



UNIVERSITY OF
PATRAS
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ

Σημειώσεις διαλέξεων «Τεχνική Μηχανική»

Διάλεξη 1
21/02/2023

Λευθεριώτης Γεώργιος
Τμήμα Μηχανικών Περιβάλλοντος
Πανεπιστήμιο Πατρών

Ορισμός

Μηχανική είναι η επιστήμη η οποία περιγράφει και προβλέπει τις καταστάσεις κίνησης ή ακινησίας των σωμάτων υπό τη δράση δυνάμεων.

Κατηγορίες Μηχανικής

- **Μηχανική των στερεών σωμάτων**
- Μηχανική των παραμορφώσιμων σωμάτων
- Μηχανική των ρευστών στοιχείων

Μηχανική των στερεών σωμάτων

Στατική

Σώματα σε ακινησία

Δυναμική

Σώματα σε κίνηση

Μηχανική στερεών \longrightarrow Σώματα εντελώς απαραμόρφωτα*

* Στην πραγματικότητα υπάρχουν πάντα παραμορφώσεις λόγω των φορτίων στα οποία υπόκεινται οι πραγματικές δομές.

Σκοπός της Μηχανικής είναι να εξηγήσει και να προβλέψει φυσικά φαινόμενα και να θέσει τη βάση για διάφορες τεχνικές εφαρμογές.

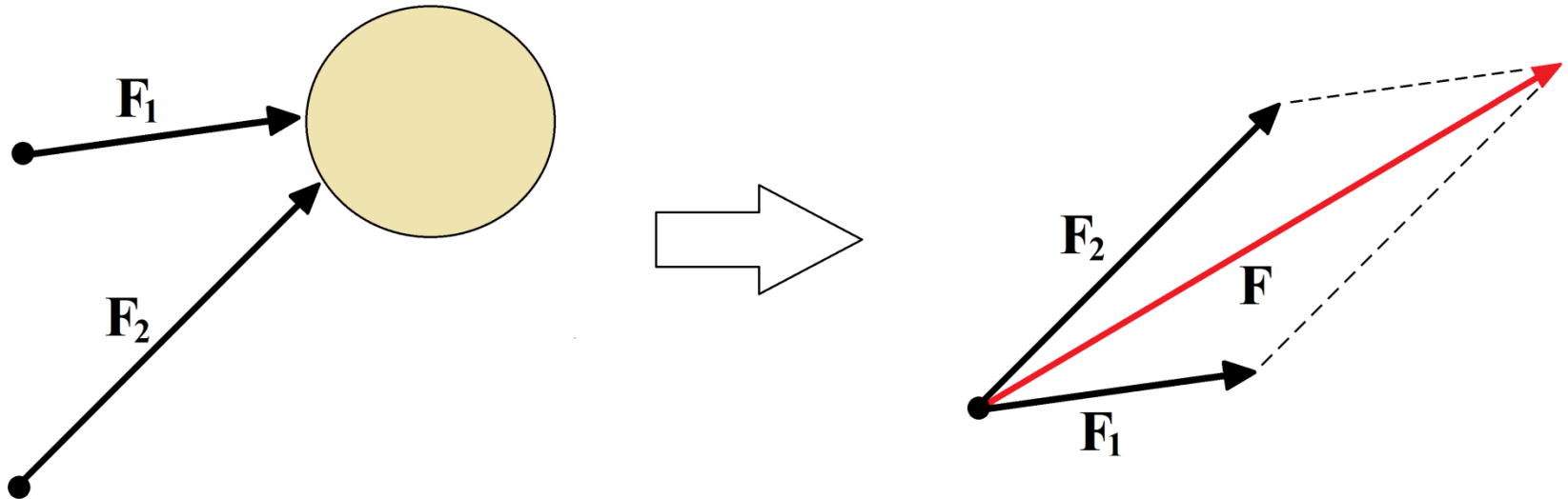
- Πόση δύναμη θα ασκηθεί σε ένα σημείο μιας γέφυρας που σχεδιάζεται; Θα αντέξει η κατασκευή;
- Πόση δύναμη θα αντέξει ένα φράγμα που σχεδιάζεται;
- Πόσο βάρος μπορεί να σηκώσει ένας γερανός;

Βασικές έννοιες Μηχανικής

Χώρος, Χρόνος, Μάζα, Δύναμη

Νόμοι – Αρχές της Μηχανικής

- **Κανόνας του παραλληλογράμμου για το άθροισμα δυνάμεων.**
Δύο δυνάμεις που δρουν σε ένα σώμα μπορούν να αντικατασταθούν από μία μοναδική δύναμη (συνισταμένη) που προκύπτει σχεδιάζοντας τη διαγώνιο ενός παραλληλογράμμου με πλευρές ίσες με τις δεδομένες δυνάμεις.



