



UNIVERSITY OF
PATRAS
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ

Σημειώσεις διαλέξεων «Εφαρμοσμένη Υδραυλική»

Διάλεξη 2
13/10/2022

Λευθεριώτης Γεώργιος
Τμήμα Μηχανικών Περιβάλλοντος
Πανεπιστήμιο Πατρών

Ροή υπό πίεση ή ροή σε κλειστούς αγωγούς

2/12

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{V_2^2}{2g} + h_{L1-2}$$

Εξίσωση ενέργειας

Στα υπό εξέταση προβλήματα οι απώλειες διαχωρίζονται στις απώλειες λόγω τριβών και στις τοπικές απώλειες.

$$h_{L1-2} = h_f + h_\tau$$

Απώλειες λόγω τριβών (γραμμικές)

Εξίσωση Darcy - Weisbach

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

$f \xrightarrow{\text{Moody}}$ (Re, ϵ/D)

$$\text{Re} = \frac{VD}{\nu}$$

Τοπικές απώλειες

Οι τοπικές απώλειες (εκτός από τη διεύρυνση) υπολογίζονται από τη σχέση:

$$h_\tau = K \frac{V^2}{2g}$$

K = συντελεστής τοπικών απωλειών
Πειραματικές τιμές

Συντελεστής τριβών ή συντελεστής Darcy f

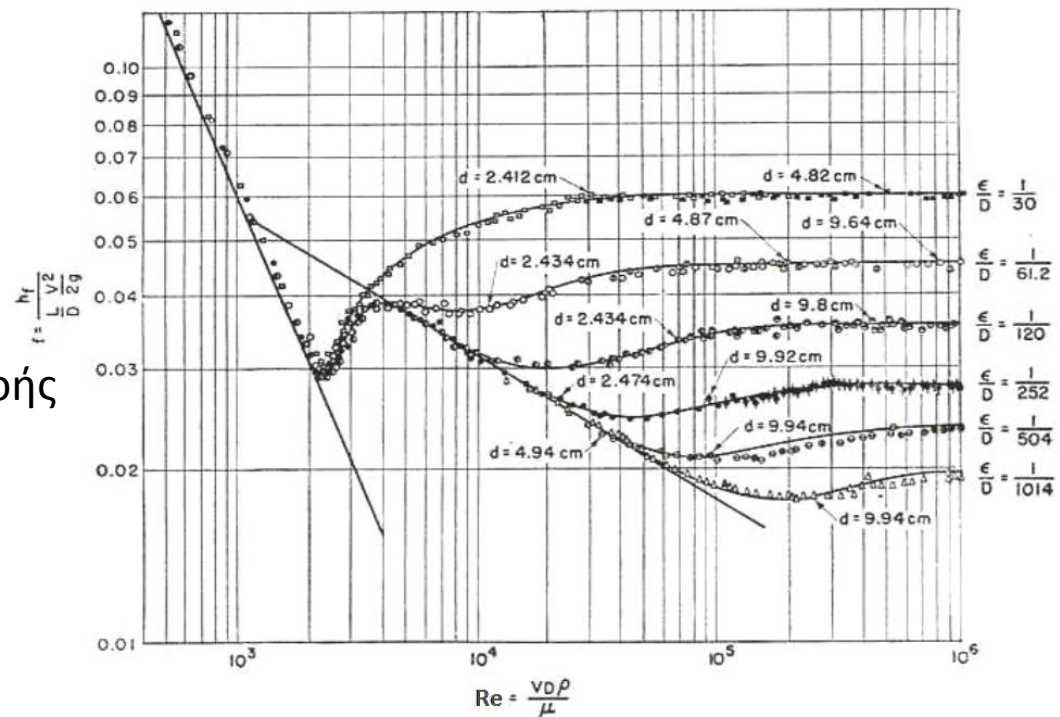
- Για υδραυλικά λείους αγωγούς, Prandtl

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.0 \log(\text{Re} \sqrt{f}) - 0.8$$

- Nikuradze (1933) διερεύνησε πειραματικά για τη σχετική τραχύτητα

Διακρίνουμε 3 περιοχές

- I. Περιοχή στρωτής ροής
- II. Περιοχή μεταβατικής τυρβώδους ροής
- III. Περιοχή πλήρους τυρβώδους ροής



Συντελεστής τριβών ή συντελεστής Darcy f

- Για υδραυλικά λείους αγωγούς \longrightarrow Στρωτή ροή $f = \frac{64}{\text{Re}}$ (1)

- Για υδραυλικά τραχείς αγωγούς $\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log \left(\frac{\varepsilon / D}{3.7} \right)$ (2)

Τι γίνεται στη μεταβατική ζώνη;

- Εξίσωση των **Colebrook & White (1937)** $\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log \left(\frac{\varepsilon / D}{3.7} + \frac{2.51}{\text{Re} \sqrt{f}} \right)$ (3)

- Πεπλεγμένη συνάρτηση, δεν μπορεί να λυθεί απευθείας
- Μία μέθοδος επίλυσης είναι με δοκιμές
- Για $\varepsilon = 0$ τείνει στην εξίσωση του Prandtl ενώ για $\text{Re} \rightarrow \infty$ τείνει στη (2)

