



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα **ΠΠ**

ΤΙΤΛΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: **ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ**

ΕΝΟΤΗΤΑ: **ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΑΡΑΓΩΓΙΣΗ**

ΟΝΟΜΑ ΚΑΘΗΓΗΤΗ: **ΦΡ. ΚΟΥΤΕΛΙΕΡΗΣ**

ΤΜΗΜΑ: **Τμήμα Διαχείρισης Περιβάλλοντος
και Φυσικών Πόρων**

ΑΓΡΙΝΙΟ

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



2. Αριθμητική παραγωγή

Αριθμητική Ανάλυση

Λίγα Μαθηματικά (για αρχή)

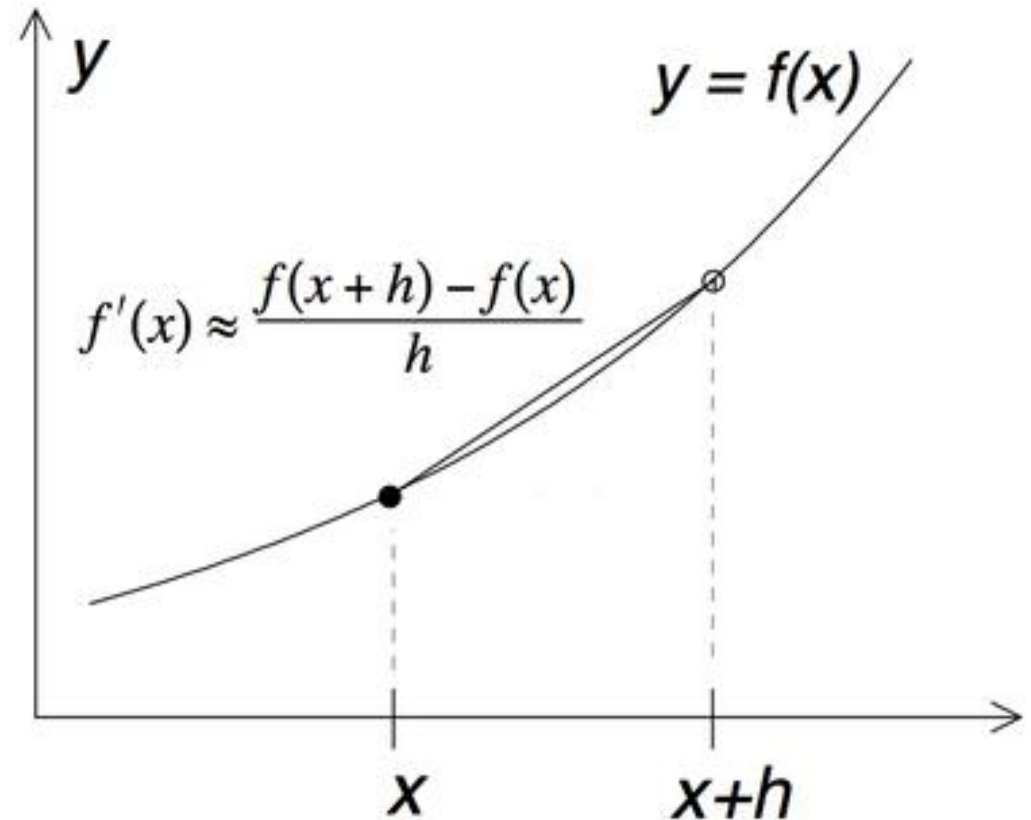
Η παράγωγος σε ένα σημείο x είναι

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Διαδικασία με Άπειρο !!!!

Αριθμητική προσέγγιση

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$



Διακριτοποίηση σχέσης

$$f'(x) = \frac{df}{dx} =$$
$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Συνεχής

$$f'(x) \approx \frac{\Delta f}{\Delta x} =$$
$$= \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Διακριτή

Αλλιώς (Σειρά Taylor)...

$$f(x) = f(x_0) + hf'(x_0) + \frac{h^2}{2!} f''(x_0) + \frac{h^3}{3!} f'''(x_0) + \dots +$$



$$f(x) \approx f(x_0) + hf'(x_0) \Rightarrow$$

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x) - f(x_0)}{h}$$

Σφάλματα

$$f(x) = f(x_0) + hf'(x_0) + \frac{h^2}{2!} f''(x_0) + \frac{h^3}{3!} f'''(x_0) + \dots +$$

