



UNIVERSITY OF
PATRAS
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ

Σημειώσεις διαλέξεων «Εφαρμοσμένη Υδραυλική»

Διάλεξη 1
06/10/2022

Λευθεριώτης Γεώργιος
Τμήμα Μηχανικών Περιβάλλοντος
Πανεπιστήμιο Πατρών

Ορισμοί

- **Υδραυλική** είναι η εφαρμογή της Ρευστομηχανικής
- **Ρευστό** είναι κάθε υλικό το οποίο παραμορφώνεται συνεχώς (**ρέει**) κάτω από την επίδραση οποιασδήποτε διατμητικής τάσης, όσο μικρή και αν είναι αυτή.
- Ρευστά είναι τόσο τα υγρά **όσο** και τα **αέρια**.
- Η συμπεριφορά ενός ρευστού ορίζεται από τη σχέση της τάσης με το ρυθμό παραμόρφωσης. Όταν η τάση είναι γραμμική, τότε τα ρευστά ονομάζονται **Νευτώνεια**, ενώ σε αντίθετη περίπτωση καλούνται **μη-Νευτώνεια**.
- Στο παρόν μάθημα θα ασχοληθούμε μόνο με **Νευτώνεια** ρευστά.
- Τα ρευστά στην πραγματικότητα έχουν μοριακή δομή, όμως στην Υδραυλική και τη Ρευστομηχανική θεωρούμε ότι η δομή αυτή είναι ένα **συνεχές μέσον**.
- Οι τυπικές διαστάσεις ενός προβλήματος Ρευστομηχανικής/ Υδραυλικής είναι πολύ μεγάλες σε σχέση με τις διαστάσεις ενός σωματιδίου ρευστού.
- Για το λόγο αυτό μπορούμε να θεωρήσουμε τις ιδιότητες του ρευστού ως **συνεχείς** συναρτήσεις στο **χώρο** και το **χρόνο**.

Φυσικές ιδιότητες ρευστών

- **Πυκνότητα (ρ)**

Ορίζεται ως η μάζα ρευστού ανά μονάδα όγκου. Εξαρτάται από τη θερμοκρασία.

Σε κανονικές συνθήκες ($P = 1 \text{ atm}$, $T = 4^\circ\text{C}$) $\longrightarrow \rho_{\text{νερού}} = 1000 \text{ kg/m}^3$

- **Ειδικό Βάρος (γ)**

$$\gamma = \rho g \text{ (kg / m}^2\text{s}^2\text{) ή (Nt / m}^3\text{)}$$

όπου $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας

- **Ειδική Βαρύτητα (specific gravity, sg)**

$$sg = \frac{\gamma}{\gamma_v} = \frac{\rho}{\rho_v}$$

όπου ο δείκτης v προσδιορίζει το νερό.

Φυσικές ιδιότητες ρευστών

Δυναμικό ή Μοριακό Ιξώδες (μ)

Είναι η ιδιότητα του ρευστού να παρουσιάζει αντίσταση στις παραμορφώσεις. Είναι συνάρτηση της θερμοκρασίας και έχει μονάδες kg/ms.

Στα υγρά το μοριακό ιξώδες μειώνεται όσο η θερμοκρασία αυξάνεται.

Κινηματικό Ιξώδες (ν)

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{m^2}{s} \right)$$

Το **Κινηματικό Ιξώδες** προκύπτει από τη διαίρεση του μοριακού ιξώδους με την πυκνότητα του ρευστού

Μονάδες βασικών ποσοτήτων στο S.I.

(F) : Δύναμη \longrightarrow Newton, N ή Nt

(M) : Μάζα \longrightarrow kg

(L) : Μήκος \longrightarrow m

(T) : Χρόνος \longrightarrow sec ή s

2^{ος} Νόμος Newton:

$$F = m \cdot a \Rightarrow 1 \text{ Nt} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$$

Φυσικές ιδιότητες ρευστών

Πίεση (p)

Πίεση είναι η ορθή θλιπτική τάση η οποία ασκείται σε οποιοδήποτε σημείο του ρευστού.