Στο παραπάνω σχήμα η F είναι η συνισταμένη των F_1 και F_2

Νόμοι – Αρχές της Μηχανικής

- **Αρχή της Μεταβιβαστικότητας.**

Οι συνθήκες κίνησης ή ισορροπίας ενός στερεού παραμένουν αμετάβλητες αν μια δύναμη που δρα σε δεδομένο σημείο αντικατασταθεί από άλλη δύναμη ίδιου μεγέθους και κατεύθυνσης που δρα σε διαφορετικό σημείο, αρκεί οι δύο δυνάμεις να έχουν την ίδια γραμμή ενέργειας.

- **Ο Νόμος της Παγκόσμιας Έλξεως του Νεύτωνα.**

Δύο σωματίδια μάζας M και m έλκονται αμοιβαία από ίσες και αντίρροπες δυνάμεις μεγέθους F όπως δίνεται από τον τύπο:

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

όπου r η απόσταση μεταξύ των σωματιδίων και G η σταθερά βαρύτητας

Νόμοι – Αρχές της Μηχανικής

Οι τρεις Νόμοι του Νεύτωνα

- 1. Πρώτος Νόμος:** Εάν η συνισταμένη των δυνάμεων οι οποίες δρουν σε ένα σωματίδιο είναι μηδενική, το σωματίδιο θα παραμείνει ακίνητο (αν ήταν σε ακινησία) ή θα μετακινηθεί με σταθερή ταχύτητα (αν ήταν σε κίνηση).
- 2. Δεύτερος Νόμος:** Εάν η συνισταμένη των δυνάμεων οι οποίες δρουν σε ένα σωματίδιο **δεν** είναι μηδενική, το σωματίδιο θα έχει επιτάχυνση ανάλογη με το μέτρο και την κατεύθυνση της συνισταμένης δύναμης.

$$F = ma$$

όπου a η επιτάχυνση του σωματιδίου

- 3. Τρίτος Νόμος:** Οι δυνάμεις δράσης και αντίδρασης μεταξύ των σωμάτων που είναι σε επαφή έχουν το ίδιο μέτρο, την ίδια γραμμή ενέργειας και αντίθετη φορά.

Τρίτος Νόμος του Νεύτωνα

Μία περίπτωση ιδιαίτερης σημασίας είναι αυτή της έλξης της γης σε ένα σωματίδιο που βρίσκεται στην επιφάνειά της. Η δύναμη F που ασκείται από τη γη στο σωματίδιο ορίζεται ως το βάρος W του σωματιδίου.

Θεωρούμε ότι M είναι η μάζα της γης, m είναι η μάζα του σωματιδίου, και R είναι η ακτίνα της γης. Ο τύπος γίνεται:

$$F = W = G \frac{Mm}{R^2}$$

Στον παραπάνω τύπο εισάγουμε τη σταθερά: $g = G \frac{M}{R^2}$

Ο παραπάνω τύπος παίρνει τη γνωστή μορφή: $W = mg$

Παρατήρηση: Η τιμή της ακτίνας της γης R εξαρτάται από το υψόμετρο του υπό μελέτη σημείου. Άρα η τιμή του g δεν είναι σταθερή. Παρόλα αυτά, θεωρούμε ότι οι υπολογισμοί γίνονται με ακρίβεια όταν: $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ή $g = 32,2 \text{ ft/s}^2$

Συστήματα Μονάδων

Διεθνές Σύστημα Μονάδων (Μονάδες SI)

Μήκος \longrightarrow Μέτρο (meter, m)

