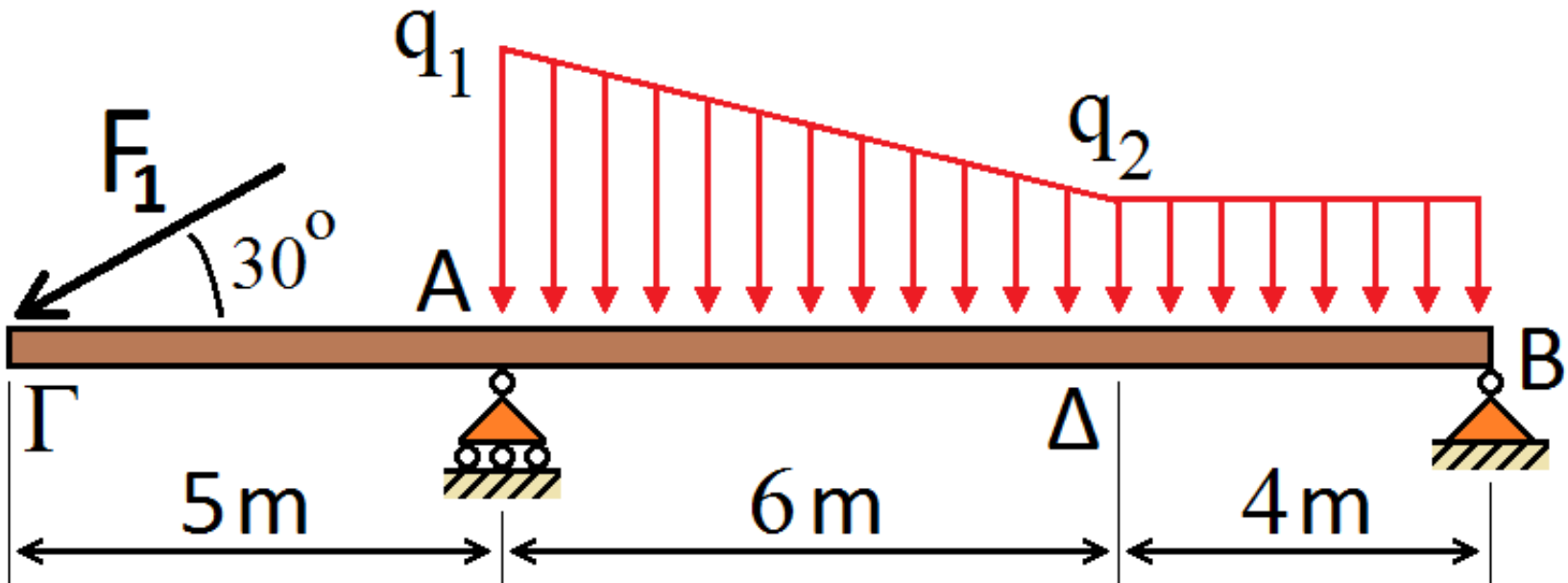


# Τεχνική Μηχανική

## Άσκηση 3

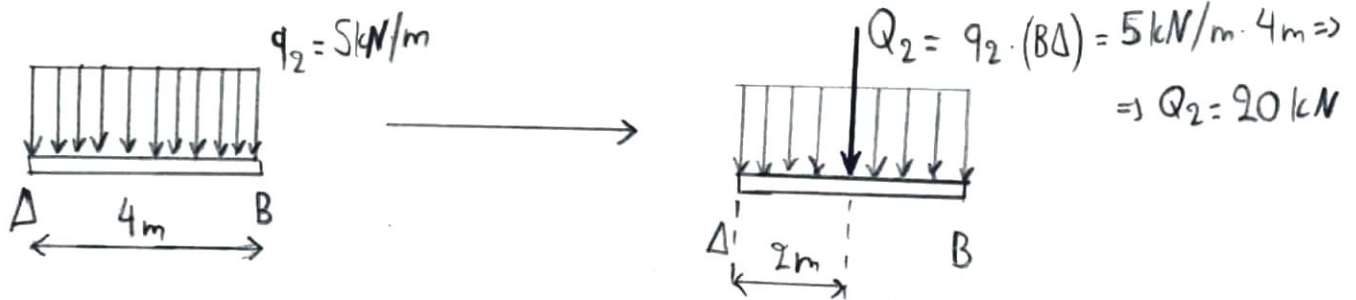
Η δοκός αμελητέου βάρους του σχήματος στηρίζεται με κύλιση στο σημείο A και άρθρωση στο σημείο B. Καταπονείται από ένα σημειακό φορτίο  $F_1 = 50 \text{ kN}$ , μία τραπεζοειδή φόρτιση με τιμές  $q_1 = 10 \text{ kN/m}$  και  $q_2 = 5 \text{ kN/m}$  και μία ορθογωνική φόρτιση σταθερής τιμής  $q_2$ . Να προσδιοριστούν οι αντιδράσεις στήριξης της δοκού.