Η μονάδα μέτρησης της πίεσης στο Διεθνές Σύστημα (S.I.) είναι το Pascal (Pa).

$$1 \text{ Pa} = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2 \cdot \text{m}^2} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2}$$

Τυπική τιμή ατμοσφαιρικής πίεσης $\longrightarrow p_{atm} = 101325 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 101325 \text{ Pa}$

Φορτίο πίεσης

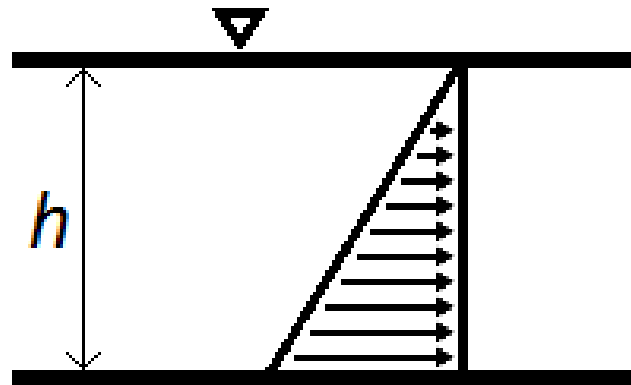
Φορτίο πίεσης είναι ο λόγος της πίεσης προς το ειδικό βάρος του ρευστού και έχει μονάδες μήκους.

$$\text{Φορτίο πίεσης} = \frac{p}{\gamma}$$

Υδροστατική Πίεση

Υδροστατική είναι η κατάσταση στην οποία βρίσκεται ένα ρευστό όταν δεν κινείται (κατάσταση ηρεμίας). Περιλαμβάνει την κατανομή των πιέσεων σε υγρό που ηρεμεί καθώς και τις δυνάμεις που προκαλούν οι πιέσεις αυτές.

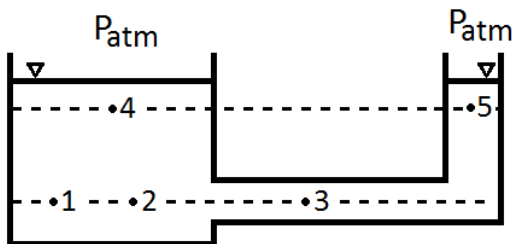
Για υγρά σταθερής πυκνότητας η πίεση σε βάθος h από την ελεύθερη επιφάνεια είναι: $P = \rho \cdot g \cdot h = \gamma \cdot h$



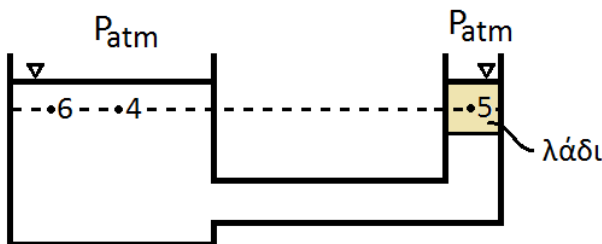
Η πίεση αυτή είναι γνωστή ως **Υδροστατική Πίεση**

Βασικά συμπεράσματα για την Υδροστατική Πίεση

1. Η ένταση της υδροστατικής πίεσης μεταβάλλεται μόνο στην κατακόρυφη διεύθυνση και αυξάνει με το βάρος του υγρού.
2. Η πίεση έχει την ίδια ένταση στα σημεία που βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο σε ακίνητο υγρό. Για το λόγο αυτό και δεδομένου ότι η ατμοσφαιρική πίεση είναι σταθερή, η ελεύθερη επιφάνεια του υγρού είναι οριζόντια.
3. Η πίεση αυξάνει με το ειδικό βάρος του υγρού.



$$P_1 = P_2 = P_3 \quad (\text{συνεχές ρευστό})$$
$$P_4 = P_5 \quad (\text{ίδιο οριζόντιο επίπεδο})$$



$$P_4 = P_6 \quad (\text{ίδιο οριζόντιο επίπεδο})$$
$$P_4 \neq P_5 \quad (\text{ασυνέχεια στο ρευστό παρότι είναι στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο})$$

Ορισμοί

Μόνιμη Ροή: Όταν οι συνιστώσες της ταχύτητας δεν μεταβάλλονται με το χρόνο σε οποιοδήποτε σημείο του ροϊκού πεδίου. Η τοπική **επιτάχυνση** είναι μηδέν.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial w}{\partial t} = 0$$

Ομοιόμορφη Ροή: Όταν οι συνιστώσες της ταχύτητας σε οποιοδήποτε σημείο του ροϊκού πεδίου δεν μεταβάλλονται στο χώρο.