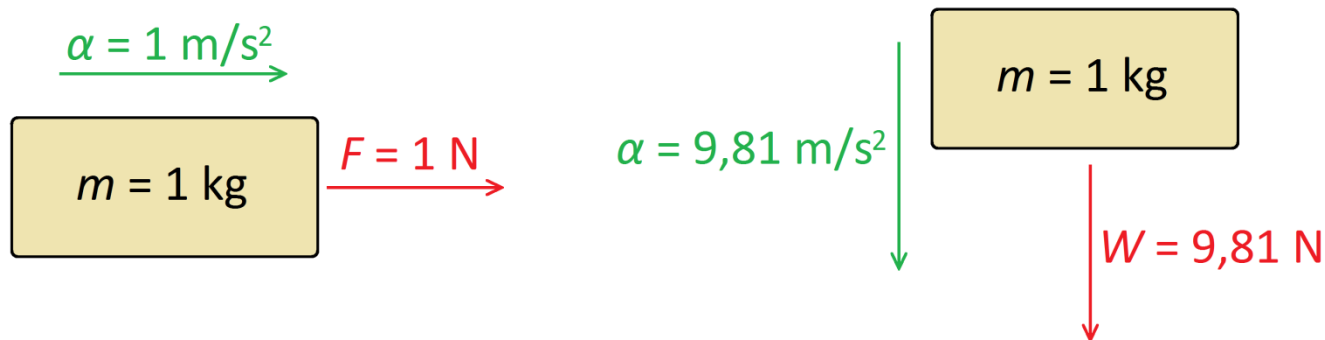
Μάζα \longrightarrow Κιλό (kilogram, kg)

Χρόνος \longrightarrow Δευτερόλεπτο (second, s)

Δύναμη \longrightarrow Newton (N)

1 Newton είναι η δύναμη που δίνει επιτάχυνση 1 m/s^2 σε σώμα μάζας 1 kg .

Το βάρος για ένα σώμα μάζας 1 kg είναι : $W = mg = (1 \text{ kg})(9,81 \text{ m/s}^2) = 9,81 \text{ N}$



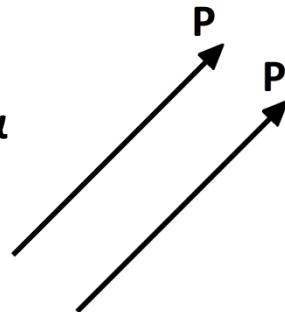
Διανύσματα

Οι φυσικές ποσότητες που έχουν μέτρο αλλά όχι κατεύθυνση (όγκος, μάζα, ενέργεια) εκφράζονται με απλούς αριθμούς και ονομάζονται **βαθμωτά** ή **μονομετρικά μεγέθη**.

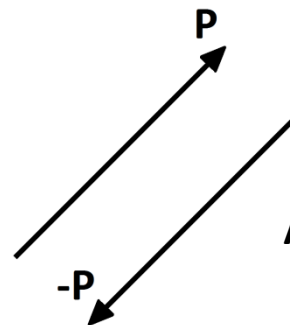
Αντιθέτως μεγέθη όπως η δύναμη, η ροπή, η ταχύτητα και η επιτάχυνση, που χαρακτηρίζονται από μέτρο, διεύθυνση και φορά, ονομάζονται **διανυσματικά**.

Ορισμός: Διανύσματα είναι μαθηματικές εκφράσεις που έχουν μέτρο, διεύθυνση και φορά, και μπορούν να αθροιστούν με τον κανόνα του παραλληλογράμμου.

