«Εφαρμοσμένη Υδραυλική»

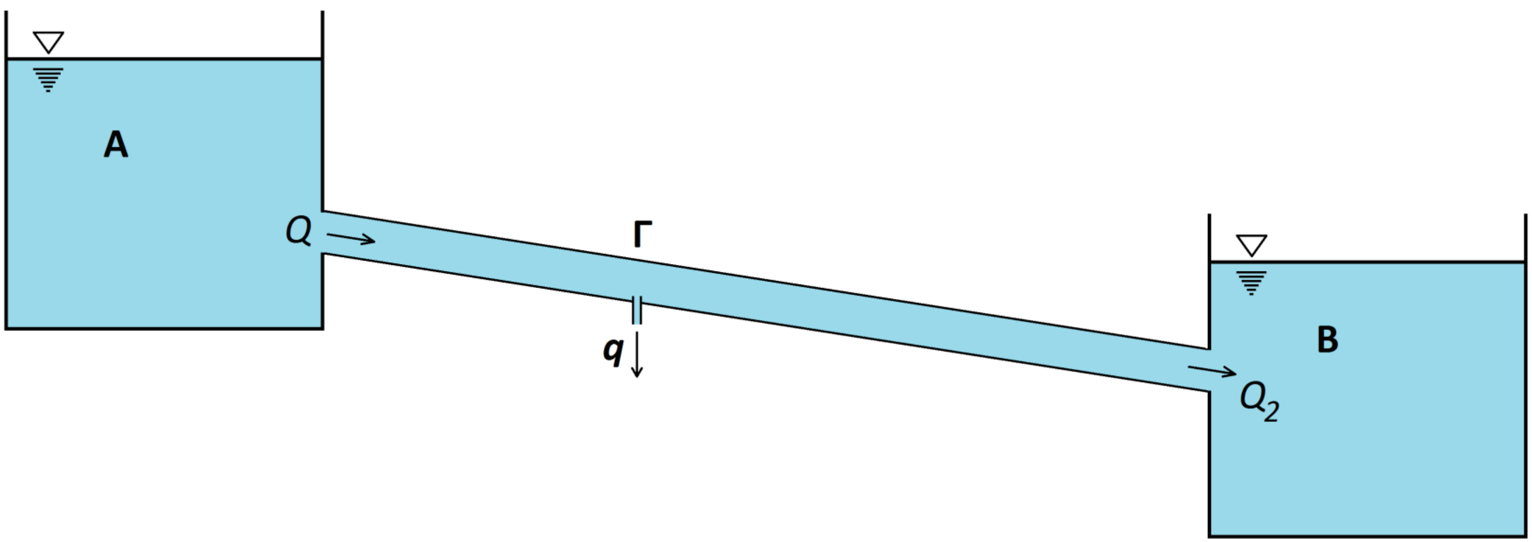
Άσκηση 6
Κλειστοί Αγωγοί

Λευθεριώτης Γεώργιος
Τμήμα Μηχανικών Περιβάλλοντος
Πανεπιστήμιο Πατρών

Εφαρμοσμένη Υδραυλική

Άσκηση 6

Αγωγός διαμέτρου 30 cm και μήκους 5000 m συνδέει δύο δεξαμενές οι οποίες έχουν σταθερή υψομετρική διαφορά ίση με 60 m, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Στο σημείο Γ του αγωγού το οποίο βρίσκεται σε απόσταση 3000 m από τη δεξαμενή Β υπάρχει πυροσβεστικός κρουνός από τον οποίο εκρέει παροχή q = 50 lt/s. Να υπολογιστεί η παροχή που φθάνει στη δεξαμενή Β αν ο συντελεστής τριβής του αγωγού είναι f = 0,03. Οι τοπικές απώλειες να θεωρηθούν αμελητέες.