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

Γραμμή Ροής: Είναι μια συνεχής γραμμή στην οποία το διάνυσμα της ταχύτητας είναι πάντα εφαπτομενικό. Οι γραμμές ροής δεν τέμνονται και δεν εφάπτονται.

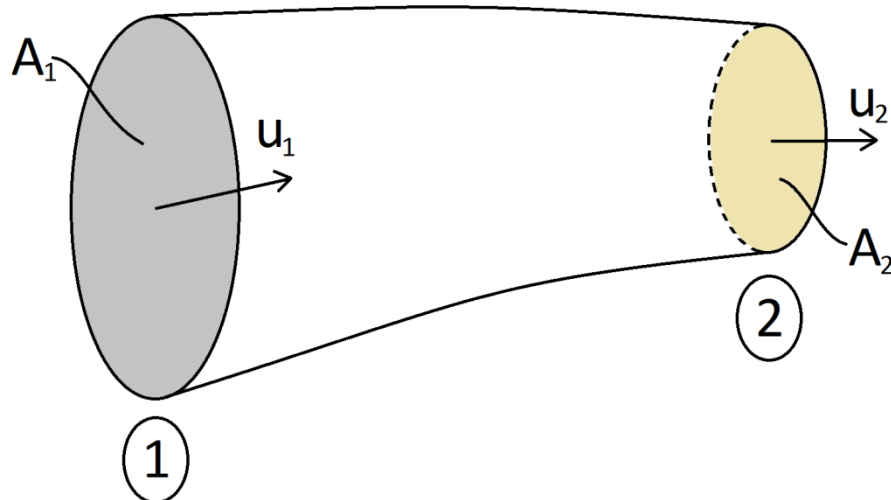
Όγκος Έλεγχου (Ο.Ε.): Είναι η σταθερή περιοχή του χώρου μέσω του οποίου διέρχεται ροή και επί του οποίου εξετάζουμε τα χαρακτηριστικά της ροής. Το όριο του όγκου ελέγχου καλείται επιφάνεια ελέγχου.

Εξισώσεις

Εξίσωση Συνέχειας

Θεωρούμε Όγκο Ελέγχου κυλινδρικής διατομής εμβαδού A (ροϊκός σωλήνας)
Η ταχύτητα είναι κάθετη στη διατομή A .

$$\rho u_1 A_1 = \rho u_2 A_2$$



Για ασυμπίεστο ρευστό ισχύει ότι: $u_1 A_1 = u_2 A_2$

$Q = u \cdot A$ είναι η ογκομετρική παροχή του ρευστού.

Εξισώσεις

Εξίσωση Ενέργειας
$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{V_1^2}{2g} \pm h_m = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{V_2^2}{2g} + h_{L1-2}$$

Οι όροι αντιπροσωπεύουν ενέργεια ανά μονάδα βάρους υγρού, έχουν διαστάσεις μήκους και καλούνται “φορτία”.

$\frac{p}{\gamma}$ = φορτίο πίεσης

z = φορτίο θέσης ή δυναμικό φορτίο

$\frac{V^2}{2g}$ = φορτίο ταχύτητας

h_m = φορτίο μηχανών
(+ αντλία, - στρόβιλος)

h_L = φορτίο απωλειών ενέργειας

$h = \frac{p}{\gamma} + z$ = πιεζομετρικό φορτίο

$H = \frac{p}{\gamma} + z + \frac{V^2}{2g}$ = ολικό φορτίο

Η εξ. ενέργειας δεν πρέπει να συγχέεται με την εξ. Bernoulli, η οποία ισχύει για 2 σημεία μιας ροϊκής γραμμής ενός ιδεατού (άτριβου) ρευστού και έχει τη μορφή:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{V_2^2}{2g}$$

Εξισώσεις

Εξίσωση Ορμής

Γενικά εκφράζεται ως:
$$\sum F_i = (\dot{m}V_i)_{\text{εκροή}} - (\dot{m}V_i)_{\text{εισροή}}$$

Δηλαδή η συνισταμένη των δυνάμεων που δρουν πάνω στο υγρό που περιέχεται στον Ο.Ε. ισούται με την ορμή εξόδου μείον την ορμή εισόδου στον Ο.Ε. ανά μονάδα χρόνου.