Ίσα διανύσματα



Αντίθετα διανύσματα

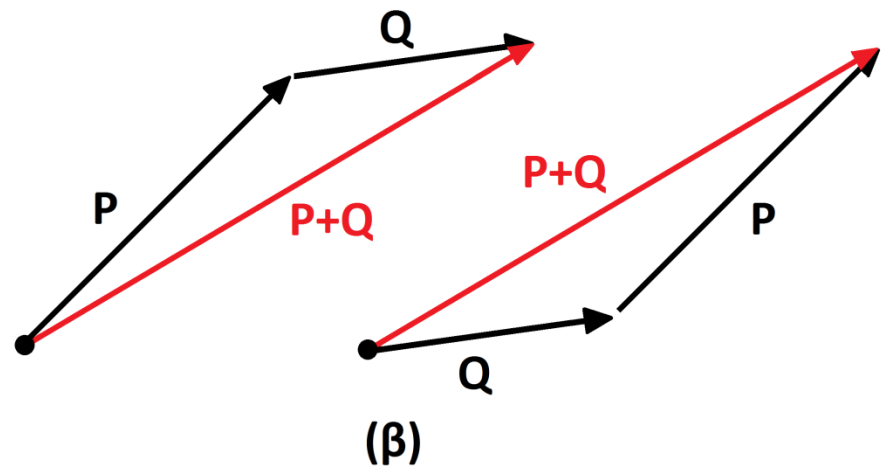
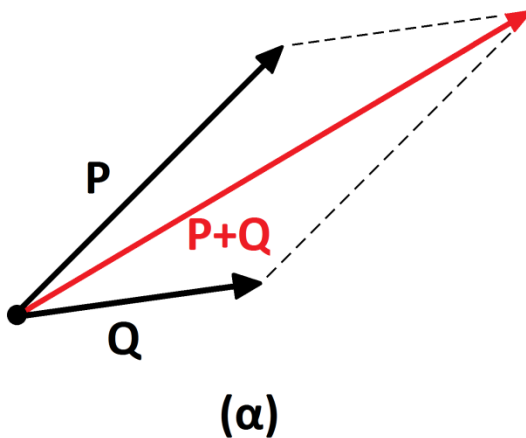


Διανύσματα

Άθροισμα διανυσμάτων

Εξ' ορισμού, τα διανύσματα αθροίζονται σύμφωνα με τον κανόνα του παραλληλογράμμου (Σχήμα α).

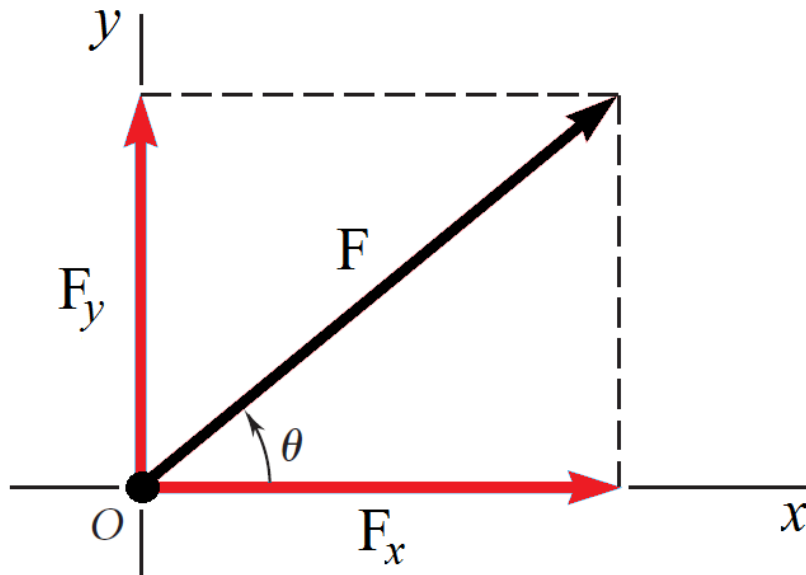
Το παραλληλόγραμμο δεν εξαρτάται από τη σειρά με την οποία επιλέγονται τα διανύσματα P και Q . Το άθροισμα δύο διανυσμάτων είναι αντιμεταθετικό (Σχήμα β).



Ορθογώνιες Συνιστώσες Δύναμης

Σε πολλές εφαρμογές θα χρειαστεί να αναλυθεί μία δύναμη σε δύο συνιστώσες κάθετες μεταξύ τους.

Μία δύναμη \mathbf{F} αναλύεται στις ορθογώνιες συνιστώσες \mathbf{F}_x και \mathbf{F}_y .