Άλλες εκφράσεις του συντελεστή τριβών f

- Swamee και Jain, 1976

$$f = \frac{0.25}{\left[\log_{10} \left(\frac{\varepsilon}{3.7D} + \frac{5.74}{\text{Re}^{0.9}} \right) \right]^2}$$

$$5 \times 10^3 \leq \text{Re} \leq 10^8$$

$$1 \times 10^{-6} \leq \varepsilon/D \leq 0.05$$

- Chen, 1979

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[\frac{\varepsilon/D}{3.7065} - \frac{5.0452}{\text{Re}} \log \Delta \right]$$

$$4 \times 10^3 \leq \text{Re} \leq 10^8$$

$$1 \times 10^{-6} \leq \varepsilon/D \leq 0.05$$

όπου $\Delta = \frac{(\varepsilon/D)^{1.1098}}{2.8257} + \left(\frac{7.149}{\text{Re}} \right)^{0.8981}$

- Haaland, 1983

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -1.8 \log_{10} \left[\frac{6.9}{\text{Re}} + \left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} \right)^{1.11} \right]$$

$$4 \times 10^3 \leq \text{Re} \leq 10^8$$

Το Διάγραμμα Moody

Οι εξισώσεις (1) – (3) σχεδιάστηκαν από τον Lewis Moody (1944) σε διάγραμμα το οποίο είναι γνωστό ως το **Διάγραμμα Moody**.

- Είναι πιθανότατα το πιο γνωστό και χρήσιμο διάγραμμα στην επιστήμη της Υδραυλικής Μηχανικής.
- Έχει ακρίβεια $\pm 15\%$ σε όλο το εύρος τιμών του.
- Μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για μη κυκλικούς αγωγούς αλλά και για ροή σε ανοικτούς αγωγούς.
- Στη μεταβατική περιοχή έχει αδυναμία υπολογισμού του f .

Ο Moody υπολόγισε επίσης τιμές της τραχύτητας ϵ για διάφορα υλικά σωλήνων του εμπορίου.

Υλικό	ϵ (mm)
Σκυρόδεμα	0.3-31
Βιομηχανικός χάλυβας	0.0146
Ξύλο	0.18-0.9
Χυτοσίδηρος	0.26
Γαλβανισμένος σίδηρος	0.15
Γυαλί	0 (Λείος)

Σωλήνες Εμπορίου

- Οι σωλήνες οι οποίοι χρησιμοποιούνται στα υδραυλικά έργα ονομάζονται **σωλήνες εμπορίου**.
- Οι σωλήνες εμπορίου χαρακτηρίζονται από:
 - ✓ **Την ονομαστική διάμετρο DN** (Nominal Diameter, mm)
 - ✓ **Την ονομαστική πίεση** (atm), δηλαδή τη μέγιστη πίεση την οποία μπορεί συνεχώς να υφίσταται ο σωλήνας
 - ✓ **Το υλικό κατασκευής** (συντελεστής τραχύτητας)
- Ανάλογα με το υλικό οι σωλήνες εμπορίου μπορεί να είναι πλαστικοί σωλήνες πολυεθυλαινίου (PE) ή πολυβινιλοχλωριδίου (PVC) ή υαλοπλισμένοι (GRP), χαλυβδοσωλήνες, σιδηροσωλήνες, χαλκοσωλήνες, μολυβδοσωλήνες, κλπ.



Γήρανση Σωλήνων Εμπορίου

- Οι σωλήνες εμπορίου με την πάροδο του χρόνου υφίστανται **γήρανση**.
- Αυτό συμβαίνει λόγω **οξείδωσης, διάβρωσης και εναπόθεσης αλάτων** στην εσωτερική επιφάνεια.
- Αποτέλεσμα της γήρανσης είναι η **αύξηση της τραχύτητας** των σωλήνων, με φυσικό επακόλουθο τη μείωση της παροχής.
- **Εξαίρεση** αποτελούν οι πλαστικοί σωλήνες.

Η γήρανση των σωλήνων αντιμετωπίζεται με:

- Αύξηση της **ενέργειας** στη ροή με αύξηση της στάθμης της δεξαμενής ή χρήση αντλίας.
- **Αντικατάσταση** των σωλήνων με νέους.
- Προσθήκη **νέων** σωλήνων παράλληλα με τους υφιστάμενους.