Σε περίπτωση που ο Ο.Ε. ορίζεται από μία επιφάνεια εισόδου και μία επιφάνεια εξόδου, τότε:

$$\sum F_i = \dot{m} (V_{\text{εκροή}} - V_{\text{εισροή}})_i$$

Για ασυμπίεστα ρευστά ισχύει ότι:
$$\sum F_i = \rho Q (V_{\text{εκροή}} - V_{\text{εισροή}})$$

Ροή Πραγματικών Ρευστών

Ένα **ιδεατό ρευστό** είναι **άτριβο**, δηλαδή:

- Δεν υπάρχουν τριβές μεταξύ των στρώσεων του ρευστού.
- Δεν υπάρχουν τριβές μεταξύ ρευστού και στερεού.

Αντιθέτως σε ένα **πραγματικό ρευστό** υπάρχουν τριβές, δηλαδή διατμητικές τάσεις μεταξύ των στρώσεων του ρευστού όταν αυτές κινούνται με διαφορετική ταχύτητα. Επίσης, στη διεπιφάνεια μεταξύ ρευστού και στερεού, παρατηρείται ότι η σχετική ταχύτητα είναι μηδέν (**συνθήκη μη ολίσθησης**).

- Άρα στα πραγματικά ρευστά, το ιξώδες (συνεκτικότητα) προκαλεί δυνάμεις τριβής μεταξύ των στρώσεων του ρευστού, αλλά και μεταξύ ρευστού και στερεού ορίου.
- Μέσω των δυνάμεων αυτών, μέρος της κινητικής ενέργειας μετατρέπεται σε θερμότητα και δεν είναι διαθέσιμο σαν μηχανική ενέργεια.

Στρωτή και Τυρβώδης Ροή

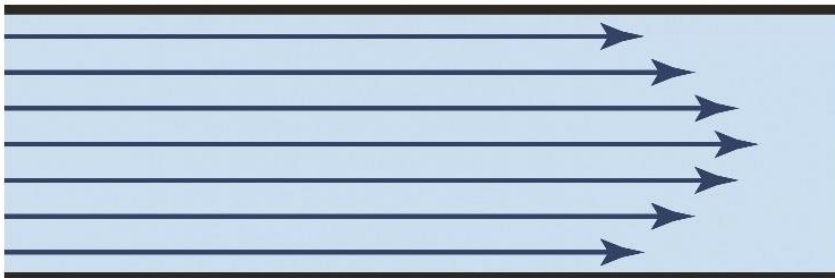
Στρωτή Ροή:

Τα μόρια του νερού κινούνται περίπου σε “στρώσεις” δίχως να αναμιγνύονται. Η στρωτή ροή χαρακτηρίζεται από ομαλές γραμμές ροής και τροχιές, και χαμηλούς ρυθμούς μείξης.

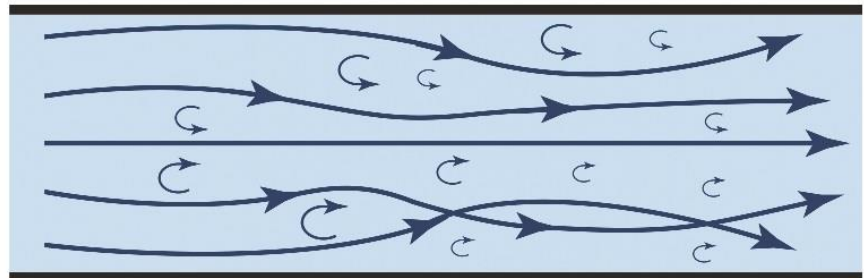
Τυρβώδης Ροή:

Η τυρβώδης ροή χαρακτηρίζεται από μη ομαλές γραμμές ροής και τροχιές, και αυξημένους ρυθμούς διασποράς/μείξης. Μάζες ρευστού κινούνται προς όλες τις κατευθύνσεις. Οι κινήσεις αυτές ονομάζονται **στρόβιλοι** ή **δίνες**. Η συνήθης κατάσταση που καλείται να αντιμετωπίσει ο μηχανικός.