Έκφραση με μοναδιαία διανύσματα \mathbf{i} και \mathbf{j}

$$\mathbf{F}_x = F_x \mathbf{i}$$

$$\mathbf{F}_y = F_y \mathbf{j}$$

$$\mathbf{F} = F_x \mathbf{i} + F_y \mathbf{j}$$

Μονομετρικές Συνιστώσες

$$F_x = F \cos \theta$$

$$F_y = F \sin \theta$$

Εφαρμογή

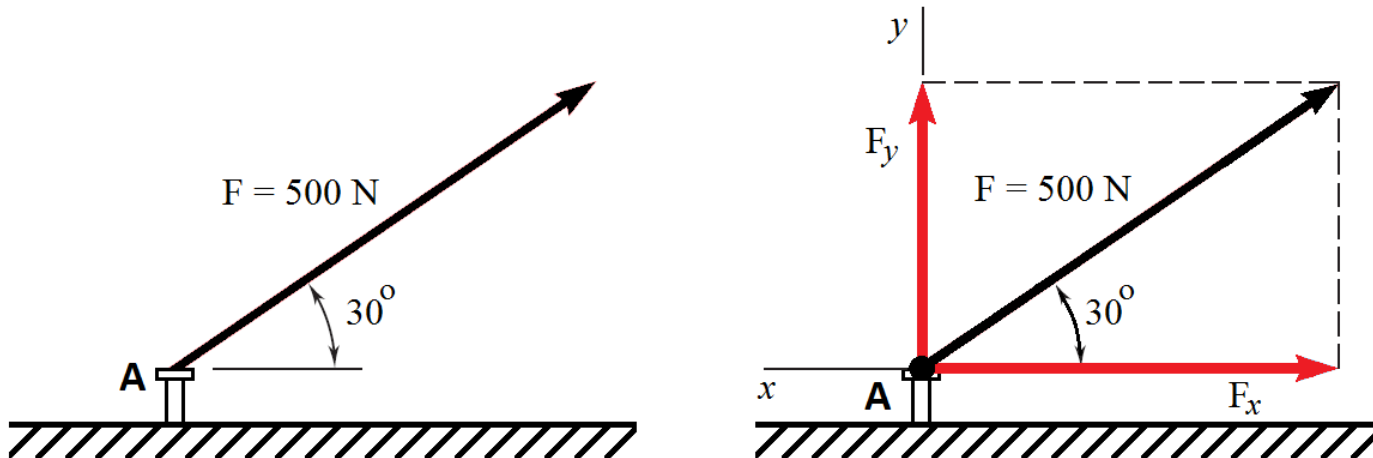
Μία δύναμη $F = 500\text{ N}$ ασκείται σε έναν κοχλία που βρίσκεται στο σημείο A. Να προσδιορίσετε τις συνιστώσες της δύναμης F .

$$F_x = F \cos \theta = F \cos 30 = 500 \cos 30 \Rightarrow F_x = 433\text{ N}$$

$$F_y = F \sin \theta = F \sin 30 = 500 \sin 30 \Rightarrow F_y = 250\text{ N}$$

Διανυσματικά

$$\mathbf{F} = 433\text{ N } \mathbf{i} + 250\text{ N } \mathbf{j}$$

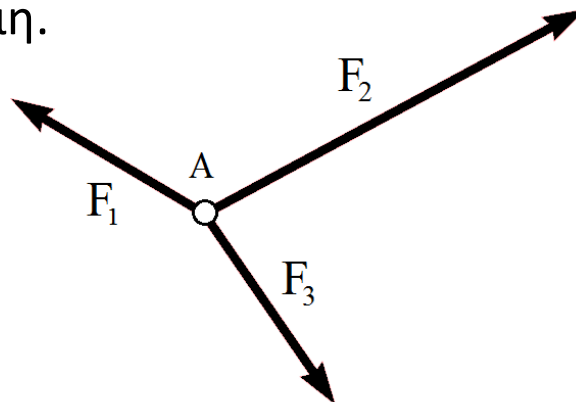


Άθροισμα Δυνάμεων

Όταν σε ένα σώμα ασκούνται διάφορες δυνάμεις, τότε μπορούμε να βρούμε τις συνιστώσες της συνισταμένης δύναμης αν προσθέσουμε τις συνιστώσες των επιμέρους δυνάμεων.