Αρχικά θα κατασκευάσουμε το Διάγραμμα Ελεύθερου Σώματος.

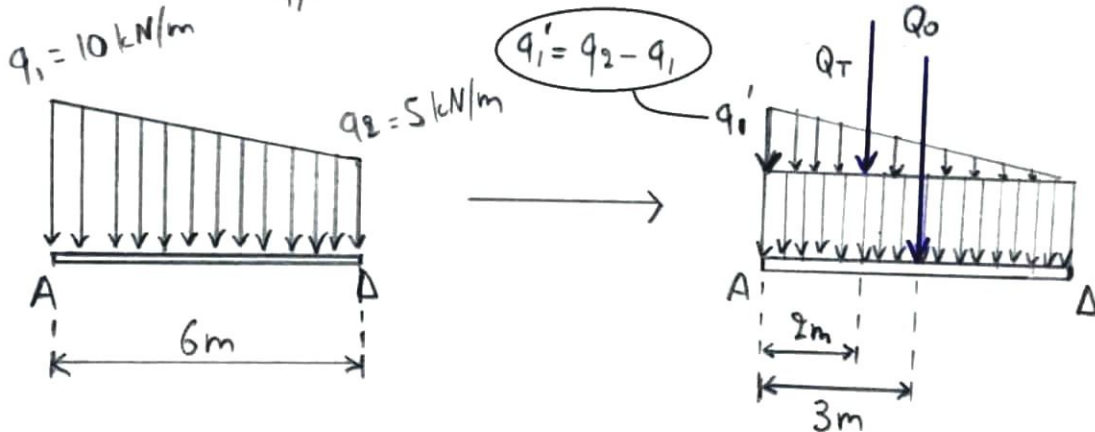
Τα κατακεντημένα φορτία θα μεταγραφθούν σε σημειακά.

Η ορθογώνια φόρτιση με τιμή  $q_2$  μεταγράφεται ως εξής:



Η κατακεντημένη φόρτιση  $q_2$  ισοδυναμεί με τη σημειακή φόρτιση  $Q_2$  με μέτρο  $20 \text{ kN}$ , η οποία εφαρμόζεται στο μέσο του  $AB$ .

Η τραπεζοειδής φόρτιση  $q_1$  μεταγράφεται ως εξής:



$$Q_T = \frac{1}{2} q_1' \cdot (AD) = \frac{1}{2} 5 \text{ kN/m} \cdot 6 \text{ m} = 15 \text{ kN}$$

$$Q_0 = q_2 \cdot (AD) = 5 \text{ kN/m} \cdot 6 \text{ m} = 30 \text{ kN}$$

Η τραπεζοειδής φόρτιση χωρίζεται σε μία ορθογώνια και μία τριγωνική.

Η ορθογώνια ισοδυναμεί με τη σημειακή φόρτιση  $Q_0$  με μέτρο  $30 \text{ kN}$ , η οποία εφαρμόζεται στο μέσο του  $AD$ .