Στρωτή Ροή



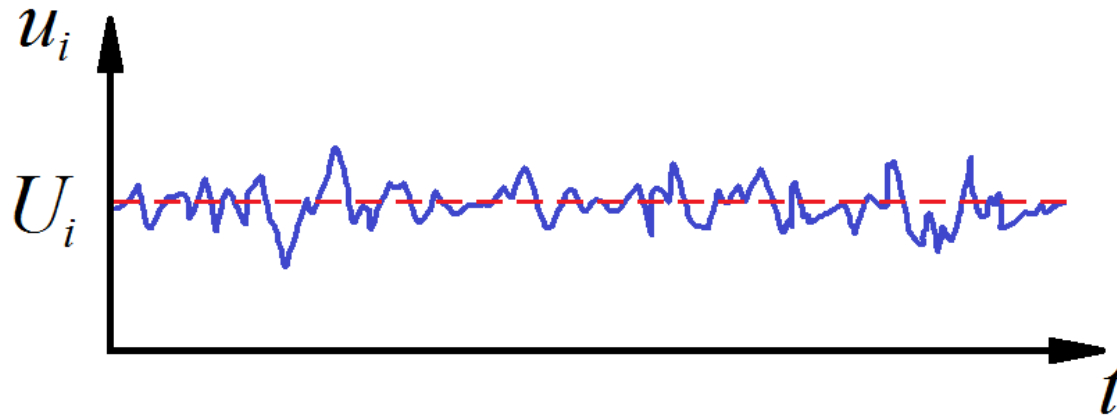
Τυρβώδης Ροή



Τυρβώδης Ροή

Η διέλευση των στροβίλων/δινών από κάποιο σημείο του ροϊκού πεδίου μπορεί να γίνει αντιληπτή με τη μέτρηση της ταχύτητας στο σημείο αυτό για ορισμένο χρονικό διάστημα.

Η μέτρηση της ταχύτητας παρουσιάζεται με διακυμάνσεις γύρω από μία μέση τιμή, όπως παρουσιάζεται στο παρακάτω διάγραμμα.



Η στιγμιαία ταχύτητα u_i δίνεται από τη σχέση:

$$u_i(t) = U_i + u_i'(t)$$

όπου U_i είναι η μέση τιμή και u_i' είναι η διακύμανση.

Διαχωρισμός Προβλημάτων Ροής

Ροή σε κλειστούς αγωγούς

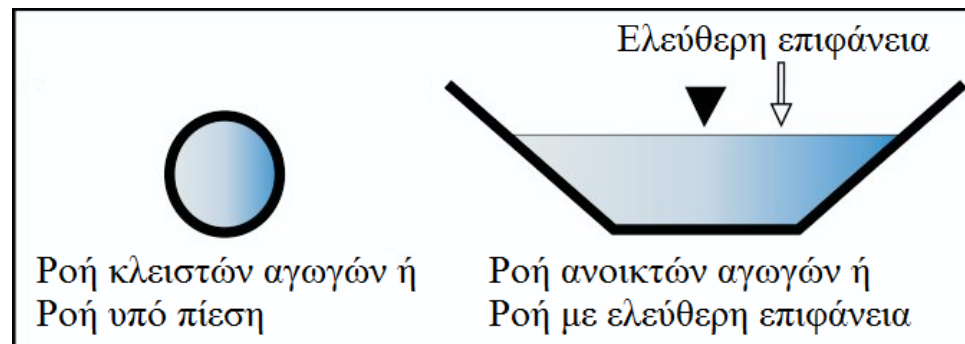
Ροή εντός αγωγών κλειστής διατομής, όπου το ρευστό καταλαμβάνει πλήρως τη διατομή και ασκεί πίεση στα τοιχώματα του αγωγού και αντιστρόφως.

Προβλήματα ροής υπό πίεση ή προβλήματα ροής σε κλειστούς αγωγούς.

Ροή σε ανοιχτούς αγωγούς

Ροή σε αγωγούς στους οποίους η επιφάνεια του υγρού βρίσκεται σε επαφή με τον ατμοσφαιρικό αέρα.

Προβλήματα ροής σε ανοιχτούς αγωγούς ή ροή με ελεύθερη επιφάνεια.