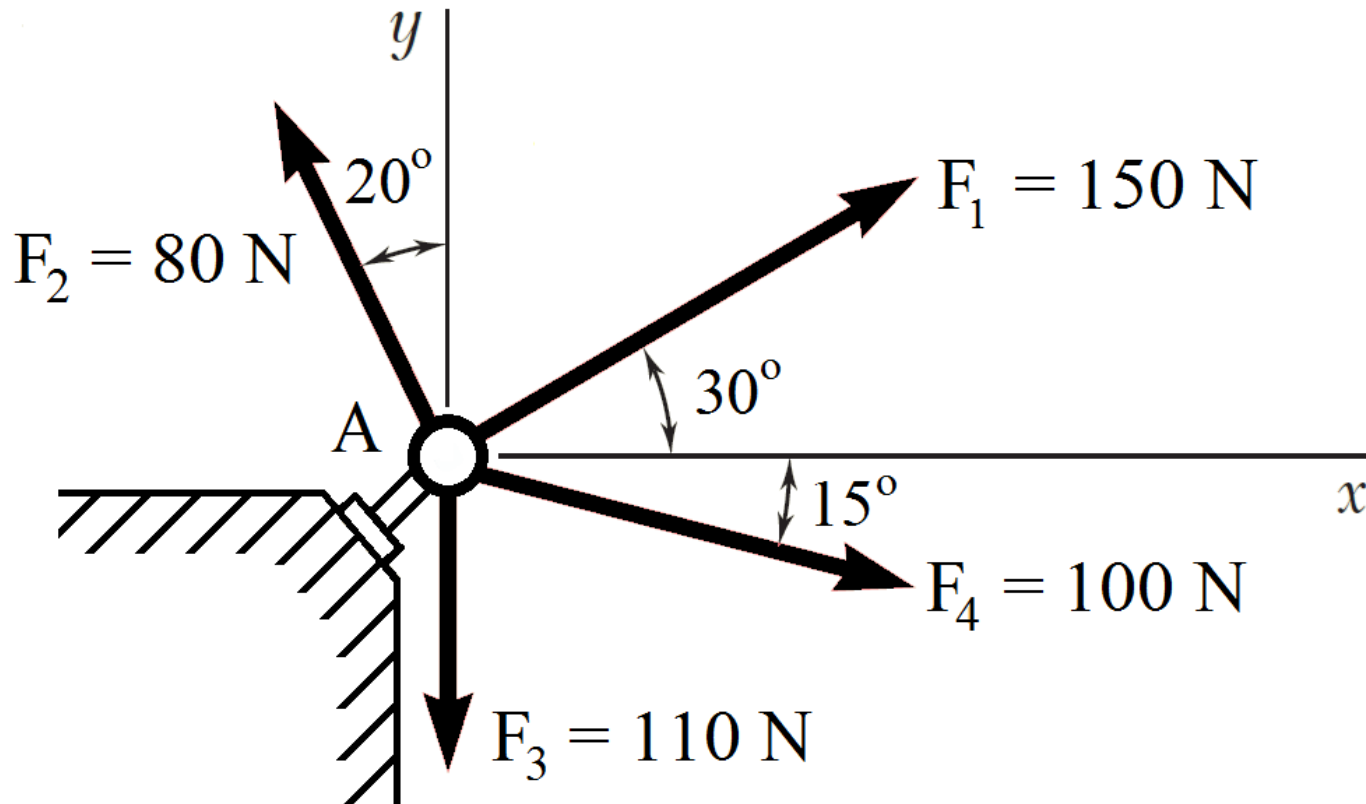
Η διαδικασία που ακολουθούμε είναι η εξής:

1. Αναλύουμε τις δεδομένες δυνάμεις σε συνιστώσες κατά x και y .
2. Αθροίζουμε τις συνιστώσες των επιμέρους δυνάμεων για να βρούμε τις συνιστώσες της συνισταμένης δύναμης.
3. Εφαρμόζουμε τον κανόνα του παραλληλογράμμου για να προσδιορίσουμε τη συνισταμένη δύναμη.