Άσκηση 6

Λύση

Λόγω της συνέχειας της ροής θα ισχύει ότι:

$$Q = q + Q_2 \Rightarrow V_1 A = q + V_2 A \Rightarrow V_1 \frac{\pi D^2}{4} = q + V_2 \frac{\pi D^2}{4} \Rightarrow V_1 \frac{\pi \cdot 0,3^2}{4} = q + V_2 \frac{\pi \cdot 0,3^2}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0,0706 \cdot V_1 = q + 0,0706 \cdot V_2 \Rightarrow 0,0706 \cdot V_1 = q + 0,0706 \cdot V_2 \Rightarrow V_1 = \frac{0,05}{0,0706} + V_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{V_1 = 0,708 + V_2} \quad (1)$$

Εφαρμόζουμε την εξίσωση της ενέργειας μεταξύ της ελεύθερης επιφάνειας της δεξαμενής Α και της ελεύθερης επιφάνειας της δεξαμενής Β και έχουμε:

$$\frac{p_A}{\gamma} + z_A + \frac{V_A^2}{2g} = \frac{p_B}{\gamma} + z_B + \frac{V_B^2}{2g} + h_{L(A-B)}$$

Άσκηση 6

Λύση

Η πίεση στην επιφάνεια των δεξαμενών είναι ίση με την ατμοσφαιρική, άρα μηδενική. Επίσης η ταχύτητες στις δύο δεξαμενές είναι μηδενικές και οι τοπικές απώλειες θεωρούνται αμελητέες. Άρα η εξίσωση της ενέργειας γίνεται:

$$z_A = z_B + h_{f_{(A-B)}} \Rightarrow z_A - z_B = h_{f_{(A-B)}} \quad (2)$$

Για τις γραμμικές απώλειες αγωγών σε σειρά ισχύει ότι : $h_{f_{(A-B)}} = h_{f_1} + h_{f_2}$

Άρα η (2) θα πάρει τη μορφή:

$$z_A - z_B = h_{f_1} + h_{f_2} \Rightarrow z_A - z_B = f\,\frac{L_1}{D}\frac{V_1^2}{2g} + f\,\frac{L_2}{D}\frac{V_2^2}{2g} \quad (3)$$

Άσκηση 6

Λύση

Μετά από αντικατάσταση της (1) στην (3) έχουμε:

$$z_A - z_B = f\,\frac{L_1}{D}\frac{\left(0,708+V_2\right)^2}{2g} + f\,\frac{L_2}{D}\frac{V_2^2}{2g} \Rightarrow 60 = 0,03\frac{2000}{0,3}\frac{\left(0,708+V_2\right)^2}{2g} + 0,03\frac{3000}{0,3}\frac{V_2^2}{2g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 60 = 10,19\left(0,708+V_2\right)^2 + 15,29\cdot V_2^2 \Rightarrow 60 = 10,19\left(0,708^2 + 2\cdot 0,708\cdot V_2 + V_2^2\right) + 15,29\cdot V_2^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 60 = 5,11 + 14,43\cdot V_2 + 10,19\cdot V_2^2 + 15,29\cdot V_2^2 \Rightarrow 60 = 5,11 + 14,43\cdot V_2 + 25,48\cdot V_2^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 25,48\cdot V_2^2 + 14,43\cdot V_2 - 54,89 = 0$$

Επιλύουμε τη δευτεροβάθμια εξίσωση και έχουμε:

$$\Delta = 14,43^2 - 4\cdot 25,48\cdot\left(-54,89\right) = 5802,61$$

$$V_2 = \frac{-14,43 \pm \sqrt{5802,61}}{2\cdot 25,48} = \frac{-14,43 \pm 76,17}{50,96} \quad \begin{cases} V_2 = 1,21\ m/s & \text{δεκτή } \checkmark \\ V_2 = -1,79\ m/s & \text{απορρίπτεται} \end{cases}$$

Άσκηση 6

Λύση

Άρα υπολογίζουμε την παροχή Q_2 για ταχύτητα $V_2 = 1,21\ m/s$

$$Q_2 = V_2 \cdot A_2 \Rightarrow Q_2 = V_2 \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \Rightarrow Q_2 = 1,21 \cdot \frac{\pi \cdot 0,3^2}{4} \Rightarrow \boxed{Q_2 = 0,0855\ m^3/s}$$

Επίσης μπορούμε να υπολογίσουμε την ταχύτητα V_1 από την εξίσωση (1), όπως επίσης και την παροχή Q

$$V_1 = 0,708 + V_2 \Rightarrow V_1 = 0,708 + 1,21 \Rightarrow V_1 = 1,918\ m/s$$

$$Q = V_1 \cdot A_1 \Rightarrow Q = V_1 \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \Rightarrow Q = 1,918 \cdot \frac{\pi \cdot 0,3^2}{4} \Rightarrow Q = 0,1355\ m^3/s$$

Επαλήθευση: $Q = q + Q_2 \Rightarrow 0,1355 = 0,05 + 0,0855 \Rightarrow 0,1355 = 0,1355$ ✓