Ροή υπό πίεση ή ροή σε κλειστούς αγωγούς

- Λαμβάνει χώρα σε αγωγούς με κλειστή διατομή
- Το ρευστό καταλαμβάνει πλήρως τη διατομή
- Το ρευστό δέχεται και ασκεί πιέσεις στα τοιχώματα
- Θεωρούμε μόνιμη ροή

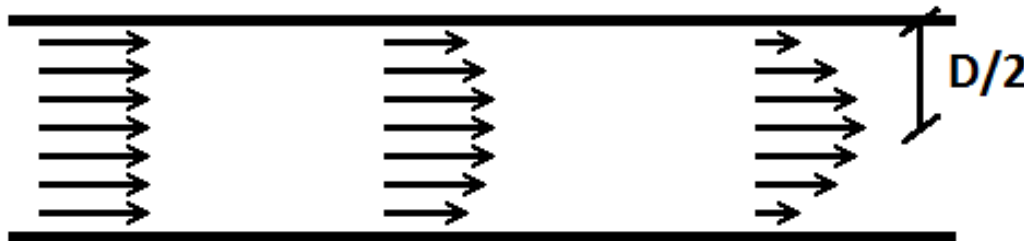
Στα **πλαίσια του μαθήματος** θα ασχοληθούμε με

- Αγωγούς κυκλικής διατομής, μόνιμη και ασυμπίεστη ροή
- Εξισώσεις συνέχειας, ενέργειας και ορμής



Ανάπτυξη οριακού στρώματος

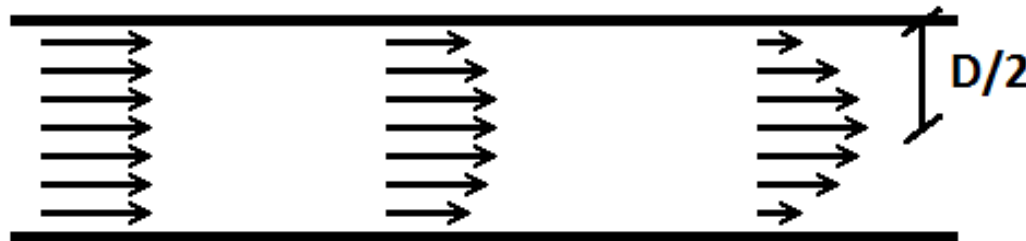
- Θεωρούμε μόνιμη ροή σε αγωγό κυκλικής διατομής, σταθερής διαμέτρου και μεγάλου μήκους.
- Το ρευστό κινείται με ομοιόμορφη ταχύτητα U_o και προσεγγίζει τον αγωγό.
- Στην είσοδο έχουμε σταθερή εγκάρσια κατανομή της ταχύτητας.
- Αμέσως ενεργοποιείται η συνθήκη μη ολίσθησης και η ταχύτητα στο στερεό όριο μηδενίζεται.
- Αναπτύσσεται μία περιοχή πάνω από την επιφάνεια, στην οποία η ταχύτητα μεταβάλλεται από μηδέν σε U_o .
- Η περιοχή αυτή ονομάζεται **οριακό στρώμα (boundary layer)**.



Πλήρως ανεπτυγμένη ροή

Ανάπτυξη οριακού στρώματος

- Το οριακό στρώμα έχει πάχος δ , και είναι συμμετρικό αξονικά.
- Το πάχος δ συμβατικά ορίζεται ως η απόσταση από το στερεό όριο όπου η ταχύτητα είναι ίση με $0.99 \cdot U_o$ και αυξάνεται με τη φορά της ροής.
- Όταν το πάχος γίνει μέγιστο $\delta_{\max} = D/2$, έχουμε **πλήρως αναπτυγμένη ροή**.
- Το μήκος από την είσοδο μέχρι την ανάπτυξη πλήρως αναπτυγμένης ροής ονομάζεται **μήκος εισόδου** και πρακτικά δεν παίζει ρόλο στη μελέτη της ροής.
- Το μήκος του αγωγού είναι πολύ μεγαλύτερο από το μήκος εισόδου και οι απώλειες ενέργειας λόγω τριβών λαμβάνονται υπόψη μέσω ενός όρου τοπικών απωλειών.