$O(h^2)$

Διαδικασία διακριτοποίησης

1. Διαμερίζουμε (χωρίζουμε) το πεδίο ορισμού $[a,b]$ της συνάρτησης σε N -το-πλήθος υποδιαστήματα, που το καθένα τους έχει μήκος

$$h = \frac{|b - a|}{N}$$

2. Υπολογίζουμε την

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{h}$$

Προσοχή στο **N**

Μπορεί να είναι

- το πλήθος των διαστημάτων

$$h = \frac{|b - a|}{N}$$

- το πλήθος των εσωτερικών σημείων

$$h = \frac{|b - a|}{N + 1}$$

- το πλήθος όλων των σημείων

$$h = \frac{|b - a|}{N - 1}$$

Παρατήρηση

Όσο πιο **πυκνή** είναι η διαμέριση, τόσο πιο **μικρό** είναι το **h**



τόσο πιο κοντά στην παράγωγο βρίσκεται η αριθμητική έκφραση

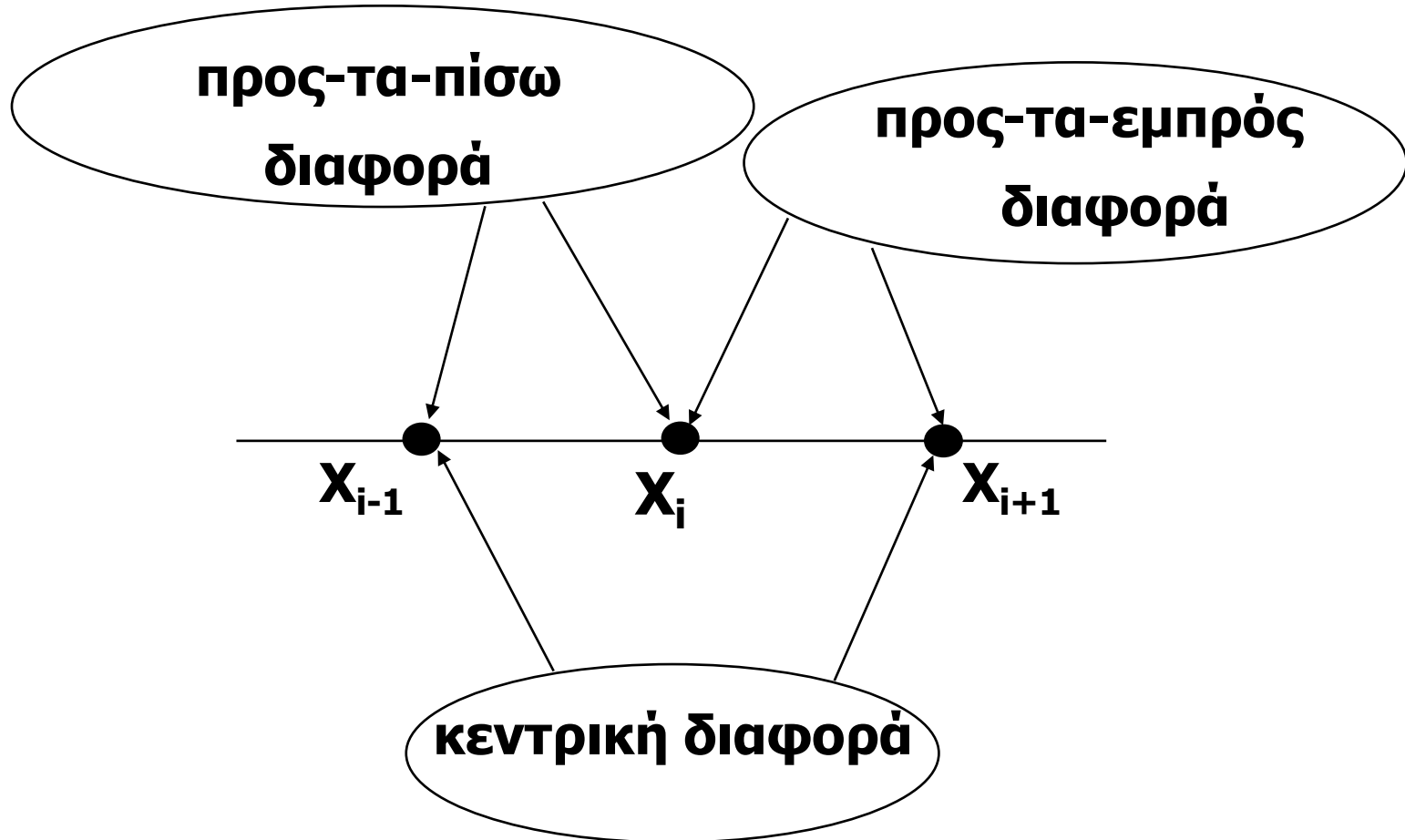
Διάφορες ... Διαφορές

Προς τα εμπρός (forward) $f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{h}$

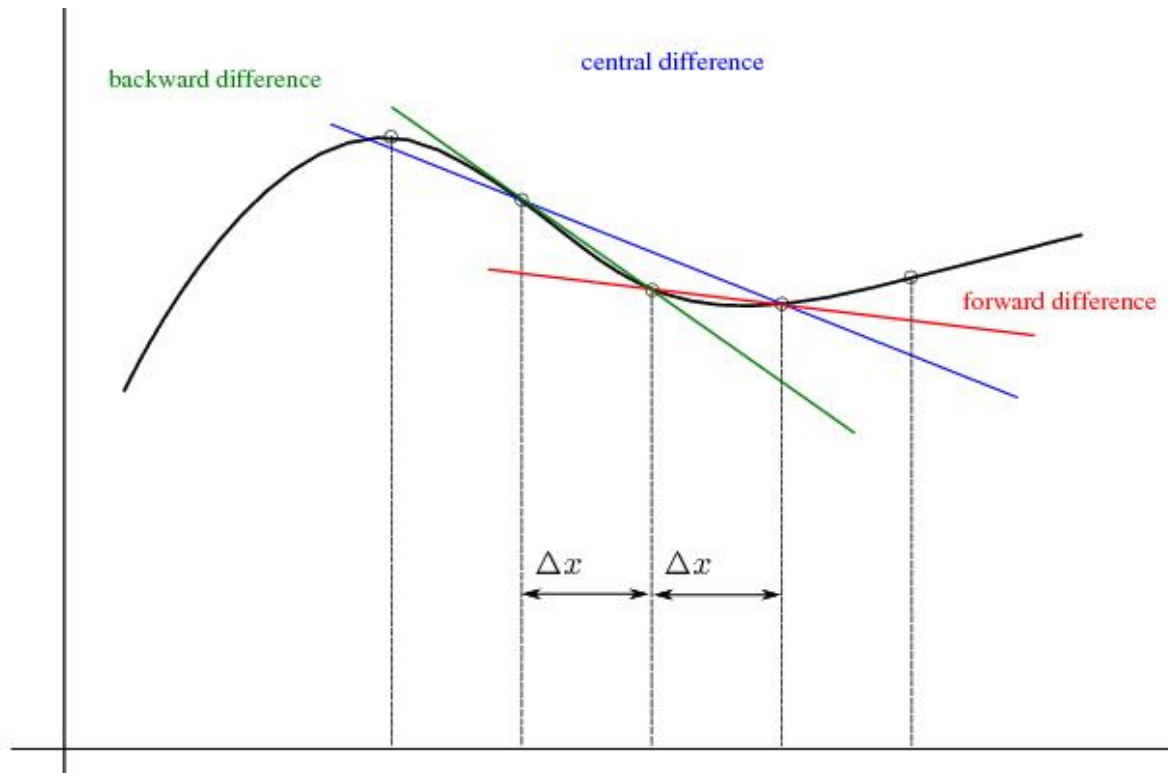
Προς τα πίσω (backward) $f'(x_i) = \frac{f(x_i) - f(x_{i-1})}{h}$

Κεντρικές (central) $f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1}))}{2h}$

Διάφορες ... Διαφορές



Διάφορες ... Διαφορές



Αριθμητική Ανάλυση

Εφαρμογές

Δυο παράδειγμα στο EXCEL

«Το υλικό της παρουσίασης προέρχεται από
τις πανεπιστημιακές παραδόσεις του
καθηγητή Φρ. Κουτελιέρη».

Αριθμητική Ανάλυση