Η τριγωνική φόρτιση ισοδυναμεί με τη σημειακή φόρτιση  $Q_T$  με μέτρο  $15 \text{ kN}$ , η οποία εφαρμόζεται σε απόσταση  $2 \text{ m}$  από το  $A$  ( $\frac{1}{3}$  της  $AD$  από το  $A$ )

2

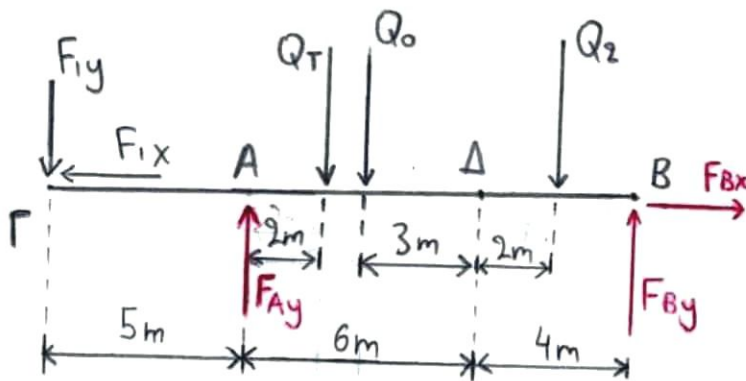
Επίσης η  $F_1$  η οποία είναι υπό γωνία πρέπει να αναλυθεί στις συνιστώσες της.



$$F_{ix} = F_1 \cdot \cos 30 = 43,3 \text{ kN}$$

$$F_{iy} = F_1 \cdot \sin 30 = 25 \text{ kN}$$

Άρα το Δ.Ε.Σ. θα είναι ως εξής:



Η αύτην βρω Α αντικαταστάθηκε με την κατακόρυφη αντίδραση  $F_{Ay}$  ενώ η άρδωση βρω Β αντικαταστάθηκε με δύο αντίδρασεις  $F_{Bx}$  και  $F_{By}$ .

Για το υπολογισμό των αντιδράσεων θα χρησιμοποιήσουμε τις Στερεοστατικές Εξισώσεις Ισορροπίας.

$$\begin{aligned} \uparrow \Sigma M_B = 0 &\Rightarrow Q_2 \cdot 2m + Q_0 \cdot 7m + Q_T \cdot 8m + F_{iy} \cdot 15m - F_{Ay} \cdot 10m = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 20 \text{ kN} \cdot 2m + 30 \text{ kN} \cdot 7m + 15 \text{ kN} \cdot 8m + 25 \text{ kN} \cdot 15m - F_{Ay} \cdot 10m = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 40 \text{ kN} \cdot m + 210 \text{ kN} \cdot m + 120 \text{ kN} \cdot m + 375 \text{ kN} \cdot m - F_{Ay} \cdot 10m = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 745 \text{ kN} \cdot m = 10m \cdot F_{Ay} \Rightarrow \boxed{F_{Ay} = 74,5 \text{ kN}} \end{aligned}$$

$$\rightarrow \Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{Bx} - F_{ix} = 0 \Rightarrow F_{Bx} = F_{ix} \Rightarrow \boxed{F_{Bx} = 43,3 \text{ kN}}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{Ay} + F_{By} - F_{iy} - Q_T - Q_o - Q_2 = 0 \Rightarrow$$

(3)

$$\Rightarrow F_{By} = F_{iy} + Q_T + Q_o + Q_2 - F_{Ay} \Rightarrow$$

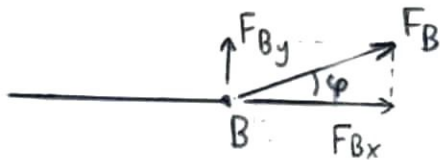
$$\Rightarrow F_{By} = 25 \text{ kN} + 15 \text{ kN} + 30 \text{ kN} + 20 \text{ kN} - 74,5 \text{ kN} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{F_{By} = 15,5 \text{ kN}}$$

Άρα υπολογίσουμε τις αντιδράσεις επί της:

$$F_{Ay} = 74,5 \text{ kN}, \quad F_{Bx} = 43,3 \text{ kN}, \quad F_{By} = 15,5 \text{ kN}$$

Στο σημείο B μπορούμε να υπολογίσουμε τη συνισταμένη δύναμη:



$$F_B = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} \Rightarrow F_B = \sqrt{43,3^2 + 15,5^2} \Rightarrow \boxed{F_B = 46 \text{ kN}}$$

$$\tan \varphi = \frac{F_{By}}{F_{Bx}} \Rightarrow \tan \varphi = \frac{15,5}{43,3} \Rightarrow \tan \varphi = 0,358$$

$$\text{Άρα } \varphi = \tan^{-1}(0,358) \Rightarrow \boxed{\varphi = 19,7^\circ}$$