Πλήρως ανεπτυγμένη ροή

Εξίσωση ενέργειας

Σε όγκο ελέγχου μεταξύ δύο διατομών (1) και (2) η εξίσωση ενέργειας ορίζεται:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{V_2^2}{2g} + h_{L1-2}$$

όπου οι πιέσεις p θεωρούνται σταθερές και τα υψόμετρα z μετρώνται από ένα αυθαίρετο επίπεδο αναφοράς.

- Η παραπάνω εξίσωση ισχύει υπό την προϋπόθεση ότι εντός του όγκου ελέγχου δεν υπάρχει κάποια μηχανή (αντλία, υδροστρόβιλος, κλπ) η οποία προσδίδει ή αφαιρεί ενέργεια από το ρευστό ($\pm h_m$).

Στα υπό εξέταση προβλήματα οι συνολικές απώλειες ενέργειας h_L διαχωρίζονται στις **απώλειες λόγω τριβών** h_f και στις **τοπικές απώλειες** h_τ

$$h_{L1-2} = h_f + h_\tau$$

Εξίσωση ενέργειας

Οι απώλειες λόγω τριβών υπολογίζονται από την Εξίσωση Darcy - Weisbach

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

Στην παραπάνω εξίσωση:

f = συντελεστής τριβών ή συντελεστής Darcy και εξαρτάται από τη ροή και τα χαρακτηριστικά του αγωγού (Αριθμό **Re**, ϵ/D)

L = Το μήκος του αγωγού ή αλλιώς η απόσταση μεταξύ των διατομών (1) και (2) (**m**)

D = Η **εσωτερική** διάμετρος του αγωγού (**m**)

V = Η ταχύτητα του ρευστού (**m/s**)

ϵ ή k = Η τραχύτητα των τοιχωμάτων του αγωγού (**m**)

Εξίσωση ενέργειας

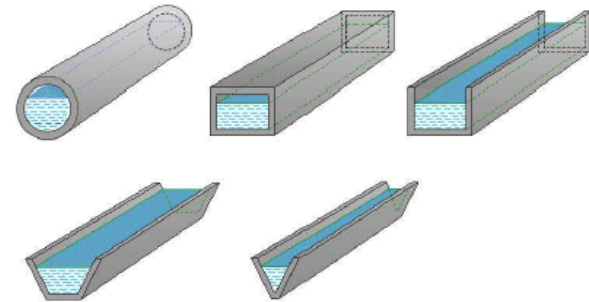
Παρατηρούμε ότι στην εξίσωση **Darcy – Weisbach** υπάρχει μία **γραμμική σχέση** μεταξύ των απώλειες λόγω τριβών και του μήκους L . Για το λόγο αυτό, οι απώλειες λόγω τριβών ονομάζονται επίσης και **γραμμικές απώλειες**.

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

Σε **πρισματικούς αγωγούς*** η διάμετρος D αντικαθίσταται από την υδραυλική διάμετρο D_h

$$D_h = 4 \frac{A}{P}$$

όπου A είναι το εμβαδό της διατομής και P είναι η βρεχόμενη περίμετρος

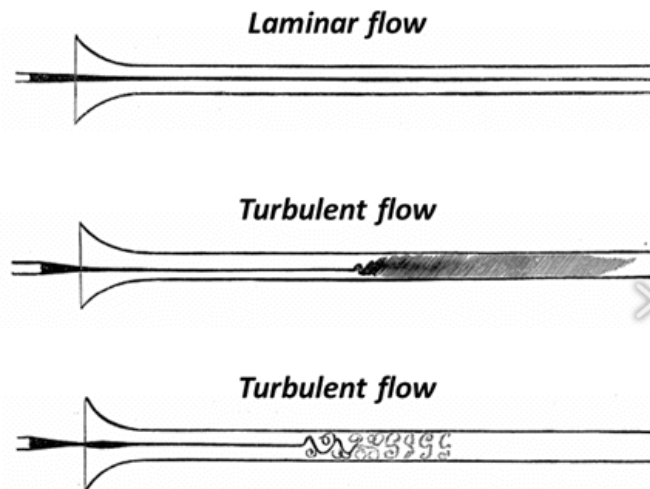
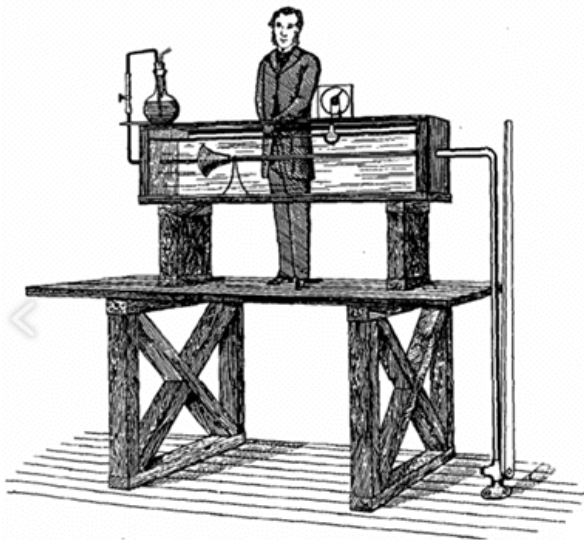