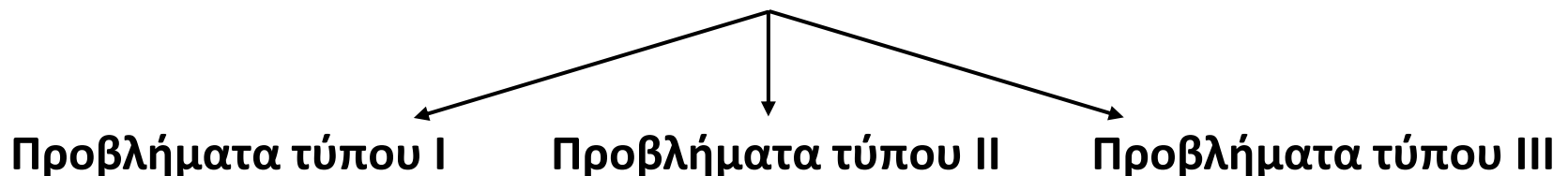
Μεθοδολογία επίλυσης προβλημάτων ροής σε κλειστούς αγωγούς

- Ροή υπό πίεση, διατομή πλήρως γεμάτη
- Το νερό δεν έρχεται σε επαφή με τον ατμοσφαιρικό αέρα
- Σταθερή κατανομή ταχύτητας και πίεσης στον αγωγό

Επίλυση προβλημάτων που περιλαμβάνουν

- Υπολογισμός γραμμικών απωλειών, παροχής ή διαμέτρου αγωγού.
- Χρήση μηχανικού εξοπλισμού (αντλία – υδροστρόβιλος).
- Υπολογισμός τοπικών απωλειών
- Πολλαπλούς σωλήνες τοποθετημένους σε σειρά ή παράλληλα.

3 Βασικοί τύποι προβλημάτων



Μεθοδολογία επίλυσης προβλημάτων ροής σε κλειστούς αγωγούς

➤ Προβλήματα τύπου I

Δίνονται Q (V), ν (μ , ρ), D , L , ε

Ζητείται το h_f

Υπολογισμός Γραμμικών απωλειών

Διαδικασία επίλυσης

- Υπολογίζουμε τα Re , ε/D
- Από το διάγραμμα Moody* βρίσκουμε το συντελεστή f
- Υπολογίζουμε το h_f από την εξίσωση Darcy – Weisbach

*Σημείωση:

Ο συντελεστής f μπορεί να υπολογιστεί και από εξισώσεις (Colebrook & White κτλ)
Στο παρόν μάθημα θα χρησιμοποιούμε μόνο το διάγραμμα Moody.

Μεθοδολογία επίλυσης προβλημάτων ροής σε κλειστούς αγωγούς

➤ Προβλήματα τύπου II

Δίνονται h_f , ν (μ , ρ), D , L , ε

Ζητείται το Q

Υπολογισμός Παροχής

Διαδικασία επίλυσης

- Υπολογίζουμε το ε/D
- Υποθέτουμε αρχική τιμή του έστω f_1 (για σχετικά μεγάλο Re)
- Υπολογίζουμε V_1 από την Darcy – Weisbach
- Υπολογίζουμε Re_1 και βρίσκουμε f_2 από το Moody
- Συγκρίνουμε τα f_2 και f_1
- Αν $f_2 \approx f_1$ OK
- Αν $f_2 \neq f_1$ τότε $f = f_2$ και επαναλαμβάνουμε τα βήματα c-e μέχρι $f_{n+1} \approx f_n$
- Υπολογίζουμε την παροχή $Q = V \cdot A$, όπου $A = \pi D^2/4$

Ροή υπό πίεση ή ροή σε κλειστούς αγωγούς

12/12

Μεθοδολογία επίλυσης προβλημάτων ροής σε κλειστούς αγωγούς

➤ Προβλήματα τύπου III

Δίνονται Q, ν (μ, ρ), h_f, L, ε

Ζητείται το D

Υπολογισμός Διαμέτρου Σωλήνα

Διαδικασία ανάλογη με τα προβλήματα τύπου II, αλλά με τις εξής διαφορές

- Η εξ. Darcy – Weisbach γίνεται:

$$h_f = f \frac{L V^2}{D 2g} = f \frac{L}{D} \frac{16 \cdot Q^2}{\pi^2 D^4 2g} = f \frac{L}{D^5} \frac{8 \cdot Q^2}{\pi^2 g} = f \frac{k_D}{D^5} \quad \text{όπου } k_D = \frac{8LQ^2}{\pi^2 g}$$

$$\text{Άρα } D^5 = f \frac{k_D}{h_f} \Rightarrow D = \left(f \frac{k_D}{h_f} \right)^{1/5}$$

- Δεν έχω τιμή του D , άρα δεν έχω ε/D . Παίρνω αυθαίρετη τιμή του f , ($f_1 = 0,03$) και υπολογίζω αρχικά D_1, V_1 και έπειτα Re_1 και ε/D_1
- Με βάση τα Re_1 και ε/D_1 βρίσκω από το διάγραμμα Moody f_2 . Αν $f_2 \approx f_1$ ΟΚ, αλλιώς επαναλαμβάνω μέχρι να έχω σφάλμα $< 5\%$.

Ροή υπό πίεση ή ροή σε κλειστούς αγωγούς

Βιβλιογραφία

- Δημητρακόπουλος Α. **Στοιχεία υδραυλικής κλειστών και ανοικτών αγωγών**, Εκδόσεις Gotsis, 2018.
- Λιακόπουλος Α. **Υδραυλική**, 3^η έκδοση, Εκδόσεις Τζιόλα, 2020,
- Στάμου Α. **Εφαρμοσμένη Υδραυλική**, 3^η έκδοση, Εκδόσεις Παπασωτηρίου, Αθήνα, 2016.