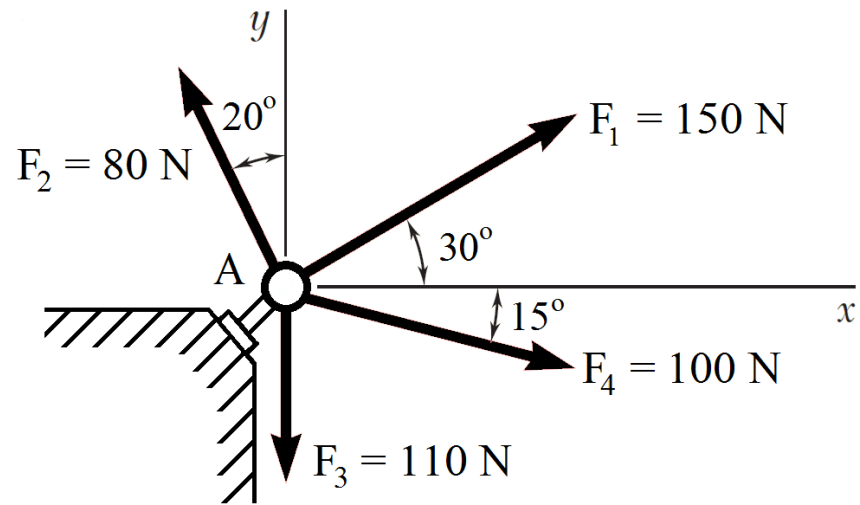
Εφαρμογή

Σε έναν κοχλία που βρίσκεται στο σημείο A ασκούνται τέσσερις δυνάμεις. Να προσδιοριστεί η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στον κοχλία.



Εφαρμογή

Ανάλυση των επιμέρους δυνάμεων σε συνιστώσες



Ανάλυση της δύναμης F_1

$$F_1 = 150\text{ N}$$

$$F_{1x} = 150 \cdot \cos 30 = 129,90\text{ N}$$

$$F_{1y} = 150 \cdot \sin 30 = 75\text{ N}$$

Ανάλυση της δύναμης F_2

$$F_2 = 80\text{ N}$$

$$F_{2x} = 80 \cdot \sin 20 = 27,36\text{ N}$$

$$F_{2y} = 80 \cdot \cos 20 = 75,15\text{ N}$$

Ανάλυση της δύναμης F_3

$$F_3 = 110\text{ N}$$

$$F_{3x} = 0$$

$$F_{3y} = F_3 = 110\text{ N}$$

Ανάλυση της δύναμης F_4

$$F_4 = 100\text{ N}$$

$$F_{4x} = 100 \cdot \cos 15 = 96,6\text{ N}$$

$$F_{4y} = 100 \cdot \sin 15 = 25,88\text{ N}$$

Εφαρμογή

Υπολογισμός της συνισταμένης δύναμης

$$R_x = \Sigma F_x = F_{1x} - F_{2x} + F_{3x} + F_{4x} = 129,9N - 27,36N + 0 + 96,6N \Rightarrow R_x = 199,14N$$

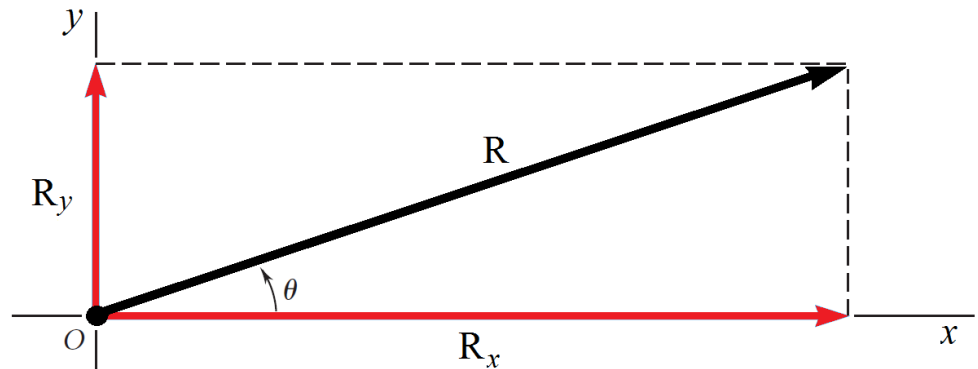
$$R_y = \Sigma F_y = F_{1y} + F_{2y} - F_{3y} - F_{4y} = 75N + 75,17N - 110 - 25,88N \Rightarrow R_y = 14,26N$$

Προσοχή στα πρόσημα των δυνάμεων

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{199,14^2 + 14,26^2} \Rightarrow R = 199,65N$$

$$\tan \theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{14,26}{199,14} = 0,0716$$

$$\text{Άρα } \theta = \tan^{-1}(0,0716) \Rightarrow \theta \approx 4,1^\circ$$



Τεχνική Μηχανική

Βιβλιογραφία

- Τεχνική Μηχανική - Στατική, Beer F, Johnston R, Mazurek D, 11^η έκδοση, Εκδόσεις Τζιόλα, 2018.
- Στατική - Μηχανική του Απαραμόρφωτου Στερεού, Π. Βουθούνης, 6^η έκδοση, Εκδόσεις Α. Βουθούνη, 2017.
- Στατική και Αντοχή Υλικών, Α. Πολυζάκης, 2017.