https://www.pipeflow.co.uk/public/control.php?_path=/497/595/596

* **Πρισματικοί αγωγοί** ονομάζονται οι τεχνητοί αγωγοί (ορθογωνικοί, τριγωνικοί, τραπεζοειδείς, ημικυκλικοί, κλπ) με σταθερή διατομή και κλίση.

Ο Αριθμός Reynolds

- Ο **Ozborne Reynolds (1883)** μελέτησε τη ροή σε ευθύγραμμο σωλήνα κυκλικής διατομής.
- Κατέγραψε σε σκίτσα τα ποιοτικά χαρακτηριστικά της ροής.
- Περιέγραψε τη διαφορά μεταξύ στρωτής και τυρβώδους ροής.



Ο Αριθμός Reynolds

- Ονομάστηκε προς τιμή του **O. Reynolds**
- Κριτήριο για **στρωτή** ή **τυρβώδη** ροή
- Εκφράζει το λόγο των δυνάμεων αδράνειας προς τις δυνάμεις ιξώδους

$$\text{Re} = \frac{VL}{\nu} = \frac{\rho VL}{\mu}$$

όπου **V** είναι η χαρακτηριστική ταχύτητα και **L** είναι το χαρακτηριστικό μήκος

Οι τιμές του αριθμού **Re** πάνω από τις οποίες η ροή μεταβάλλεται από στρωτή σε τυρβώδη δίνονται στον παρακάτω πίνακα.

| Περίπτωση Ροής | Χαρακτηριστικό μήκος | Re critical |
|----------------------------------------------|----------------------|-------------|
| Σε σωλήνα | Διάμετρος, D | 2000 |
| Μεταξύ παράλληλων πλακών | Απόσταση πλακών, d | 1000 |
| Σε ανοικτό αγωγό με μεγάλο λόγο πλάτος/βάθος | Βάθος, d | 500 |

Ο Αριθμός Reynolds

Σε κυκλικούς κλειστούς αγωγούς:

- Η διάμετρος D του αγωγού χρησιμοποιείται ως χαρακτηριστικό μήκος
- Η μέση ταχύτητα V σε μία διατομή χρησιμοποιείται ως η χαρακτηριστική ταχύτητα.

$$\text{Re} = \frac{VD}{\nu} = \frac{\rho VD}{\mu}$$

- Σε πρακτικές εφαρμογές, για τιμές $\text{Re} \leq 2000$ η ροή θεωρείται στρωτή ενώ για τιμές $\text{Re} \geq 4000$ η ροή θεωρείται τυρβώδης.
- Ενδιάμεσα στις τιμές αυτές η περιοχή χαρακτηρίζεται ως μεταβατική.
- Για στρωτή ροή σε κυκλικούς κλειστούς αγωγούς ($\text{Re} \leq 2000$) ο συντελεστής Darcy υπολογίζεται από:

$$f = \frac{64}{\text{Re}}$$

Εφαρμοσμένη Υδραυλική

Βιβλιογραφία

- Δημητρακόπουλος Α. **Στοιχεία υδραυλικής κλειστών και ανοικτών αγωγών**, Εκδόσεις Gotsis, 2018.
- Λιακόπουλος Α. **Υδραυλική**, 3^η έκδοση, Εκδόσεις Τζιόλα, 2020,
- Στάμου Α. **Εφαρμοσμένη Υδραυλική**, 3^η έκδοση, Εκδόσεις Παπασωτηρίου, Αθήνα, 2016.